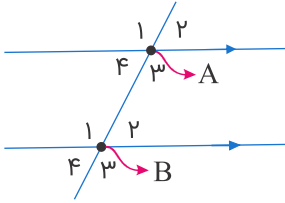


۱ در شکل زیر زاویه‌های مساوی را مشخص کنید.



۲ در یک چهار ضلعی اندازه یکی از زاویه‌ها برابر با میانگین اندازه بقیه زاویه‌ها است. اندازه آن زاویه چند درجه می‌باشد؟

(۲) ۶۰

(۱) ۴۵

(۴) ۹۰

(۳) ۷۰

۳ از تقاطع نیمسازهای زوایای خارجی زاویه‌های تند یک مثلث قائم‌الزاویه، چه زاویه‌ای پدید می‌آید؟

(۲) 45°

(۱) 35°

(۴) 75°

(۳) 60°

۴ مجموع زاویه‌های داخلی یک چندضلعی منتظم 1980° می‌باشد. کدام گزینه در مورد این شکل درست است؟

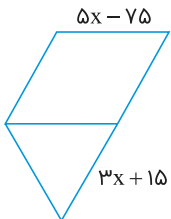
(۲) مرکز تقارن دارد و محور تقارن هم دارد.

(۱) مرکز تقارن دارد، اما محور تقارن ندارد.

(۴) مرکز تقارن ندارد و محور تقارن هم ندارد.

(۳) مرکز تقارن ندارد، اما محور تقارن دارد.

۵ در شکل زیر مثلث، متساوی‌الاضلاع و چهار ضلعی، متوازی‌الاضلاع است. x چند واحد می‌باشد؟



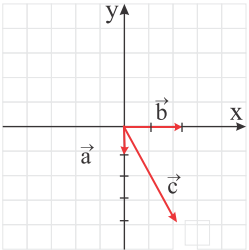
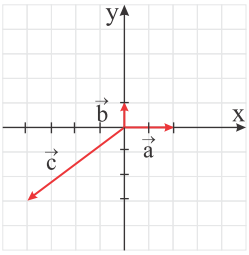
(۱) ۹۰

(۲) ۴۵

(۳) ۱۱۰

(۴) ۸۰

در شکل‌های زیر بردار \vec{c} را برحسب بردارهای \vec{a} و \vec{b} بنویسید.



در معادله‌های مختصاتی زیر، مختصات بردار \vec{x} را تعیین کنید.

۷

$$\vec{x} - \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix} = -3\vec{i} + 7\vec{j}$$

$$2\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{x} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$4\vec{i} - 11\vec{j} + 3\vec{x} = 2\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{x}$$

$$\begin{bmatrix} 12 \\ 17 \end{bmatrix} - 3\vec{i} + 5\vec{j} + 3\vec{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} + \vec{i} - 2\vec{x} - 3\vec{j}$$

در هر قسمت مختصات بردارهای \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} را مشخص کنید.

۸

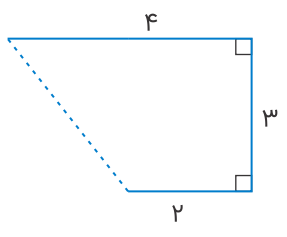
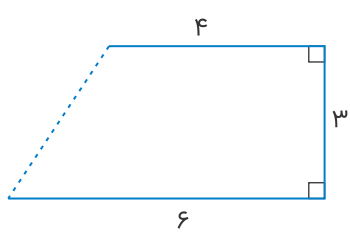
$$\begin{cases} \vec{a} = -3\vec{i} + 5\vec{j} \\ \vec{b} = 2\vec{a} - 3\vec{j} \\ \vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{a} = 2(\vec{i} - \vec{j}) + 3\vec{i} \\ \vec{b} = 3\vec{a} - 5\vec{i} + 3\vec{j} \\ \vec{c} = 2(\vec{a} - \vec{b}) \end{cases}$$

در هر کدام از شکل‌های زیر، طول پاره‌خطی را که خط‌چین کشیده شده، محاسبه نمایید.

۹

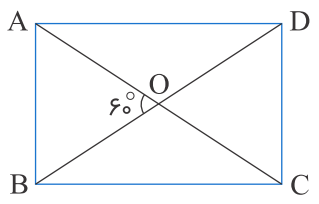
الف



ب

در مستطیلی زاویه بین قطرهای ۶۰ درجه و طول هر قطر آن ۸ cm می‌باشد، محیط مثلث $\hat{B}OC$ کدام است؟

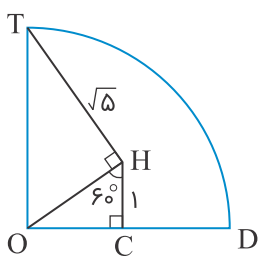
۱۰



- (۱) $8\sqrt{3}$
- (۲) $8 + 4\sqrt{3}$
- (۳) $7 + 4\sqrt{3}$
- (۴) $2 + 4\sqrt{3}$

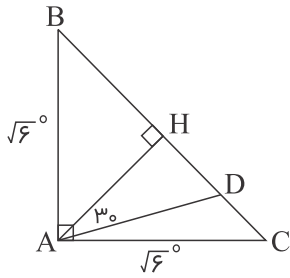
در ربع دایره زیر، باتوجه به اندازه‌های روی شکل، اندازه CD چقدر است؟ (در مثلث قائم‌الزاویه ضلع روبه‌رو به زاویه 30° نصف وتر است)

۱۱

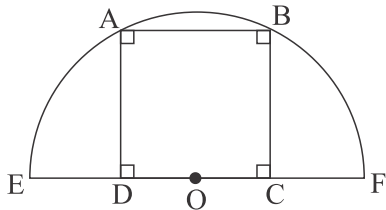


- (۱) $3 - \sqrt{3}$
- (۲) $3 + \sqrt{3}$
- (۳) $2 - \sqrt{2}$
- (۴) $2 + \sqrt{2}$

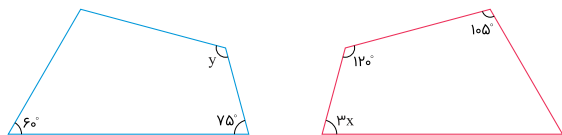
در مثلث قائم‌الزاویه زیر ($\hat{A} = 90^\circ$) ارتفاع وارد بر وتر و $\hat{H}AD = 30^\circ$ است. اندازه HD چقدر است؟



در شکل زیر، O وسط CD و $DE = CF = \sqrt{5} - 1$ است. مساحت مربع را حساب کنید.

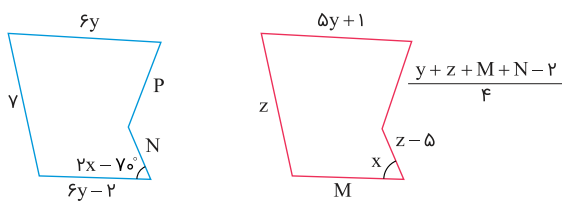


دو شکل زیر، با یک تقارن محوری بر هم منطبق می‌شوند. مقادیر x و y کدام‌اند؟



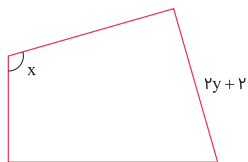
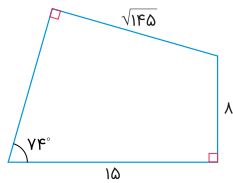
- (۱) $x = 25^\circ$ و $y = 105^\circ$
- (۲) $x = 20^\circ$ و $y = 120^\circ$
- (۳) $x = 25^\circ$ و $y = 120^\circ$
- (۴) $x = 20^\circ$ و $y = 105^\circ$

دو شکل زیر با انتقال بر هم منطبق می‌شوند. حاصل $x + y + z + M + N + P$ کدام است؟



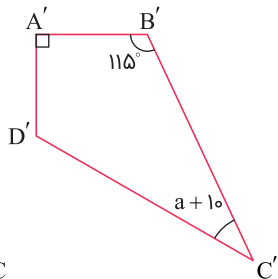
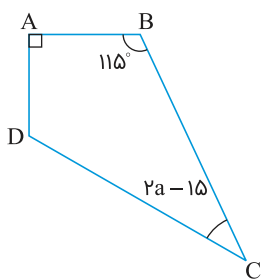
- (۱) ۸۰
- (۲) ۸۲
- (۳) ۸۵
- (۴) ۸۷

شکل سمت چپ را نسبت به خط چین قرینه کرده ایم. در شکل سمت راست مجموع مقادیر $x + y$ کدام است؟



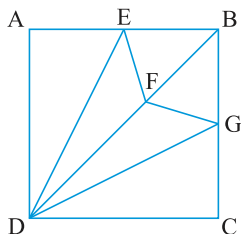
- (۱) ۱۰۶
- (۲) ۱۱۱
- (۳) ۱۰۸
- (۴) ۱۰۲

چهار ضلعی‌های $ABCD$ و $A'B'C'D'$ هم‌نهشت‌اند. زاویه ADC چند درجه است؟

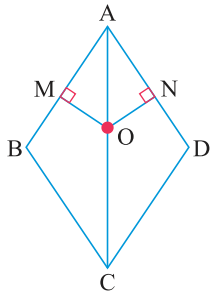


- (۱) ۱۲۰
- (۲) ۱۳۰
- (۳) ۱۱۵
- (۴) ۱۴۰

در شکل زیر، چهار ضلعی $ABCD$ مربع است. تمام اشکال به وجود آمده در شکل دوبه‌دو با هم هم‌نهشت هستند. چند رابطه هم‌نهشتی برای تمام سه ضلعی‌ها و چهار ضلعی‌های روی شکل می‌توان نوشت؟

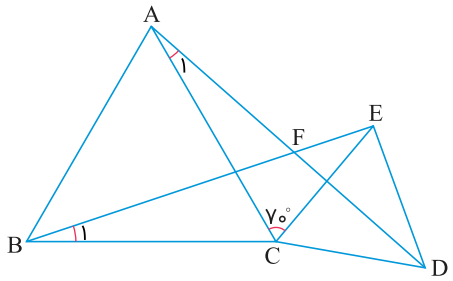


- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۷



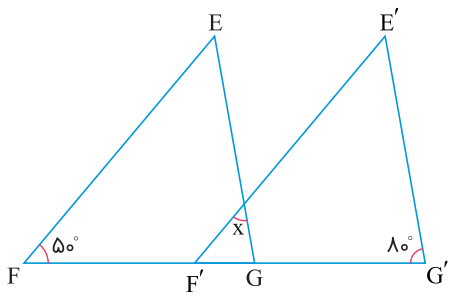
- (۱) ض‌ض‌ض
- (۲) ض‌ض‌ز
- (۳) ض‌ض‌ض‌ض
- (۴) موارد (۱) و (۲)

در شکل زیر $\triangle ABC$ و $\triangle ECD$ متساوی‌الاضلاع هستند. زاویه \widehat{AFB} چند درجه است؟



- (۱) 40°
- (۲) 45°
- (۳) 50°
- (۴) 60°

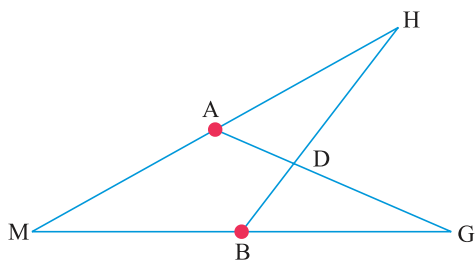
دو مثلث EFG و $E'F'G'$ هم‌نهشت می‌باشند، اندازه زاویه x چند درجه است؟



- (۱) 50°
- (۲) 60°
- (۳) 80°
- (۴) 45°

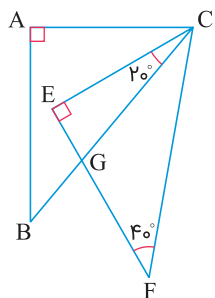
- (۱) اگر مساحت دو مثلث برابر باشد، آن دو مثلث هم‌نهشت‌اند.
- (۲) از دو مثلث مساوی، اگر یکی متساوی‌الساقین باشد، دیگری نیز متساوی‌الساقین است.
- (۳) یک مثلث متساوی‌الاضلاع می‌تواند با یک مثلث قائم‌الزاویه هم‌نهشت باشد.
- (۴) یک مثلث قائم‌الزاویه هیچ‌گاه با یک مثلث متساوی‌الساقین هم‌نهشت نیست.

در شکل زیر نقاط A و B طوری قرار گرفته‌اند که فاصله آن‌ها از نقطه M برابر است. اگر $AH = BG = ۴۳$ و $BH = ۸۸$ باشد، طول AG کدام است؟



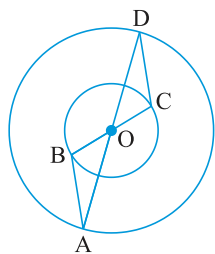
- (۱) ۸۸
- (۲) ۸۳
- (۳) ۴۸
- (۴) ۴۵

مثلث‌های قائم‌الزاویه ABC و FEC با هم هم‌نهشت‌اند و $BC = FC$ است. اندازه زاویه FGC چند درجه است؟



- (۱) ۹۰°
- (۲) ۱۱۰°
- (۳) ۷۰°
- (۴) ۱۰۰°

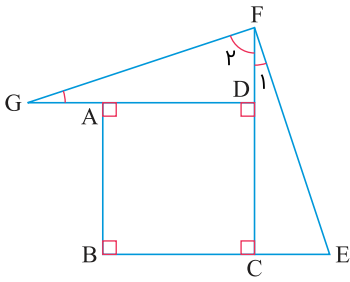
در شکل زیر O مرکز دو دایره است. به کدام حالت دو مثلث OAB و OCD هم‌نهشت هستند؟



- (۱) ض ض ض
- (۲) ض ض ض
- (۳) ز ض ز
- (۴) ز ز ز

چهار ضلعی ABCD مربع است و $CE = DF = AG$ می‌باشد. زاویه EFG کدام است؟

۲۶



(۱) ۷۵

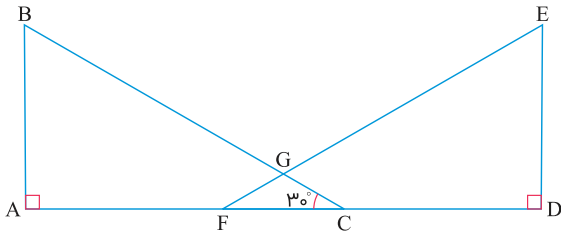
(۲) ۸۰

(۳) ۸۵

(۴) ۹۰

در شکل زیر دو مثلث ABC و DEF قابل انطباق اند. اندازه زاویه EGC چقدر است؟

۲۷



(۱) ۳۰ درجه

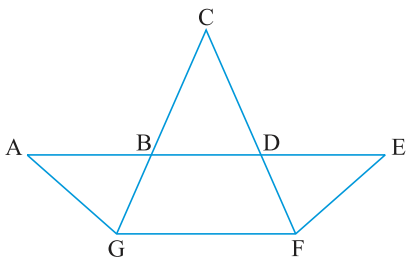
(۲) ۶۰ درجه

(۳) ۱۲۰ درجه

(۴) ۱۵۰ درجه

در شکل زیر، چهار ضلعی‌های AEFG و BDFG دوزنقه متساوی‌الساقین هستند. دلیل تساوی مثلث‌های ABG و DEF کدام است؟

۲۸



(۱) (ض ض ض)

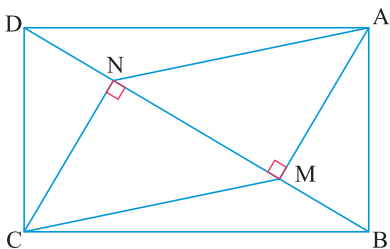
(۲) (ض ز ز)

(۳) (ض ض ض)

(۴) دلایل کافی برای تساوی دو مثلث وجود ندارد.

در مستطیل ABCD (شکل زیر) AM و CN را بر قطر BD عمود کرده‌ایم. چند جفت مثلث هم‌زهشت در شکل می‌بینید؟

۲۹



(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۷

در شکل زیر $P\hat{A}C = P\hat{A}B$ و $AB = AC$ است. اگر $\hat{A}PC = 110^\circ$ ، آنگاه $P\hat{B}C$ چند درجه است؟

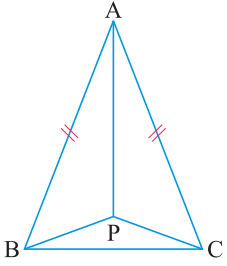
۳۰

(۱) 20°

(۲) 40°

(۳) 70°

(۴) 75°



ثابت کنید در مثلث متساوی الساقین، میانه وارد بر قاعده، زاویه بین دو ساق را نصف می‌کند.

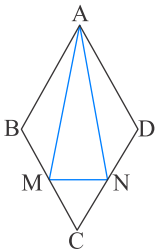
۳۱

ثابت کنید قطرهای دوزنقه متساوی الساقین، باهم برابرند.

۳۲

در لوزی زیر، M وسط BC و N وسط DC است. ثابت کنید دو مثلث ABM و ADN همنهشت هستند.

۳۳



باتوجه به شش ضلعی منتظم $HQDEF G$ ، به کدام حالت دو مثلث AHG و BGF باهم برابر هستند؟

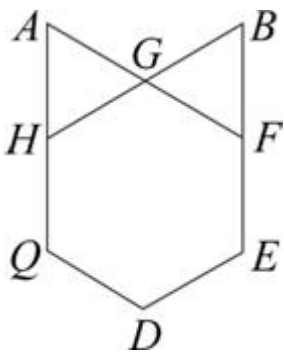
۳۴

(۱) (ضضض)

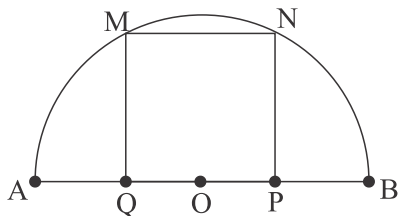
(۲) (رضز)

(۳) (ضضض)

(۴) هر سه حالت

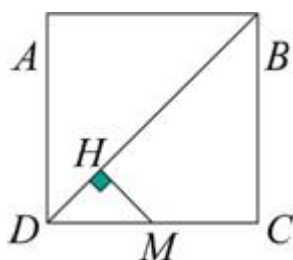


در نیم‌دایره‌ای به قطر $AB = 2R$ مربعی محاط می‌کنیم که یک ضلع آن بر AB واقع باشد. مساحت مربع را برحسب R بنویسید.



از نقطه M ، وسط پاره‌خط AB بر دو خط موازی a و b عمود رسم کرده‌ایم. ثابت کنید دو مثلث ایجادشده هم‌نهشت هستند. (نقطه A روی خط a و نقطه B روی خط b می‌باشد و پاره‌خط AB مورب است)

در شکل زیر چهار ضلعی $ABCD$ مربع است و HB با هر ضلع مربع برابر است. در این صورت اندازه زاویه \widehat{HMB} کدام است؟



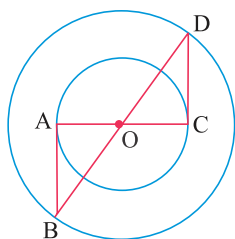
- (۱) ۳۰
- (۲) ۲۲/۵
- (۳) ۴۵
- (۴) ۶۷/۵

چه تعداد از عبارات زیر صحیح است؟

- هر دو مستطیل دلخواه متشابه‌اند.
- هر دو مثلث متساوی‌الساقین که یک رأس قائمه دارند، متشابه‌اند.
- هر دو مثلث متشابه، هم‌نهشت هستند.
- چهارضلعی که هر دو زاویه مجاور آن، مکمل باشند، یک متوازی‌الاضلاع است.

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

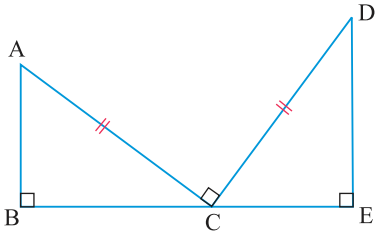
در اثبات مسئله "در شکل زیر O مرکز دایره و AB و CD مماس بر دایره کوچک است، ثابت کنید $AB = CD$ " از کدام حالت هم‌نهشتی نمی‌توان استفاده کرد؟



- (۱) وتر و یک ضلع
- (۲) وتر و یک زاویه تند
- (۳) ض ض ض
- (۴) ض ض ض

در شکل زیر $AC = CD$ است. دو مثلث ABC و CDE بنا به کدام حالت هم‌نهشت هستند؟

۴۰



(۱) وتر و یک زاویه تند

(۲) وتر و یک ضلع

(۳) زض ز

(۴) گزینه ۱ و ۳

در اثبات "در یک دایره اگر دو کمان برابر باشند، وترهای نظیر آن‌ها باهم برابرند." از کدام حالت هم‌نهشتی استفاده شده است؟

۴۱

(۲) (ضضز)

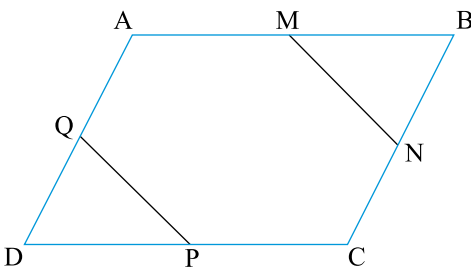
(۱) (ضضض)

(۴) (ضضض) و (ضضض)

(۳) (ضضض)

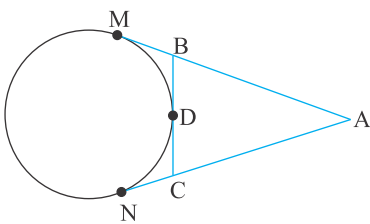
در شکل زیر چهار ضلعی $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است و M, N, P, Q وسط اضلاع آن می‌باشند. ثابت کنید $\overline{MN} = \overline{PQ}$ است.

۴۲



در شکل زیر، \overline{AM} ، \overline{AN} و \overline{BC} بر دایره مماس هستند. اگر $\overline{AM} = ۱۰$ باشد، محیط مثلث ABC کدام است؟

۴۳



(۱) ۱۰

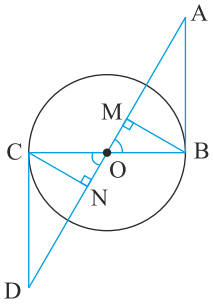
(۲) ۲۰

(۳) ۱۵

(۴) ۳۰

در شکل زیر، چند جفت مثلث هم‌نهشت وجود دارد؟ (AB و CD مماس بر دایره و O مرکز دایره)

۴۴



- (۱) یک
- (۲) دو
- (۳) سه
- (۴) چهار

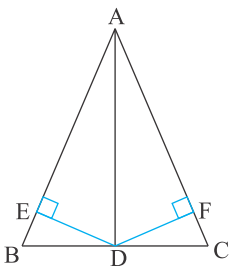
مساحت یک شش ضلعی منتظم به ضلع $\sqrt{3}$ ، چندبرابر مساحت مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقینی به وتر ۶ است؟

۴۵

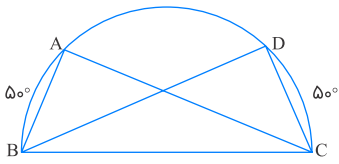
- (۱) $\sqrt{3}$
- (۲) $3\sqrt{3}$
- (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

در شکل زیر، با اضافه‌شدن کدام‌یک از فرض‌های زیر، می‌توان هم‌نهشتی دو مثلث ADE و ADF را نتیجه گرفت؟

۴۶

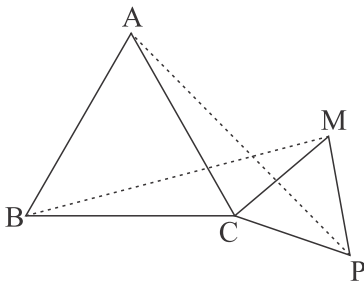


- (۱) مثلث ABC متساوی‌الساقین است.
- (۲) $BE = CF$
- (۳) نقطه D روی نیمساز زاویه A است.
- (۴) AD میانه وارد بر ضلع BC است.



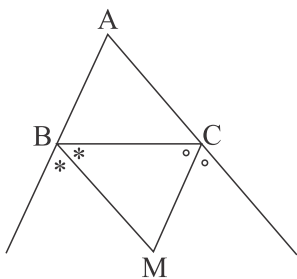
- (۱) وتر و یک ضلع قائمه
- (۲) وتر و یک زاویه حاده
- (۳) دو زاویه و ضلع بین
- (۴) هر سه گزینه

دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle MCP$ هر دو متساوی‌الاضلاع هستند. ثابت کنید: $BM = AP$

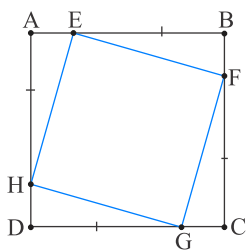


ثابت کنید قطرهای هر متوازی‌الاضلاع یکدیگر را نصف می‌کنند.

ثابت کنید در هر مثلثی مانند ABC اگر BM و CM نیمساز زاویه‌های خارجی \hat{B} و \hat{C} باشند، داریم: $\hat{M} = 90^\circ - \frac{\hat{A}}{2}$



در شکل زیر اگر ABCD مربع باشد، برای شکل EFGH کدام صحیح‌تر است؟



- (۱) لوزی
- (۲) مربع
- (۳) مستطیل
- (۴) متوازی‌الاضلاع

از برخورد نیمسازهای زوایای داخلی هر متوازی‌الاضلاع چه شکلی به وجود می‌آید؟

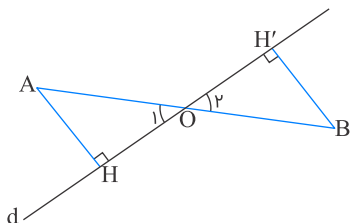
- (۱) لوزی
- (۲) مربع
- (۳) متوازی‌الاضلاع
- (۴) مستطیل

ثابت کنید اگر در یک چهار ضلعی، قطرهای عمودمنصف یکدیگر باشند، آن چهار ضلعی لوزی است.

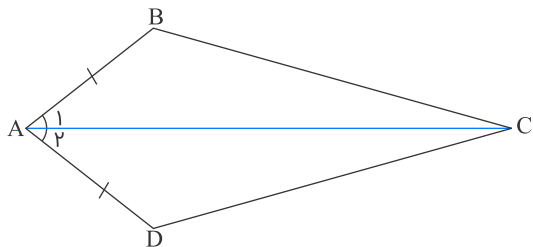
در مثلثی به ابعاد ۵ و ۸ و $\sqrt{41}$ ، طول بلندترین ارتفاع مثلث، برابر کدام گزینه است؟

- (۱) ۶/۴
- (۲) ۴/۸
- (۳) ۷/۲
- (۴) ۵/۴

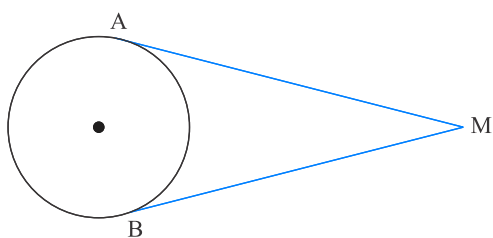
در شکل زیر خط d از وسط پاره خط AB می‌گذرد و فاصله دو نقطه A و B از خط d به یک فاصله است. ثابت کنید $OH = OH'$. (نوشتن فرض و حکم الزامی نیست)



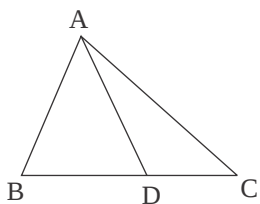
در شکل زیر پاره خط AC نیمساز زاویه \hat{A} است و اضلاع AB و AD برابرند. ثابت کنید $\overline{BC} = \overline{DC}$.



از نقطه M خارج از دایره، دو مماس MA و MB را بر دایره رسم نموده‌ایم. آیا اندازه این دو مماس برابر است؟ درستی ادعای خود را ثابت کنید.



در شکل زیر $AB = AD$ و طول پاره‌خط‌های BD و AB و AC به ترتیب ۴ و ۵ و ۱۳ واحد بیشتر از طول پاره خط DC است. طول پاره خط DC چقدر است؟



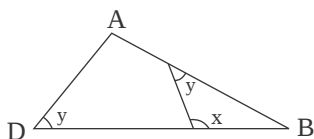
(۱) $4\sqrt{3}$

(۲) ۸

(۳) $9\sqrt{3}$

(۴) ۱۲

باتوجه به شکل زیر $\frac{A}{B}$ کدام گزینه است؟



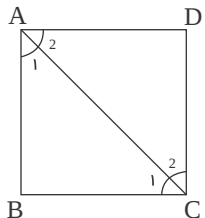
(۱) $\frac{x}{180 - (x + y)}$

(۲) $\frac{3y}{180 - x}$

(۳) $\frac{180 - (x + y)}{x}$

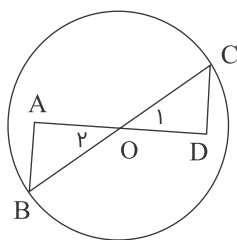
(۴) $\frac{180 - (2x - y)}{y}$

در مسئله ثابت کنید قطر AC از مربع ABCD، نیمساز زاویه‌های A و C است. کدام حالت، برای اثبات همبستگی مثلث‌های ABC و ADC نادرست است؟



- (۱) (ضضض)
- (۲) وتر و یک ضلع
- (۳) (زضز)
- (۴) (ضضض)

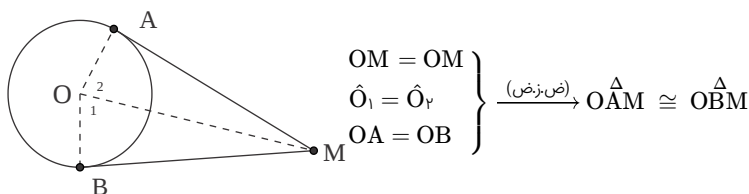
باتوجه به شکل زیر، با در نظر گرفتن کدام گزینه به عنوان فرض مسئله نمی‌توان همبستگی دو مثلث را نتیجه گرفت؟ (O مرکز دایره است و دو زاویه O_۱ و O_۲ متقابل به رأس هستند)



- (۱) AB || CD
- (۲) AB = CD
- (۳) A = D
- (۴) AO = OD

از نقطه M خارج از دایره، دو مماس MA و MB را بر دایره رسم کرده‌ایم. در زیر اثباتی آورده شده است که نشان می‌دهد اندازه این دو مماس باهم برابر هستند (O مرکز دایره است).

اثبات: ابتدا همبستگی دو مثلث OAM و OBM را اثبات می‌کنیم.

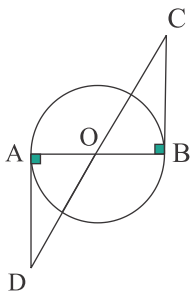


از تساوی اجزای متناظر این دو مثلث نتیجه می‌گیریم که AM = BM است.

اشکال استدلال داده‌شده را بیابید و آن را اصلاح کنید.

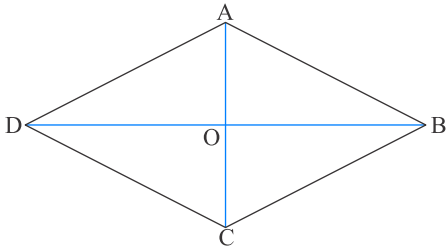
آیا می‌توان با استدلالی مشابه، این خاصیت را به هر نقطه دیگر نیز تعمیم داد و گفت به‌طور کلی طول دو مماسی که از هر نقطه واقع در خارج دایره بر دایره رسم می‌شود، مساوی است؟ چرا؟

در شکل زیر O مرکز دایره است. نشان دهید AD = BC.



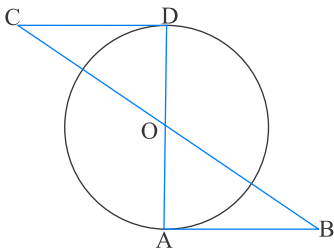
می‌دانیم هر لوزی یک متوازی‌الاضلاع است و در همه متوازی‌الاضلاع‌ها، قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند. با استفاده از این موضوع ثابت کنید در یک لوزی، قطرهای بر هم عمود هستند.

۶۴



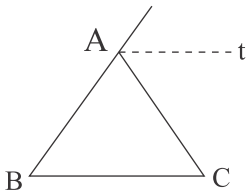
در شکل زیر نقطه O مرکز دایره است و AB و CD بر دایره مماس هستند. ثابت کنید دو مثلث CDO و ABO هم‌نهشت‌اند.

۶۵



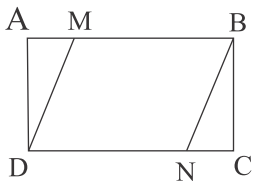
مثلث $\triangle ABC$ در رأس A متساوی‌الساقین است. At موازی BC رسم شده است. ثابت کنید At نیمساز زاویه خارجی A است.

۶۶

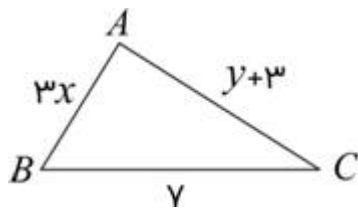
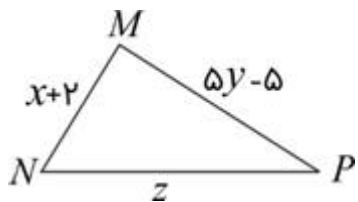


چهار ضلعی ABCD مستطیل است. اگر $AM=NC$ باشد، ثابت کنید چهار ضلعی MBND متوازی‌الاضلاع است.

۶۷



دو مثلث ABC و MNP با هم هم‌نهشت‌اند. کدام گزینه نادرست است؟



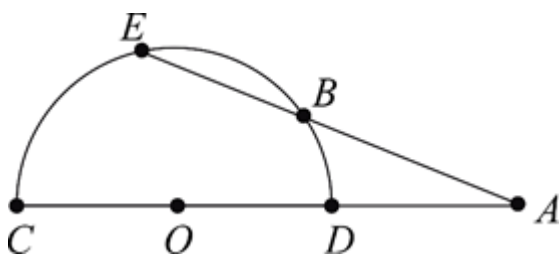
(۱) $z = 7, x = 1$

(۲) $\overline{AB} = 3, y = 2$

(۳) $\overline{MP} = 5, z = 7$

(۴) $\hat{B} = \hat{N}, \hat{A} = \hat{P}$

در شکل زیر، AB برابر شعاع نیم‌دایره بوده و اگر $\hat{A} = 15^\circ$ درجه باشد، کمان CE چند درجه است؟



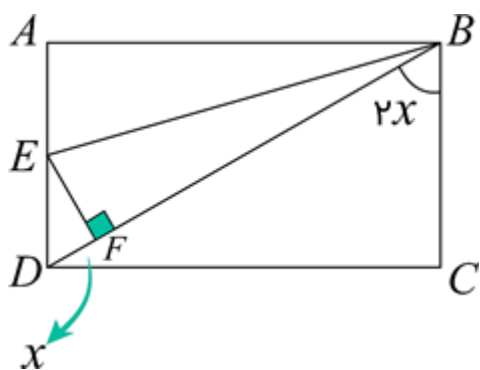
(۱) ۷۵

(۲) ۶۰

(۳) ۴۵

(۴) ۳۰

چهار ضلعی $ABCD$ مستطیل است و نقطه F روی قطر آن طوری قرار گرفته است که BF با طول مستطیل برابر است. اندازه زاویه \hat{EBC} کدام است؟



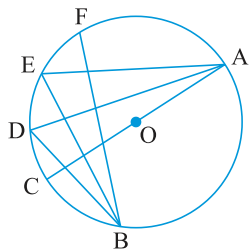
(۱) ۵۷/۵

(۲) ۶۵

(۳) ۶۷/۵

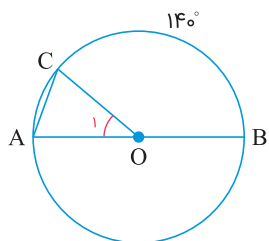
(۴) ۷۵

در شکل زیر AD نیمساز زاویه EAC و BE نیمساز زاویه FBD است. اگر زاویه FBE برابر ۲۰ درجه باشد، کمان AE چند درجه است؟



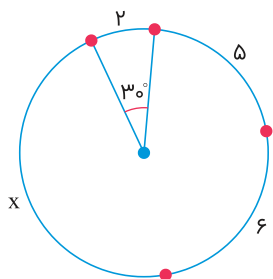
- (۱) 90°
- (۲) 100°
- (۳) 110°
- (۴) 120°

باتوجه به شکل زیر زاویه C چند درجه است؟



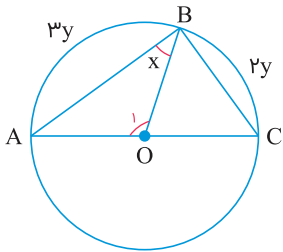
- (۱) 60°
- (۲) 65°
- (۳) 70°
- (۴) 75°

دایره‌ای مطابق شکل به چهار کمان به نسبت ۲، ۵، ۶ و X تقسیم شده است. زاویه مرکزی روبه‌رو به کمان با نسبت ۲ برابر با ۳۰ درجه است. X کدام است؟



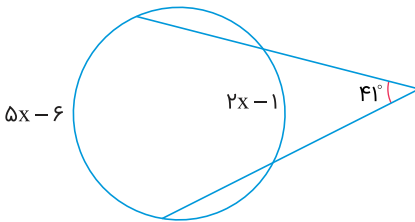
- (۱) ۸
- (۲) ۹
- (۳) ۱۰
- (۴) ۱۱

در شکل زیر اندازه $x + y$ برحسب درجه کدام است؟



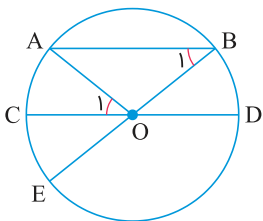
- (۱) ۳۶
- (۲) ۱۰۸
- (۳) ۷۲
- (۴) ۵۴

در شکل زیر x کدام است؟



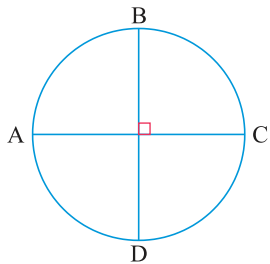
- (۱) ۳۰
- (۲) ۲۹
- (۳) ۳۱
- (۴) ۲۸

در شکل زیر وترهای AB و CD موازی هستند و اندازه کمان AE برابر با 40 درجه است. اندازه زاویه O_1 چند درجه است؟



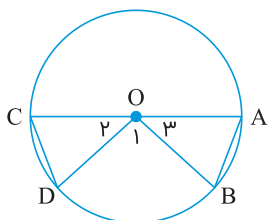
- (۱) 40°
- (۲) 20°
- (۳) 15°
- (۴) 25°

در شکل زیر دو قطر عمود بر هم رسم کرده‌ایم. اگر $r = 1$ باشد، طول \widehat{BAC} چقدر است؟



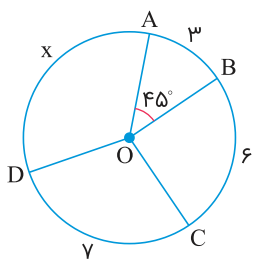
- (۱) $\frac{\pi}{4}$
- (۲) $\frac{\pi}{2}$
- (۳) $\frac{3\pi}{4}$
- (۴) $\frac{3\pi}{2}$

در شکل زیر اندازه وترهای AB و CD با هم مساوی است و AC قطر دایره است. اندازه زاویه $\widehat{O_1}$ کدام است؟ ($\widehat{AB} = 42^\circ$)



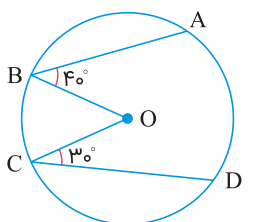
- (۱) 80
- (۲) 86
- (۳) 100
- (۴) 96

دایره‌ای مطابق شکل زیر به چهار کمان به نسبت‌های داده‌شده تقسیم شده است. x چه کسری از محیط دایره است؟ (O مرکز دایره است)



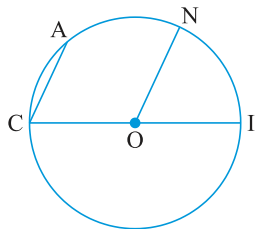
- (۱) $\frac{1}{6}$
- (۲) $\frac{1}{8}$
- (۳) $\frac{1}{3}$
- (۴) $\frac{1}{4}$

در شکل زیر اگر O مرکز دایره باشد، مقدار $\widehat{AD} + \widehat{BC}$ کدام است؟



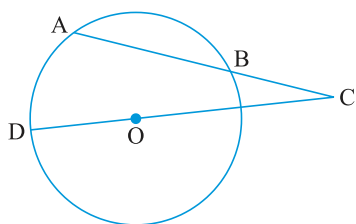
- (۱) 120
- (۲) 130
- (۳) 140
- (۴) 150

در شکل زیر، CI قطر دایره است و $CA \parallel ON$ ، اگر $\widehat{AC} = 50^\circ$ ، اندازه زاویه NOI چند درجه است؟



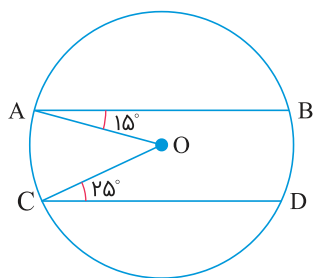
- (۱) ۵۵
- (۲) ۶۰
- (۳) ۶۵
- (۴) ۷۰

در شکل زیر BC مساوی شعاع دایره است. اگر $\widehat{C} = 20^\circ$ باشد، کمان AD چند درجه است؟



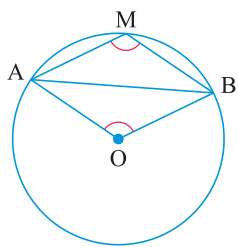
- (۱) ۴۰
- (۲) ۴۵
- (۳) ۵۰
- (۴) ۶۰

در شکل زیر، اندازه $\widehat{BD} + \widehat{AC}$ چند درجه است؟



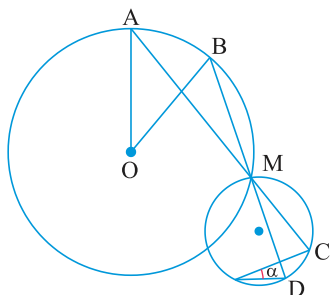
- (۱) ۷۵
- (۲) ۸۰
- (۳) ۹۰
- (۴) ۱۱۰

نقطه O مرکز دایره و نقطه M واقع بر محیط آن را به دو سر وتر AB از این دایره وصل می‌کنیم. در صورتی‌که دو زاویه AOB و AMB مساوی باشند، اندازه هر یک از این دو زاویه کدام است؟



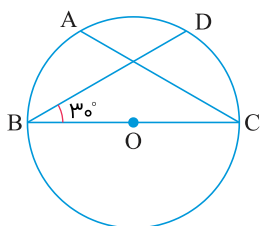
- (۱) 110° و 115°
- (۲) 120° و 125°
- (۳) 115° و 115°
- (۴) 125° و 125°

در شکل زیر $\hat{O} = 40^\circ$. زاویه α چند درجه است؟ (O مرکز دایره است)



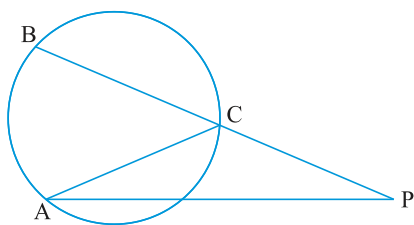
- (۱) 40°
- (۲) 30°
- (۳) 25°
- (۴) 20°

در شکل زیر BC قطر دایره، D وسط کمان AC و $\hat{D}BC = 30^\circ$ است. اندازه زاویه ACB چند درجه است؟



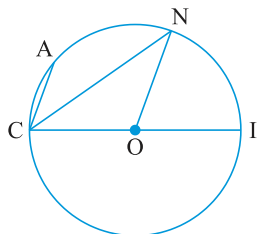
- (۱) 20°
- (۲) 60°
- (۳) 45°
- (۴) 30°

اگر زاویه P برابر با ۲۳ درجه باشد و مثلث ACP متساوی‌الساقین باشد، آنگاه کمان AB چند درجه است؟



- (۱) 69°
- (۲) 74°
- (۳) 86°
- (۴) 92°

در شکل زیر CI قطر دایره و $CA \parallel ON$. اگر زاویه ACO برابر با 70° درجه باشد، آنگاه اندازه زاویه CNO کدام است؟



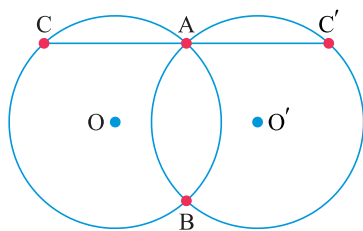
(۱) $27/5^\circ$

(۲) 35°

(۳) 35°

(۴) $32/5^\circ$

در شکل زیر، دو دایره مساوی متقاطع اند. قاطع CAC' را رسم می‌کنیم. مثلث CBC' همواره است.



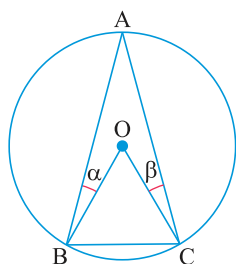
(۱) متساوی‌الاضلاع است.

(۲) قائم‌الزاویه است.

(۳) متساوی‌الساقین است.

(۴) قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است.

در شکل زیر مثلث OBC متساوی‌الساقین است. حاصل $\alpha + \beta$ چند درجه است؟ (O مرکز دایره است)



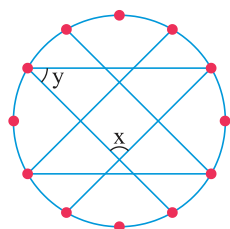
(۱) ۱۰

(۲) ۲۰

(۳) ۳۰

(۴) ۴۰

در شکل زیر، دایره را به ۱۲ کمان مساوی تقسیم کرده‌ایم. اندازه زاویه $x + y$ کدام است؟



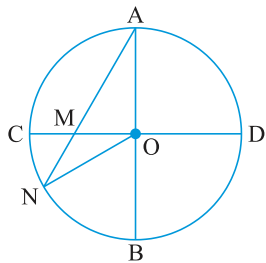
(۱) ۱۰۰

(۲) ۱۳۵

(۳) ۱۲۰

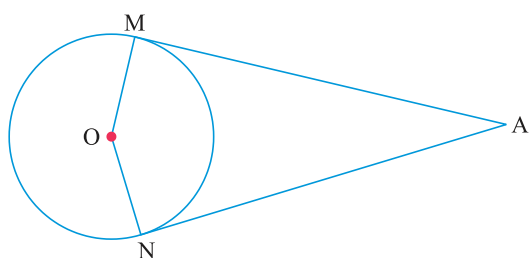
(۴) ۹۰

در شکل زیر، دو قطر AB و CD برهم عمودند و $OM = MN$. اندازه کمان BN چقدر است؟



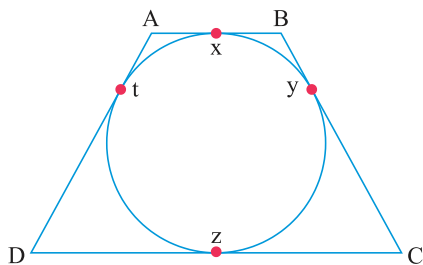
- (۱) 50°
- (۲) 30°
- (۳) 60°
- (۴) 45°

محیط چهار ضلعی $AMON$ ، 20 cm و شعاع دایره 3 cm است. با فرض اینکه AM و AN بر دایره مماس هستند، اندازه AM کدام است؟



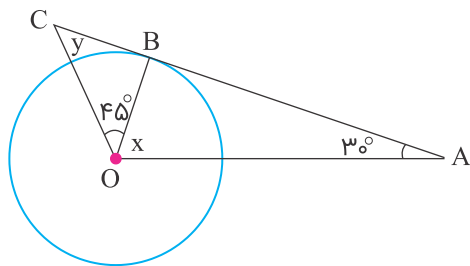
- (۱) ۱۴
- (۲) ۷
- (۳) $3/5$
- (۴) ۴

ذوزنقه زیر متساوی الساقین است. اگر $AB = 10$ و $CD = 30$ باشد، طول ساق ذوزنقه کدام است؟

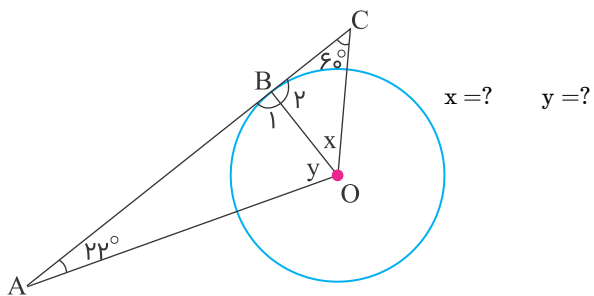


- (۱) ۲۰
- (۲) ۲۵
- (۳) ۳۰
- (۴) ۳۵

اگر پاره خط AC مماس بر دایره باشد، اندازه زاویه‌های خواسته شده در شکل‌های زیر را مشخص کنید.

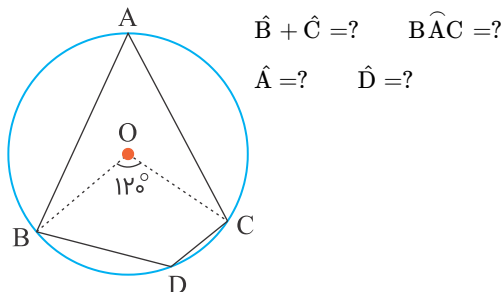


$x = ?$ $y = ?$



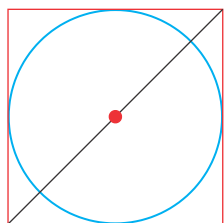
باتوجه به شکل زیر، اندازه زاویه‌ها و کمان‌های خواسته شده را به دست آورید.

۹۶



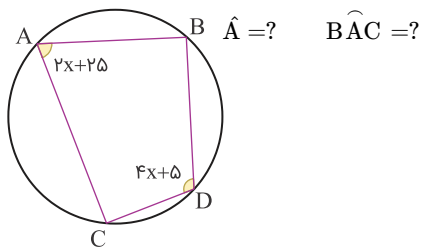
در شکل زیر قطر مربع ۳۰ سانتی‌متر است. اگر دایره بر چهار ضلع مربع مماس باشد، شعاع دایره را مشخص کنید.

۹۷



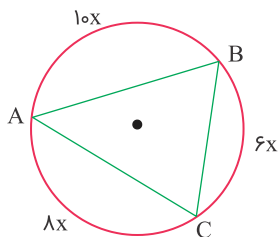
باتوجه به شکل، مقادیرهای خواسته شده را به دست آورید.

۹۸



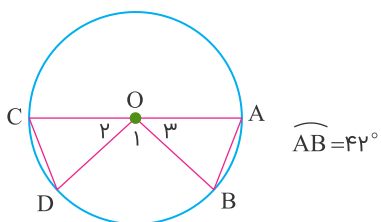
در شکل زیر، ابتدا مقدار x را مشخص کرده و سپس اندازه زاویه‌ها و کمان‌ها را به دست آورید.

۹۹



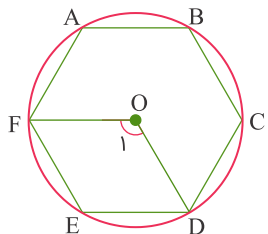
در شکل زیر اندازه وترهای AB و CD باهم مساوی است. اندازه زاویه \hat{O}_1 را مشخص کنید.

۱۰۰



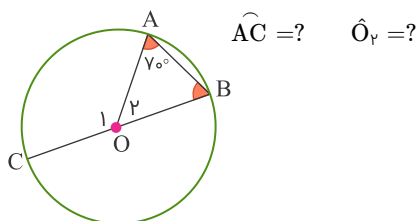
شش ضلعی $ABCDEF$ منتظم است. اندازه زاویه \hat{O}_1 را حساب کنید.

۱۰۱



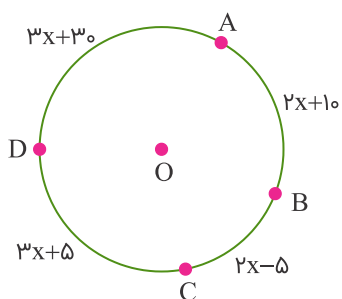
اندازه زاویه و کمان خواسته شده را به دست آورید.

۱۰۲



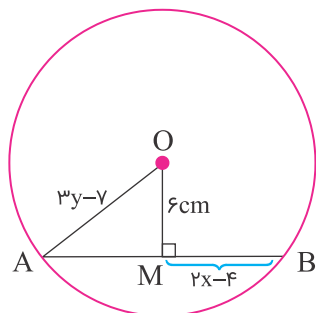
در شکل زیر، اندازه هر یک از کمان های \widehat{AB} ، \widehat{BC} ، \widehat{CD} و \widehat{DA} را مشخص کنید. (اندازه کمان ها بر حسب x روی آن ها نوشته شده است)

۱۰۳



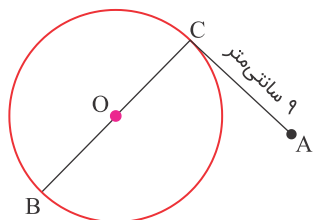
در شکل زیر، وتر AB برابر ۶ سانتی متر است. مقادیر x و y را بیابید.

۱۰۴



در شکل زیر AC بر دایره مماس است. فاصله نقطه A تا نقطه B را مشخص کنید. (شعاع دایره ۶ سانتی متر است)

۱۰۵



$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_3 = \hat{B}_1 = \hat{B}_3 \\ \hat{A}_2 = \hat{A}_4 = \hat{B}_2 = \hat{B}_4 \end{cases}$$

۱

گزینه ۴

۲

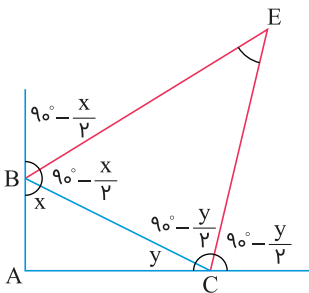
اگر اندازه آن زاویه برابر با x درجه باشد، آنگاه مجموع بقیه زاویه‌ها $3x$ می‌شود. حال مجموع چهار زاویه را حساب می‌کنیم:

$$x + 3x = 360^\circ \Rightarrow 4x = 360^\circ \Rightarrow x = 90^\circ$$

گزینه ۲

۳

اندازه زوایای تشکیل‌شده به‌کمک نیمساز دو زاویه برابر با $90^\circ - \frac{x}{2}$ و $90^\circ - \frac{y}{2}$ خواهد بود. داریم:



$$\hat{A} + \hat{x} + \hat{y} = 180^\circ \xrightarrow{\hat{A}=90^\circ} \hat{x} + \hat{y} = 90^\circ$$

$$90^\circ - \frac{\hat{x}}{2} + 90^\circ - \frac{\hat{y}}{2} + \hat{E} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{E} = \frac{\hat{x}}{2} + \frac{\hat{y}}{2} = \frac{\hat{x} + \hat{y}}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

گزینه ۳

۴

$$(n-2) \times 180^\circ = 1980^\circ \Rightarrow n-2 = 11 \Rightarrow n = 13$$

چون n فرد است پس شکل مرکز تقارن ندارد، اما ۱۳ محور تقارن دارد.

گزینه ۲

۵

چون مثلث متساوی‌الاضلاع است و در یک ضلع با متوازی‌الاضلاع مشترک است و از آنجاکه اضلاع روبه‌رو در متوازی‌الاضلاع باهم برابرند، بنابراین دو ضلعی که اندازه آن‌ها روی شکل مشخص شده‌اند، باهم برابرند، پس:

$$5x - 75 = 3x + 15 \Rightarrow 2x = 90 \Rightarrow x = 45 \text{ واحد}$$

$$\vec{c} = -2\vec{a} - 3\vec{b}$$

الف ۶

$$\vec{c} = 4\vec{a} + \vec{b}$$

ب

$$\vec{x} - \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

الف 7

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix} + \vec{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$$

ب

$$\begin{bmatrix} 4 \\ -11 \end{bmatrix} + 3\vec{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix} + \vec{x} \Rightarrow 2\vec{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ -11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

ب

$$\begin{bmatrix} 12 \\ 17 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix} + 3\vec{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} - 2\vec{x} \Rightarrow 5\vec{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 12 \\ 17 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow 5\vec{x} = \begin{bmatrix} -5 \\ -20 \end{bmatrix}$$

ت

$$\Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \vec{a} = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix} \\ \vec{b} = \begin{bmatrix} -6 \\ 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 7 \end{bmatrix} \\ \vec{c} = \begin{bmatrix} -6 \\ 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -18 \\ 21 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -24 \\ 31 \end{bmatrix} \end{cases}$$

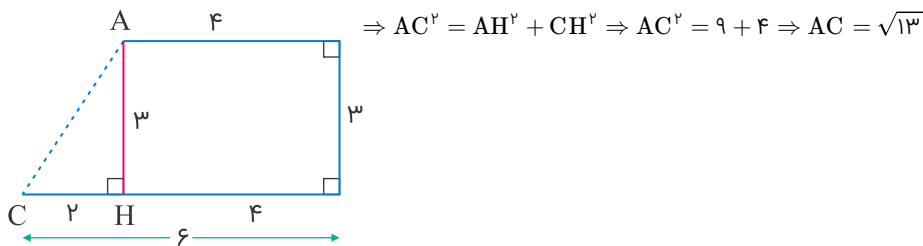
الف 8

$$\begin{cases} \vec{a} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{i} = \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \end{bmatrix} \\ \vec{b} = \begin{bmatrix} 21 \\ -6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ -3 \end{bmatrix} \\ \vec{c} = 2 \times \left(\begin{bmatrix} 7 \\ -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 16 \\ -3 \end{bmatrix} \right) = 2 \times \begin{bmatrix} -9 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -18 \\ 2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

ب

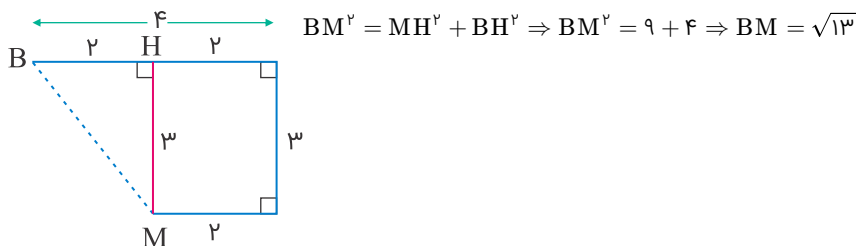
از نقطه A بر نقطه H عمود می‌کنیم. مثلث قائم‌الزاویه ACH تشکیل می‌شود.

الف 9

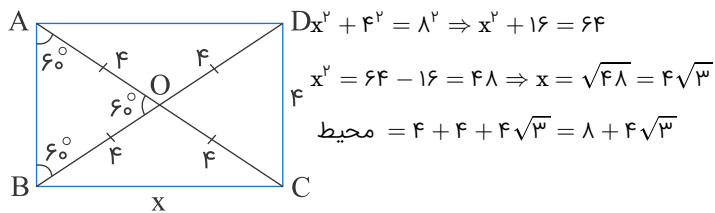


از نقطه M بر H عمود می‌کنیم و مثلث MHB تشکیل می‌شود.

ب



در مستطیل قطرها همدیگر را نصف می‌کنند؛ پس عرض مستطیل با نصف قطر در این شکل برابر است:



در مثلث OHC داریم:

$$\hat{O} = 180 - 90 - 60 = 30^\circ$$

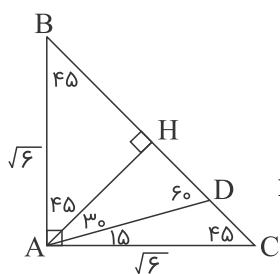
در مثلث قائم‌الزاویه ضلع روبه‌رو به زاویه $\hat{O} = 30^\circ$ نصف وتر است؛ بنابراین داریم:

$$OH = 2CH \Rightarrow OH = 2 \times 1 = 2$$

$$OT^2 = (\sqrt{5})^2 + 2^2 = 5 + 4 = 9 \Rightarrow OT = 3 \Rightarrow OD = 3$$

$$OH^2 = OC^2 + CH^2 \Rightarrow 4 = OC^2 + 1 \Rightarrow OC = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow CD = 3 - \sqrt{3}$$



مثلث ABC متساوی‌الساقین است.

همچنین $\triangle BHA$ نیز متساوی‌الساقین است، پس $BH = AH$. طبق قضیه فیثاغورس در مثلث ABH داریم:

$$BH^2 + AH^2 = AB^2 \Rightarrow 2AH^2 = 6 \Rightarrow AH = \sqrt{3}$$

نکته: در مثلث قائم‌الزاویه، ضلع روبه‌رو به زاویه 30° برابر است با نصف وتر.

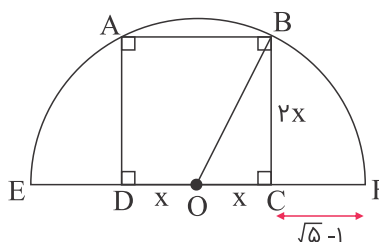
نکته: در مثلث قائم‌الزاویه، ضلع روبه‌رو به زاویه 60° برابر است با $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر.

در مثلث $\triangle AHD$ داریم:

$$60^\circ \text{ ضلع روبه‌رو به زاویه } AH = \frac{\sqrt{3}}{2} AD \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} AD \Rightarrow AD = 2$$

$$30^\circ \text{ ضلع روبه‌رو به زاویه } HD = \frac{1}{2} AD = 1$$

از O به B وصل می‌کنیم تا یک مثلث قائم‌الزاویه ایجاد شود که وتر آن شعاع دایره نیز می‌باشد:



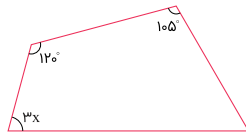
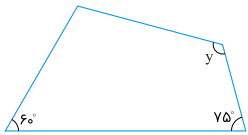
$$\begin{aligned} \triangle OBC \text{ در } : OB^2 &= x^2 + (2x)^2 = x^2 + 4x^2 \\ \Rightarrow OB &= \sqrt{5x^2} = \sqrt{5}x \end{aligned}$$

$$\text{در شکل: } OF = OC + CF = x + \sqrt{5} - 1$$

$$\begin{aligned} OB = OF &\Rightarrow \sqrt{5}x = x + \sqrt{5} - 1 \Rightarrow \sqrt{5}x - x = \sqrt{5} - 1 \\ \Rightarrow x(\sqrt{5} - 1) &= \sqrt{5} - 1 \Rightarrow x = 1 \end{aligned}$$

$$\text{مساحت مربع} = 2x \times 2x = 4x^2 \xrightarrow{x=1} \text{مساحت مربع} = 4$$

باتوجه به اجزای متناظر دو شکل داریم:



$$y = 120^\circ$$

$$3x = 75^\circ \Rightarrow x = \frac{75^\circ}{3} = 25^\circ$$

باتوجه به برابری اجزای متناظر دو شکل هم‌نهشت، داریم:

$$2x - 70^\circ = x \Rightarrow x = 70^\circ$$

$$6y = 5y + 1 \Rightarrow y = 1 \quad (1)$$

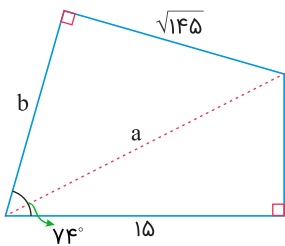
$$z = 7 \quad (2)$$

$$M = 6y - 2 \xrightarrow{(1)} M = 4$$

$$N = z - 5 \xrightarrow{(2)} N = 2$$

$$P = \frac{y+z+M+N-2}{4} \Rightarrow P = \frac{1+7+4+2-2}{4} \Rightarrow P = 3$$

$$\Rightarrow x+y+z+M+N+P = 70+1+7+4+2+3 = 87$$



$$17^2 + 15^2 = a^2 \Rightarrow 64 + 225 = a^2 \Rightarrow 289 = a^2 \Rightarrow a = 17$$

$$b^2 + 145 = 289 \Rightarrow b^2 = 289 - 145 \Rightarrow b^2 = 144 \Rightarrow b = 12$$

$$\Rightarrow b = 2y + 2 \Rightarrow 12 = 2y + 2 \Rightarrow 2y = 10 \Rightarrow y = 5$$

$$\lambda \text{ مجموع زوایای داخلی ۴ ضلعی } : 360 = 74 + 90 + 90 + x$$

$$\Rightarrow 360 = 254 + x \Rightarrow x = 106$$

$$\Rightarrow x + y = 106 + 5 = 111$$

باتوجه به هم‌نهشتی دو شکل، داریم:

$$\hat{C} = \hat{C}' \Rightarrow 2a - 15 = a + 10 \Rightarrow a = 25^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{C} = \hat{C}' = a + 10^\circ = 35^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{ADC} = 360^\circ - (90^\circ + 115^\circ + 35^\circ) = 120^\circ$$

تمام شکل‌هایی که می‌توانند بر هم منطبق شوند را به ترتیب نام می‌بریم:

$$\triangle AED \cong \triangle DGC, \triangle EFD \cong \triangle GFD, \triangle ABD \cong \triangle DBC$$

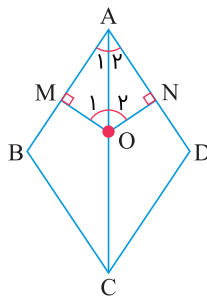
$$\triangle FEB \cong \triangle FGB, \triangle DEB \cong \triangle DGB, \triangle AEFD \cong \triangle CGFD$$

پس ۶ جفت شکل هم‌نهشت در تصویر دیده می‌شود.

می‌دانیم در لوزی قطرهای نیمساز هستند، پس: $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$

از طرفی $\hat{M} = \hat{N} = 90^\circ$ پس: $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$

می‌دانیم هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن به یک فاصله است، پس $MO = NO$ علاوه بر حالت فوق به شکل زیر نیز می‌توان این هم‌نهشتی را ثابت کرد.



$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ AO = AO \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{cases} \xrightarrow{\text{ض.ض.ض.}} \triangle AOM \cong \triangle AON$$

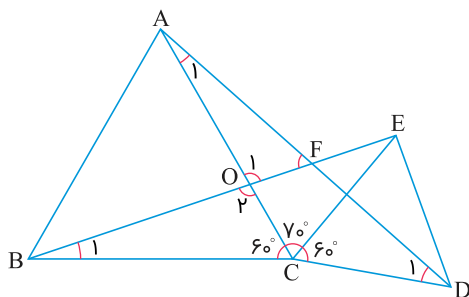
$$\begin{cases} AO = AO \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ MO = NO \end{cases} \xrightarrow{\text{ض.ض.ض.}} \triangle AOM \cong \triangle AON$$

از آنجاکه دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle ECD$ متساوی‌الاضلاع هستند و باتوجه به شکل زیر داریم:

$$\begin{cases} \overline{DC} = \overline{EC} \\ \overline{AC} = \overline{BC} \\ \hat{BCE} = \hat{DCA} = 130^\circ \end{cases} \Rightarrow \triangle ACD \cong \triangle ECB \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{A}_1 \quad (1)$$

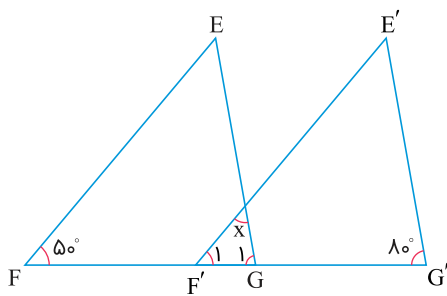
باتوجه به اینکه دو زاویه \hat{O}_1 و \hat{O}_2 در مثلث $\triangle COB$ و $\triangle AOF$ برابرند و رابطه (۱) داریم:

$$\hat{AFB} = \hat{ACB} = 60^\circ$$

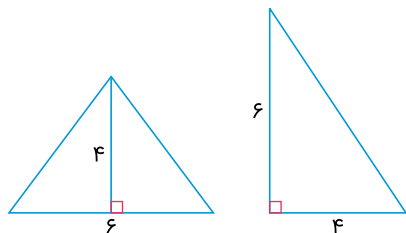


باتوجه به هم‌نهشتی دو مثلث و طبق اجزای متناظر داریم:

$$\begin{cases} \hat{F}'_1 = \hat{F} = 50^\circ \\ \hat{G}'_1 = \hat{G} = 80^\circ \end{cases} \Rightarrow x = 180^\circ - \overbrace{(50^\circ + 80^\circ)}^{130^\circ} = 50^\circ$$



بررسی گزینه ۱: دو مثلث هم‌نهشت مساحت برابر دارند ولی دو مثلث با مساحت برابر الزاماً هم‌نهشت نیستند. به شکل زیر دقت کنید.



بررسی گزینه ۳: شرط هم‌نهشتی برابری زاویه‌هاست، پس مثلث متساوی‌الاضلاع با زاویه‌های داخلی 60° هیچ‌وقت نمی‌تواند با مثلث قائم‌الزاویه که یک زاویه 90° دارد برابر باشد.

بررسی گزینه ۴: مثلث قائم‌الزاویه به شرط برابری اضلاع قائمه، قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین می‌شود پس می‌تواند با مثلث متساوی‌الساقین دیگری برابر باشد.

ابتدا به سراغ هم‌نهشتی دو مثلث موجود می‌رویم:

$$\begin{cases} \hat{M} \text{ مشترک} \\ MG = MH \xrightarrow{\text{ضض}} \triangle BMH \cong \triangle AMG \Rightarrow AG = BH = ۱۱ \\ AM = BM \end{cases}$$

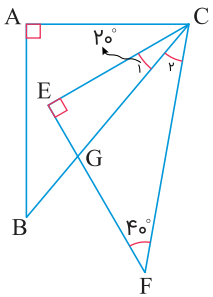
$$\hat{E} + \hat{F} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ$$

$$۹۰^\circ + ۴۰^\circ + \hat{C} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{C} = ۱۸۰^\circ - ۹۰^\circ - ۴۰^\circ = ۵۰^\circ$$

$$\hat{C}_1 + \hat{C}_2 = ۵۰^\circ \Rightarrow ۲۰^\circ + \hat{C}_2 = ۵۰^\circ \Rightarrow \hat{C}_2 = ۵۰^\circ - ۲۰^\circ = ۳۰^\circ$$

$$\hat{C}_2 + \hat{G} + \hat{F} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۳۰^\circ + \hat{G} + ۴۰^\circ = ۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{G} = ۱۸۰^\circ - ۴۰^\circ - ۳۰^\circ = ۱۱۰^\circ$$



$$\begin{cases} \text{شعاع دایره کوچک} : \overline{OB} = \overline{OC} \\ \text{شعاع دایره بزرگ} : \overline{OA} = \overline{OD} \xrightarrow{\text{ضض}} \triangle OAB \cong \triangle OCD \\ \text{متقابل به رأس} : \hat{AOB} = \hat{DOC} \end{cases}$$

$$AD = DC \Rightarrow AD + GA = DC + DF \Rightarrow DG = CF$$

$$\begin{cases} DG = CF \\ \hat{D} = \hat{C} = ۹۰^\circ \Rightarrow \triangle DGF \cong \triangle CEF \Rightarrow \hat{G} = \hat{F}_1 \\ DF = CE \end{cases}$$

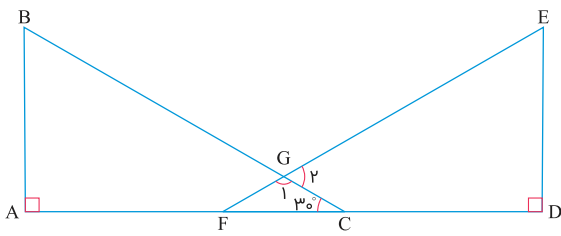
$$\hat{F}_1 + \hat{F}_2 = \hat{G} + \hat{F}_2 = ۱۸۰^\circ - \hat{D} = ۱۸۰^\circ - ۹۰^\circ = ۹۰^\circ$$

$$\hat{C} = \hat{F} = ۳۰^\circ$$

$$\hat{C} + \hat{F} + \hat{G}_1 = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۳۰^\circ + ۳۰^\circ + \hat{G}_1 = ۱۸۰^\circ$$

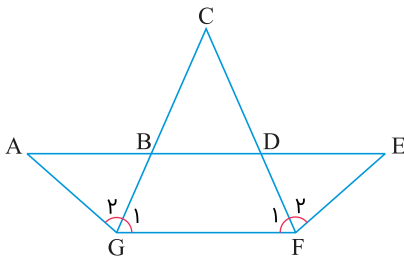
$$\hat{G}_1 = ۱۸۰^\circ - ۳۰^\circ - ۳۰^\circ = ۱۲۰^\circ$$

$$\hat{G}_1 + \hat{G}_2 = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۱۲۰^\circ + \hat{G}_2 = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{G}_2 = ۱۸۰^\circ - ۱۲۰^\circ = ۶۰^\circ$$



گزینه ۳

۲۸



$$AGFE \text{ دوزنقه متساوی الساقین} \Rightarrow \begin{cases} EF = AG \\ \hat{A}\hat{G}\hat{F} = \hat{E}\hat{F}\hat{G} \end{cases} \quad (1)$$

$$BDFG \text{ دوزنقه متساوی الساقین} \Rightarrow \begin{cases} BG = FD \\ \hat{F}_1 = \hat{G}_1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\Rightarrow (1), (2) \hat{F}_2 = \hat{G}_2$$

$$\left. \begin{array}{l} EF = AG \\ BG = FD \\ \hat{G}_2 = \hat{F}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ضریض}} \triangle ABG \cong \triangle DEF$$

گزینه ۳

۲۹

$$\triangle DNC \cong \triangle AMB \quad \triangle CMB \cong \triangle DNA \quad \triangle CMN \cong \triangle ANM$$

$$\triangle CNB \cong \triangle AMD \quad \triangle DCM \cong \triangle ANB \quad \triangle BDC \cong \triangle ABD$$

گزینه ۱

۳۰

$$\begin{cases} AP = AP \\ AB = AC \\ P\hat{A}C = P\hat{A}B \end{cases} \xrightarrow{\text{ضریض}} P\hat{A}C \cong P\hat{A}B$$

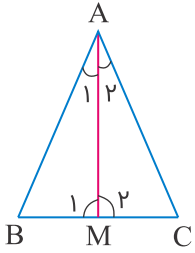
$$\Rightarrow A\hat{P}C = A\hat{P}B = 110^\circ$$

$$BP = CP \Rightarrow P\hat{B}C = P\hat{C}B$$

$$B\hat{P}C = 360^\circ - (110^\circ + 110^\circ) = 360^\circ - 220^\circ = 140^\circ$$

$$\Rightarrow 2P\hat{B}C = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ \Rightarrow P\hat{B}C = 20^\circ$$

از طرفی $A\hat{P}C + A\hat{P}B + B\hat{P}C = 360^\circ$ در نتیجه:

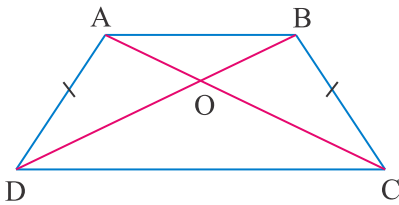


مثلث متساوی‌الساقین است $\Leftarrow AB = AC$

AM میانه است $\Leftarrow BM = MC$

اگر بتوانیم اثبات کنیم که دو مثلث ABM و ACM باهم هم‌نهشت هستند، می‌توانیم حکم را نتیجه بگیریم که $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$.

$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \\ BM = MC \\ AM = AM \text{ مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ABM \cong \triangle ACM \Rightarrow \text{اجزای متناظر} : \begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \\ \hat{B} = \hat{C} \end{cases}$$



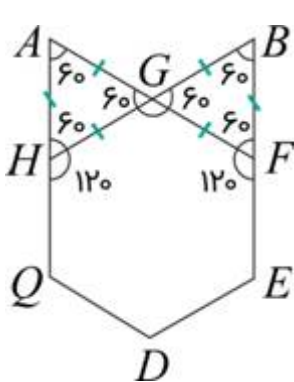
فرض : $AD = BC$

حکم : $AC = BD$

$$\left. \begin{array}{l} \text{سؤال فرض : } AD = BC \\ \text{مشترک : } AB = AB \\ \text{فرض : } \hat{A} = \hat{B} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ABD \cong \triangle ABC \Rightarrow \text{اجزای متناظر} : \begin{cases} BD = AC \\ \hat{D} = \hat{C} \end{cases}$$

$AB = AD$ و $BM = DN$ و زاویه B مساوی با زاویه D در نتیجه دو مثلث به حالت ض.ض.ض هم‌نهشت هستند. (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

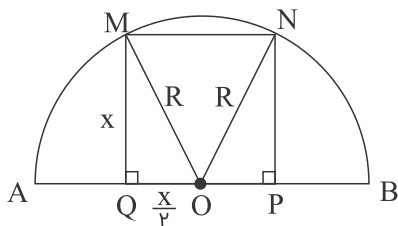
گزینه ۴



از آنجایی که هر زاویه داخلی در شش ضلعی منتظم برابر با 120° و ضلع‌ها باهم برابر هستند؛ بنابراین مثلث‌های GBF و AHG متساوی‌الاضلاع بوده و بنا بر هر سه حالت می‌توان تساوی آن‌ها را اثبات کرد.

$$\left. \begin{array}{l} QM = NP \\ OM = ON \\ \hat{P} = \hat{Q} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع زاویه قائمه}} \triangle OQM \cong \triangle OPN$$

اجزای متناظر $\rightarrow OQ = OP = \frac{x}{2}$

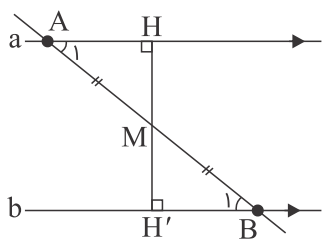


$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + x^2 = R^2 \Rightarrow \frac{x^2 + 4x^2}{4} = R^2 \Rightarrow \frac{5x^2}{4} = R^2$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{4}{5}R^2 \text{ مساحت مربع}$$

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث $\triangle OQM$ داریم:

باتوجه به مفروضات مسئله، شکل به صورت زیر است:



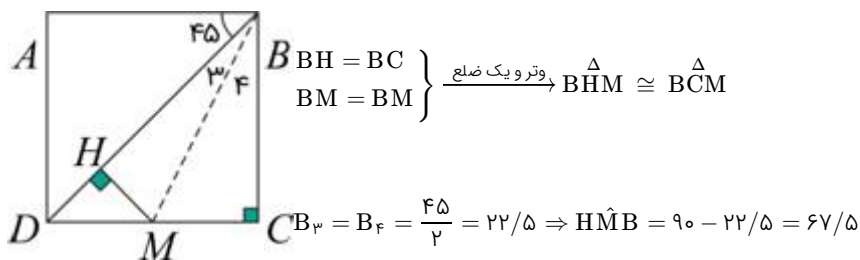
$$\left. \begin{array}{l} \overline{AM} = \overline{MB} \\ a \parallel b, \text{ مورب } AB \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1 \\ H = H' \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه تند}} \triangle AMH \cong \triangle MH'B$$

گزینه ۴

DB قطر مربع و نیمساز زوایا است، پس:

$$B_1 = B_2 = 45$$

از طرفی داریم:



پس:

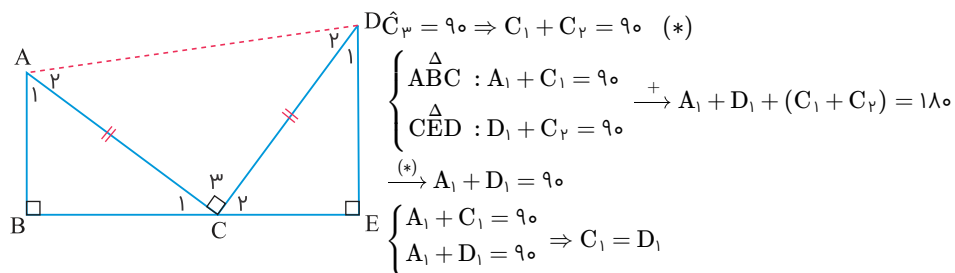
گزینه ۲

- هر دو مستطیل دلخواه متشابه نیستند.
- دو مثلث متساوی الساقین که یک رأس قائمه دارند به حالت سه ضلع متشابه هستند.
- دو مثلث متشابه، ممکن است همنهشت نباشند.
- چهارضلعی که هر دو زاویه مجاور آن مکمل باشند، متوازی الاضلاع است.

گزینه ۴

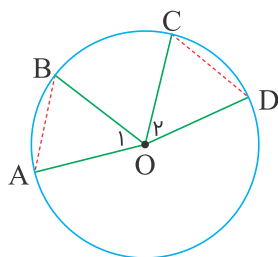
همه حالت‌ها را می‌توان استفاده کرد ولی حالت سه ضلع امکان ندارد.

از A به D وصل می‌کنیم:

به طریق مشابه $\hat{A}_1 = \hat{C}_4$ ، بنابراین دو مثلث به حالت‌های زیر هم‌نهشت‌اند:

$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{C}_4 \\ \hat{C}_1 = \hat{D}_1 \\ AC = DC \end{cases} \xrightarrow{\text{فرض ز}} \triangle ABC \cong \triangle CED$$

$$\begin{cases} AC = CD \\ \hat{C}_1 = \hat{D}_1 \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه تند}} \triangle ABC \cong \triangle CED$$



فرض کنید کمان \widehat{AB} با کمان \widehat{CD} برابر باشد. در دایره، اندازه هر کمان با اندازه زاویه مرکزی روبه‌رو به آن برابر است، پس: $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$. از طرفی $OD = OC = OB = OA$ شعاع‌های دایره با هم برابرند. در نتیجه دو مثلث $\triangle OAB$ و $\triangle OCD$ به حالت دو ضلع و زاویه بین با هم هم‌نهشت هستند. از طرفی در دایره اگر اندازه دو کمان برابر باشد، اندازه دو وتر نظیر هم برابر است، پس: $AB = CD$. پس دو مثلث $\triangle OAB$ و $\triangle OCD$ به حالت سه ضلع نیز هم‌نهشت هستند.

حکم: $\overline{MN} = \overline{PQ}$
فرض:

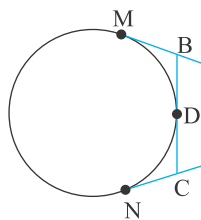
$$\overline{AB} = \overline{DC} \Rightarrow \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{DC} \Rightarrow \overline{MB} = \overline{DP}$$

$$\overline{AD} = \overline{BC} \Rightarrow \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC} \Rightarrow \overline{QD} = \overline{BN}$$

اثبات:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{MB} = \overline{DP} \\ \overline{BN} = \overline{QD} \\ \hat{B} = \hat{D} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{فرض ز}} \triangle BMN \cong \triangle QPD \Rightarrow \overline{MN} = \overline{QP}$$

چون از نقطه A مماس بر دایره رسم شده است، پس $AM = AN$ می‌باشد. از طرفی از نقاط B و C هم بر دایره مماس‌هایی داریم:



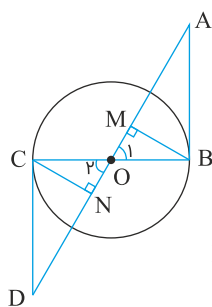
$$\begin{cases} BD = BM \\ CD = CN \end{cases}$$

$$\text{محیط مثلث } ABC = AB + AC + BC = AB + AC + BD + DC$$

$$= AB + BD + AC + CD = AB + BM + AC + CN$$

$$= AM + AN = 2AM = 2 \times 10 = 20$$

باتوجه به شکل زیر داریم:



$$\begin{cases} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ متقابل به رأس} \\ \text{شعاع } OB = OC \\ \hat{M} = \hat{N} = 90^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه}} \triangle OMB \cong \triangle ONC$$

می‌دانیم که شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است، بنابراین:

$$\hat{B} = \hat{C} = 90^\circ$$

$$\begin{cases} \text{شعاع } OB = OC \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ متقابل به رأس} \\ \hat{B} = \hat{C} \end{cases} \xrightarrow{\text{دو زاویه و ضلع بین}} \triangle OBA \cong \triangle OCD \xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} \begin{cases} \hat{A} = \hat{D} \\ AB = CD \end{cases}$$

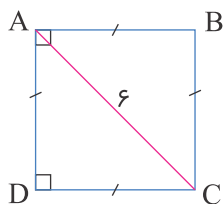
$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{D} \\ AB = CD \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و زاویه حاده}} \triangle MBA \cong \triangle NDC$$

در نتیجه سه جفت مثلث هم‌زهشت داریم.

مساحت یک شش ضلعی منتظم به طول ضلع a از رابطه $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$ به دست می‌آید، پس:

$$S_{\text{شش ضلعی}} = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4}(\sqrt{2})^2 = 3\sqrt{3}$$

همچنین مساحت مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین ABC ، نصف مساحت مربع $ABCD$ است. از طرفی مساحت مربع برابر است با:



$$S_{\text{مربع}} = \frac{(\text{قطر})^2}{2} = \frac{6^2}{2} = 18$$

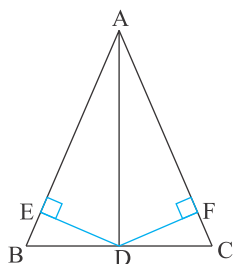
پس مساحت مثلث برابر با ۹ است. حال داریم:

$$\frac{S_{\text{شش ضلعی}}}{S_{\text{مثلث}}} = \frac{3\sqrt{3}}{9} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

می‌دانیم هر نقطه روی نیمساز یک زاویه، از دو ضلع آن به یک فاصله است. پس اگر AD نیمساز زاویه A باشد، $DE = DF$ می‌شود. از طرفی دو مثلث ADE و ADF قائم‌الزاویه هستند و داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} AD = AD \text{ ضلع مشترک} \\ DE = DF \end{array} \right. \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} \triangle ADE \cong \triangle ADF$$

با فرض گرفتن سایر گزینه‌ها نمی‌توان نتیجه گرفت دو مثلث همنهشت هستند. پس گزینه ۳ صحیح است.



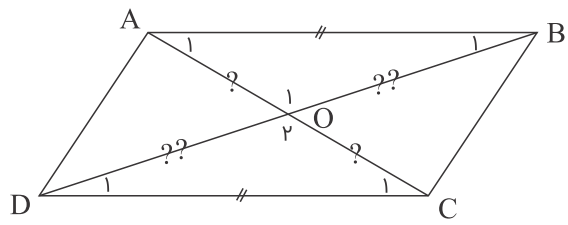
$$\left. \begin{array}{l} \hat{BDC} = \hat{BAC} = 90^\circ \text{ قائمه} \\ BC \text{ مشترک} \\ \hat{DBC} = \hat{ACB} = 25^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وز}} \triangle ABC \cong \triangle BDC$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{ABC} = \hat{DCB} = 65^\circ \\ BC \text{ مشترک} \\ \hat{DBC} = \hat{ACB} = 25^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{زضز}} \triangle ABC \cong \triangle BDC$$

همچنین از آنجاکه دو کمان AB و DC برابرند، وترهای نظیرشان با یکدیگر مساوی می‌شوند، بنابراین $AB = DC$. پس دو مثلث به حالت وتر و یک ضلع قائمه نیز همنهشت می‌شوند.

$\hat{C}_1 = \hat{C}_3 = 60^\circ$
 $\hat{C}_1 + \hat{C}_2 = \hat{C}_3 + \hat{C}_4$
 $\left\{ \begin{array}{l} BC = AC \text{ فرض مسئله} \\ CM = CP \text{ فرض مسئله} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{ض.ض.}} \triangle BCM \cong \triangle ACP \Rightarrow BM = AP$
 $\hat{C}_1 + \hat{C}_2 = \hat{C}_3 + \hat{C}_4$

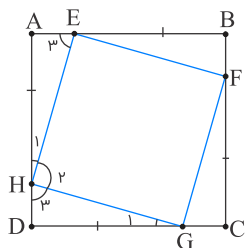
متوازی الاضلاعی رسم می‌کنیم و قطرهای آن را می‌کشیم:



فرض: متوازی الاضلاع ABCD
 حکم: $OA = OC, OB = OD$

$\left. \begin{array}{l} AB = CD \text{ (اضلاع روبه‌رو در متوازی‌الاضلاع)} \\ \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \text{ (} AB \parallel CD \text{ , مورب } AC \text{)} \\ \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \text{ (} AB \parallel CD \text{ , مورب } BD \text{)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض.ض.}} \triangle OAB \cong \triangle OCD$
 $\Rightarrow \begin{cases} OA = OC \\ OB = OD \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{cases}$

حکم : $\hat{M} = 90^\circ - \frac{\hat{A}}{2}$
 $\triangle ABC : \hat{A} + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 180 \Rightarrow \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 180 - \hat{A}$
 $\left\{ \begin{array}{l} \hat{B}_1 + \hat{B}_2 + \hat{B}_3 = 180 \\ \hat{C}_1 + \hat{C}_2 + \hat{C}_3 = 180 \end{array} \right. \xrightarrow{+} \underbrace{\hat{B}_1 + \hat{C}_1}_{180 - \hat{A}} + \hat{B}_2 + \hat{C}_2 + \underbrace{\hat{B}_3}_{\hat{B}_2} + \underbrace{\hat{C}_3}_{\hat{C}_2} = 360$
 $\Rightarrow 2\hat{B}_2 + 2\hat{C}_2 = 360 - 180 + \hat{A}$
 $2(\hat{B}_2 + \hat{C}_2) = 180 + \hat{A} \xrightarrow{\div 2} \hat{B}_2 + \hat{C}_2 = \frac{180 + \hat{A}}{2} = 90 + \frac{\hat{A}}{2}$
 $\hat{M} + \underbrace{\hat{B}_2 + \hat{C}_2}_{90 + \frac{\hat{A}}{2}} = 180 \Rightarrow \hat{M} = 180 - 90 - \frac{\hat{A}}{2} = 90 - \frac{\hat{A}}{2}$



ابتدا ثابت می‌کنیم که چهار ضلع برابر هستند. در مربع ABC اضلاع برابر است و نیز قسمت‌های مشخص شده نیز با هم برابرند. بنابراین داریم:

$$\left. \begin{array}{l} AB = AD \\ EB = AH \end{array} \right\} \Rightarrow AE = HD$$

پس اضلاع کوچک‌تر مثلث‌ها نیز با هم برابرند.

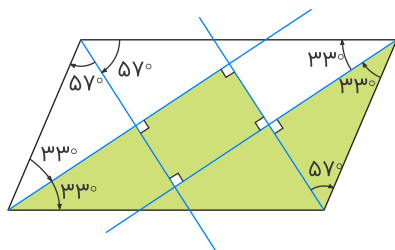
حال نشان می‌دهیم مثلث‌ها نیز با هم هم‌نهشت‌اند:

$$\left. \begin{array}{l} AE = HD \quad \text{رابطه قبیل} \\ \hat{A} = \hat{D} = 90^\circ \quad \text{قائمه} \\ AH = DG \quad \text{فرض} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle AEH \cong \triangle HDG \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} EH = HG \\ \hat{H}_1 = \hat{G}_1 \\ \hat{H}_3 = \hat{E}_3 \end{array} \right.$$

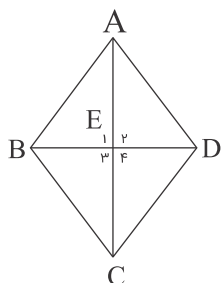
و مانند همین برای دو مثلث دیگر برقرار است. در نتیجه هر چهار مثلث هم‌نهشت و اضلاع و زوایای متناظرشان برابر هستند. حالا باید ثابت کنیم که تمام زوایای این لوزی 90° درجه و اضلاع دوه‌دو موازی هستند:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{H}_3 + \hat{G}_1 = 90^\circ \\ \hat{H}_1 = \hat{G}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{H}_3 + \hat{H}_1 = 90^\circ \left. \begin{array}{l} \hat{H}_1 + \hat{H}_2 + \hat{H}_3 = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{H}_2 + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{H}_2 = 90^\circ$$

پس تمام زوایای چهار ضلعی 90° درجه است و اضلاع دوه‌دو موازی (دو ضلع عمود بر یک ضلع با هم موازی‌اند) هستند.



مجموعه دو زاویه داخلی مجاور در متوازی‌الاضلاع برابر 180° درجه است و اگر هر دو زاویه نصف شود، مجموع نصف‌های آن‌ها برابر 90° درجه می‌شود. همچنین می‌دانیم مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° درجه است، در نتیجه زاویه سوم در مثلث مشخص شده شکل بالا برابر 90° می‌باشد و چون با زاویه چهار ضلعی داخلی متقابل به رأس است، زاویه چهار ضلعی داخلی نیز 90° درجه خواهد شد. به همین ترتیب برای مثلث پایینی هم زاویه 90° درجه ایجاد می‌شود. پس هر ۴ زاویه چهار ضلعی قائمه‌اند، در نتیجه شکل حاصل مستطیل است.



استدلال:

$$\left. \begin{array}{l} \text{مشترک AE} \\ \hat{E}_1 = \hat{E}_2 = 90^\circ \text{ فرض مسئله} \\ BE = DE \text{ فرض مسئله} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ضض)}} \triangle ADE \cong \triangle ABE \Rightarrow AB = AD$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{مشترک BE} \\ \hat{E}_1 = \hat{E}_3 = 90^\circ \text{ فرض مسئله} \\ AE = CE \text{ فرض مسئله} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ضض)}} \triangle ABE \cong \triangle CBE \Rightarrow AB = BC$$

به همین شکل ضلع چهارم هم با سه ضلع دیگر برابر است در نتیجه شکل موردنظر لوزی است.

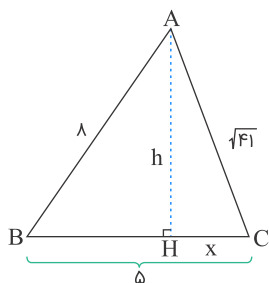
گزینه ۱

روش اول:

نکته ۱: بزرگترین ارتفاع، ارتفاع وارد بر کوچکترین قاعده می‌باشد.

نکته ۲: می‌دانیم اگر در مثلثی به اضلاع a, b, c رابطه $a^2 < b^2 + c^2$ برقرار باشد، تمامی زوایای مثلث حاده هستند.

حال چون $8^2 < (\sqrt{41})^2 + 5^2$ است، پس زاویه‌های مثلث حاده هستند.



باتوجه به شکل ارتفاع عددی بین $\sqrt{41}$ و ۸ می‌باشد که به $\sqrt{41}$ نزدیک‌تر است. در بین گزینه‌ها $6/4$ و $7/2$ بین $\sqrt{41}$ و ۸ است که $6/4$ نزدیک به $\sqrt{41}$ می‌باشد.

روش دوم:

$$\triangle AHC \Rightarrow x^2 + h^2 = (\sqrt{41})^2 \Rightarrow x^2 + h^2 = 41 \Rightarrow h^2 = 41 - x^2 \quad (1)$$

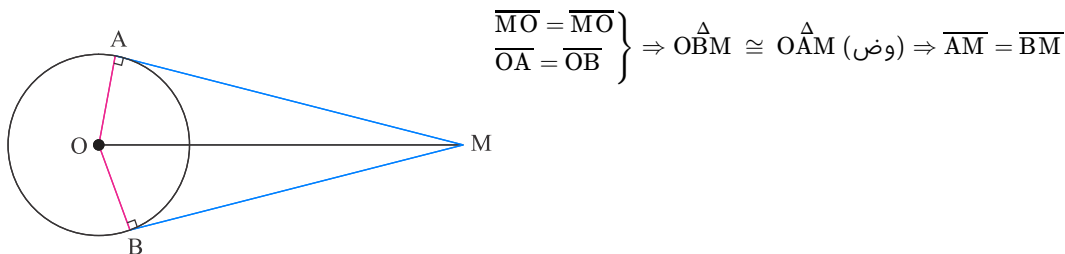
$$\triangle HBC \Rightarrow (5-x)^2 + h^2 = 64 \Rightarrow h^2 = 64 - (5-x)^2 = 64 - 25 - x^2 + 10x \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 41 - x^2 = 39 - x^2 + 10x \Rightarrow 2 = 10x \Rightarrow x = 0.2$$

$$h^2 = 41 - (0.2)^2 \Rightarrow h^2 = 40.96 \Rightarrow h = \sqrt{40.96} \approx 6.4$$

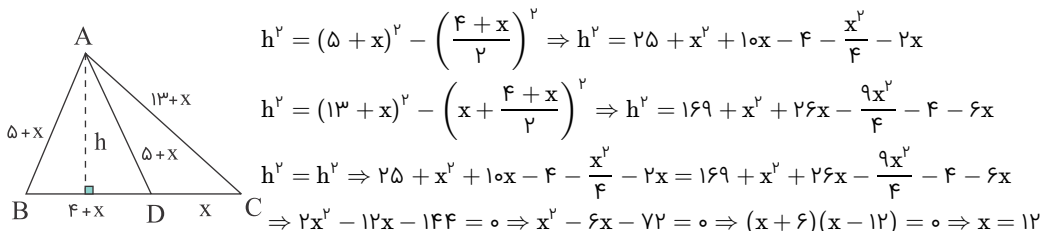
$$\left. \begin{array}{l} \text{OA} = \text{OB} \text{ از وسط AB می‌گذرد} \\ \text{فاصله دو نقطه A و B از خط d به یک فاصله است} \\ \text{H} = \text{H}' = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وض}} \triangle OHA \cong \triangle OH'B \Rightarrow OH = OH'$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{AC} \text{ نیمساز زاویه A} \\ \widehat{AB} = \widehat{AD} \text{ فرض مسئله} \\ \text{اشتراک: AC} = \text{AC} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ضض}} \triangle ABC \cong \triangle ADC \Rightarrow \overline{BC} = \overline{DC}$$



$$\left. \begin{matrix} \overline{MO} = \overline{MO} \\ \overline{OA} = \overline{OB} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle OBM \cong \triangle OAM \text{ (وض)} \Rightarrow \overline{AM} = \overline{BM}$$

گزینه ۴



$$h^2 = (5+x)^2 - \left(\frac{5+x}{2}\right)^2 \Rightarrow h^2 = 25 + x^2 + 10x - 4 - \frac{x^2}{4} - 2x$$

$$h^2 = (13+x)^2 - \left(x + \frac{5+x}{2}\right)^2 \Rightarrow h^2 = 169 + x^2 + 26x - \frac{9x^2}{4} - 4 - 6x$$

$$h^2 = h^2 \Rightarrow 25 + x^2 + 10x - 4 - \frac{x^2}{4} - 2x = 169 + x^2 + 26x - \frac{9x^2}{4} - 4 - 6x$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 12x - 144 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x - 72 = 0 \Rightarrow (x+6)(x-12) = 0 \Rightarrow x = 12$$

گزینه ۱

$$\left. \begin{matrix} \hat{A} + \hat{y} + \hat{B} = 180 \\ \hat{x} + \hat{y} + \hat{B} = 180 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \hat{x} = \hat{A}$$

$$\hat{x} + \hat{y} + \hat{B} = 180 \Rightarrow \hat{B} = 180 - (\hat{x} + \hat{y})$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{x}{180 - (x+y)}$$

گزینه ۳

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: می‌توان ضلع‌های AD و DC از مثلث ADC و ضلع‌های AB و BC از مثلث ABC را به عنوان اضلاع مربع مساوی در نظر گرفت. همچنین زاویه‌های B و D نیز قائمه‌اند، پس حالت (ض‌ض‌ض) صحیح است.

گزینه ۲: قطر AC برای دو مثلث وتر مشترک است. همچنین زاویه‌های D و B نیز قائمه‌اند. می‌توان اضلاع DC و AB را به عنوان اضلاع مربع مساوی در نظر گرفت، پس حالت وتر و یک ضلع نیز صحیح است.

گزینه ۳: حالت (ض‌ض‌ز) برای همنهشتی دو مثلث نادرست است.

گزینه ۴: در اینجا هم AD=BC و AB=DC است. همچنین ضلع AC نیز بین دو مثلث مشترک است، پس حالت (ض‌ض‌ض) صحیح است.

گزینه ۲

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: اگر $AB \parallel CD$ باشد، بنابراین BC مورب بوده و زاویه C با B برابر می‌شوند. باتوجه به اینکه OC و OB شعاع‌های دایره بوده و باهم برابرند، دو مثلث به حالت (ض‌ض‌ز) برابر می‌شوند.

گزینه ۲: اگر $\overline{AB} = \overline{CD}$ باشد، چون $OC = OB$ و $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ هستند، دو مثلث دارای دو ضلع برابر بوده ولی زاویه‌های \hat{O}_1 و \hat{O}_2 بین این دو ضلع نیستند و استدلال کافی برای همنهشتی دو مثلث وجود ندارد.

گزینه ۳: اگر $\hat{A} = \hat{D}$ باشد، باتوجه به اینکه $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ است، پس زاویه سوم دو مثلث نیز باهم برابرند، پس $\hat{C} = \hat{B}$ می‌شود و همانند استدلال قبلی دو مثلث به حالت (ض‌ض‌ز) همنهشت می‌شوند.

گزینه ۴: اگر $OA = OD$ باشد، با توجه به تساوی $BO = OC$ و $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ ، دو مثلث به حالت (ض‌ض‌ض) برابر می‌شوند.

$$\left. \begin{array}{l} OM = OM \\ OA = OB \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} OM = OM \\ OA = OB \\ \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow[\text{وتر و یک ضلع}]{\text{وتر و یک ضلع}} \xrightarrow[\text{فرض}]{\text{فرض}} \triangle OAM \cong \triangle OBM$$

بله (۰/۲۵)، زیرا تمام ویژگی‌هایی که در استدلال به کار برده‌ایم برای هر نقطه دیگر نیز درست است. (۰/۲۵) نمره

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \quad (0/25) \\ \overline{OB} = \overline{OA} \quad (0/25) \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \quad (0/25) \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AOD \cong \triangle BOC \quad (0/25) \Rightarrow BC = AD \quad (0/25)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} OA = OC \quad \text{فرض} \\ OB \quad \text{ضلع مشترک} \\ AB = BC \quad \text{لوزی} \end{array} \right. \xrightarrow[\text{فرض}]{\text{فرض}} \triangle OAB \cong \triangle OBC \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \quad (0/75) \text{ نمره}$$

لذا $\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = 90^\circ$ پس قطرها برهم عمودند. (۰/۲۵) نمره

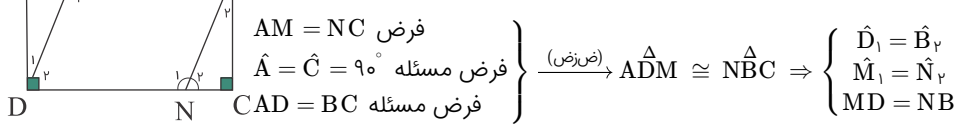
می‌دانیم شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است، پس $\hat{D} = \hat{A} = 90^\circ$. حال داریم:

فرض	$\overline{OD} = \overline{OA}$ شعاع دایره $O \in AD, O \in BC, AB$ و CD بر دایره مماس‌اند.
حکم	$\triangle ABO \cong \triangle CDO$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{D} = \hat{A} = 90^\circ \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \quad \text{متقابل به رأس} \\ OA = OD \quad \text{شعاع دایره} \end{array} \right\} \xrightarrow[\text{فرض}]{\text{فرض}} \triangle CDO \cong \triangle ABO$$

$$\{BC \parallel At\} \Rightarrow \begin{cases} \hat{C} = \hat{A}_4 \\ \hat{B} = \hat{A}_3 \\ \hat{B} = \hat{C} \end{cases} \Rightarrow \hat{A}_3 = \hat{A}_4$$

چهار ضلعی ABCD مستطیل است، پس اضلاع روبه‌رو باهم مساوی و موازی‌اند. طبق فرض داریم $AM = NC$ ، بنابراین MB با DN مساوی و موازی است، اکنون موازی بودن دو ضلع دیگر یعنی MD و BN را بررسی می‌کنیم:



$$\left. \begin{array}{l} \text{فرض مسئله } \hat{A} = \hat{C} = 90^\circ \\ \text{فرض مسئله } CAD = BC \\ AM = NC \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ضض)}} \triangle ADM \cong \triangle NBC \Rightarrow \begin{cases} \hat{D}_1 = \hat{B}_2 \\ \hat{M}_1 = \hat{N}_2 \\ MD = NB \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{M}_1 + \hat{M}_2 = 180^\circ \\ \hat{N}_1 + \hat{N}_2 = 180^\circ \\ \hat{M}_1 = \hat{N}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{M}_2 = \hat{N}_1$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 90^\circ \\ \hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 90^\circ \\ \hat{B}_2 = \hat{D}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_2$$

$$\Rightarrow DM \parallel NB$$

در چهار ضلعی BNDM ثابت کردیم هر دو ضلع روبه‌رو باهم مساوی و موازی‌اند، در نتیجه چهار ضلعی متوازی‌الاضلاع است.

گزینه ۴

$$\hat{A} = \hat{M}, z = 7$$

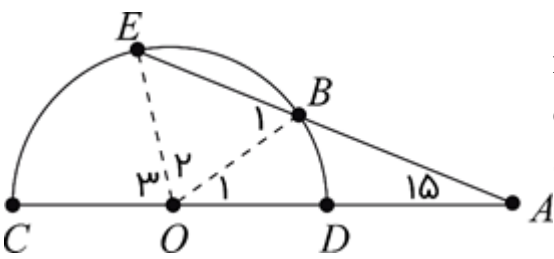
$$3x = x + 2 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow AB = 3 \times 1 = 3$$

$$5y - 5 = y + 3 \Rightarrow 5y - y = 3 + 5 \Rightarrow y = \frac{8}{4} = 2$$

$$\Rightarrow \overline{MP} = 10 - 5 = 5$$

گزینه ۳

$$AB = OB \Rightarrow \hat{O}_1 = 15^\circ$$



$$\hat{B}_1 = \hat{O}_1 + \hat{A} = 30^\circ$$

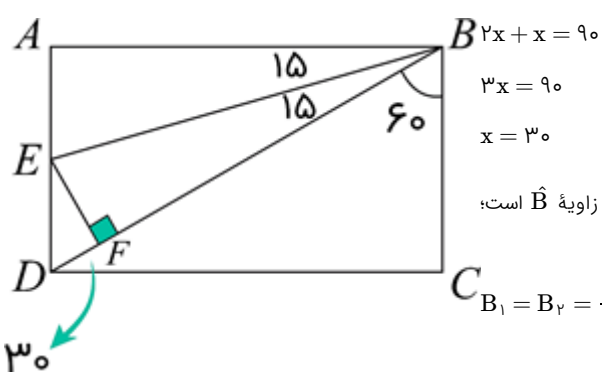
$$OB = OE \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{E}_1 = 30^\circ$$

$$\hat{O}_3 = \hat{E}_1 + \hat{A} = 30^\circ + 15^\circ = 45^\circ \Rightarrow CE = 45^\circ$$

از O به B وصل می‌کنیم:

از O به E وصل می‌کنیم:

گزینه ۴



$$2x + x = 90$$

$$3x = 90$$

$$x = 30$$

$$\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \frac{90 - 60}{2} = 15$$

از طرفی دو مثلث ABE و BEF به حالت وتر و یک ضلع باهم همنهشت‌اند؛ پس BE نیمساز زاویه B است؛ پس:

حالا زاویه EBC برابر است با: $15 + 60 = 75$

باتوجه به $\widehat{FBE} = 20^\circ$ ، پس:

$$\widehat{FE} = 2 \times 20^\circ = 40^\circ$$

از طرفی BE نیمساز \widehat{FBD} و AD نیمساز \widehat{EAC} است، پس:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{EF} = \widehat{ED} \\ \widehat{ED} = \widehat{CD} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{EF} = \widehat{ED} = \widehat{CD} = 40^\circ$$

همچنین باتوجه به شکل مشخص است که AC قطر است، پس $\widehat{AC} = 180^\circ$ ، بنابراین:

$$\widehat{AE} + \widehat{EC} = \widehat{AC} \Rightarrow \widehat{AE} = 180^\circ - (2 \times 40^\circ) = 100^\circ$$

از آنجا که $\widehat{BC} = 140^\circ$ و اینک AB قطر است، داریم:

$$\widehat{AC} = 180^\circ - \widehat{BC} = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

بنابراین زاویه O_1 که مرکزی است برابر $\widehat{AC} = \widehat{O_1} = 40^\circ$ می‌باشد. با در نظر گرفتن مثلث AOC:

$$OC = OA \Rightarrow \widehat{C} = \widehat{A} = \frac{180^\circ - \widehat{O_1}}{2} = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$$

می‌دانیم یک دایره کامل کمانی به اندازه 360° درجه است؛ بنابراین باتوجه به اینکه زاویه مرکزی رو به کمان با نسبت ۲، برابر با 30° درجه است، بنابراین هر واحد روی دایره 15° می‌شود، پس:

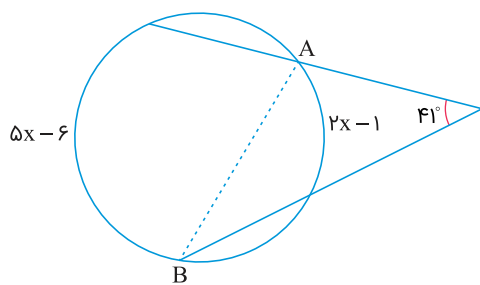
$$\begin{aligned} (2 \times 15^\circ) + (5 \times 15^\circ) + (6 \times 15^\circ) + (15^\circ x) &= 360^\circ \\ \Rightarrow 195^\circ + 15^\circ x &= 360^\circ \Rightarrow 15^\circ x = 360^\circ - 195^\circ \Rightarrow x = 11 \end{aligned}$$

$$2y + 3y = 180 \Rightarrow 5y = 180 \Rightarrow y = 36$$

مثلث OAB متساوی‌الساقین است و زاویه O_1 در این مثلث زاویه مرکزی است و کمان روبه‌روی آن $36 \times 3 = 108$ می‌باشد؛ پس زاویه O_1 برابر 108 است.

$$x = \frac{180 - 108}{2} = 36$$

$$\Rightarrow x + y = 36 + 36 = 72$$



$$\begin{aligned} \text{(زاویهٔ محاطی) } A &= \frac{5x-6}{2} \\ \text{(زاویهٔ محاطی) } B &= \frac{2x-1}{2} \Rightarrow \frac{5x-6}{2} = \frac{2x-1}{2} + 41 \end{aligned}$$

تذکر: از زاویهٔ خارجی بودن A برای مثلث ایجادشده، تساوی بالا به دست آمده است.

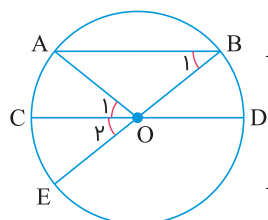
$$\xrightarrow{\times 2} 5x-6 = 2x-1 + 82$$

$$3x = 81 + 6 \Rightarrow 3x = 87 \Rightarrow x = 29$$

کمان‌های محصور بین دو خط موازی با هم مساویند.

$$AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD}$$

دقت شود که در صورت سؤال ذکر نشده که OC نیمساز زاویهٔ O است.



$$AB \parallel CD \text{ (مورب } BE) \Rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{O_2} = \frac{\widehat{AE}}{2} = 2^\circ$$

از طرفی $\widehat{O_2}$ مرکزی است، پس $\widehat{BD} = 2^\circ$ اما:

$$AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{BD} = \widehat{AC} = 2^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{AC} = 2^\circ$$

کمان \widehat{BAC} معادل $\frac{3}{4}$ یا $\frac{270}{360}$ محیط دایرهٔ به شعاع یک می‌باشد، پس:

$$\frac{3}{4} \times (1 \times 2) \times \pi = \frac{3\pi}{2}$$

$$\widehat{O_3} = 42^\circ$$

$$\widehat{CD} = \widehat{AB} \Rightarrow \widehat{CD} = \widehat{AB} = 42^\circ \Rightarrow \widehat{O_2} = 42^\circ$$

$$\widehat{O_1} + \widehat{O_2} + \widehat{O_3} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{O_1} = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ \Rightarrow \widehat{O_1} = 96^\circ$$

$$\frac{\text{طول کمان } AB}{\text{محیط دایره}} = \frac{\text{اندازه کمان } AB \text{ بر حسب درجه}}{۳۶۰^\circ}$$

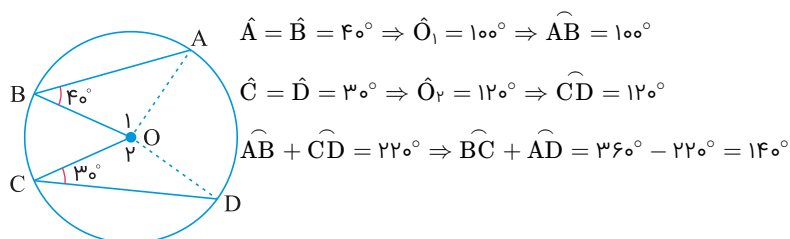
از آنجا که O یک زاویه مرکزی است می‌توان گفت: $\widehat{AB} = \hat{O} = 45^\circ$ پس:

$$\frac{45^\circ}{360^\circ} = \frac{3}{\text{محیط دایره}} \Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{3}{\text{محیط دایره}} \Rightarrow \text{محیط دایره} = 24$$

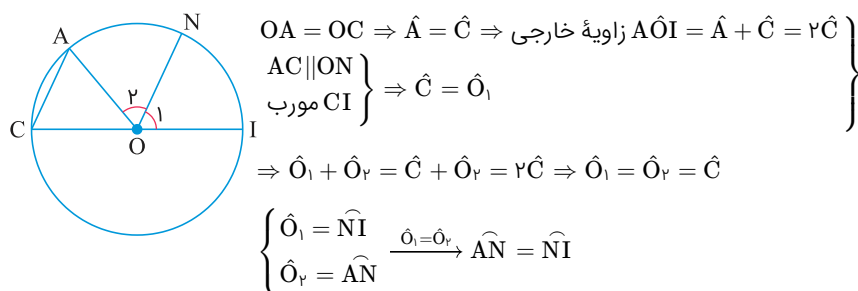
بنابراین:

$$x = 24 - (3 + 6 + 7) = 8$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{3} \times \text{محیط دایره}$$



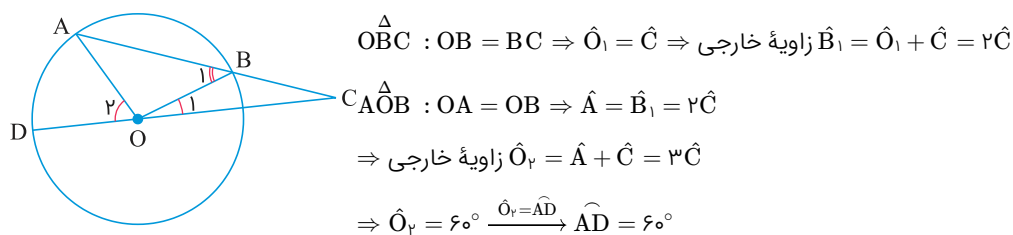
از O به A وصل می‌کنیم. باتوجه به اینکه مثلث AOC متساوی الساقین است، داریم:



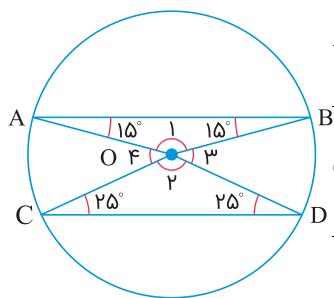
$$\Rightarrow \widehat{NI} = \frac{180^\circ - \widehat{AC}}{2} = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{NOI} = 65^\circ$$

از نقطه O مرکز دایره به نقاط A و B وصل می‌کنیم باتوجه به اینکه مثلث‌های OBC و AOB متساوی الساقین اند، داریم:



از نقطه O به نقاط B و D وصل می‌کنیم. باتوجه به اینکه مثلث‌های OAB و OCD متساوی‌الساقین اند، داریم:



$$\widehat{AOB} : \hat{A} = \hat{B} \Rightarrow \hat{O}_1 = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 180^\circ - 2\hat{A} = 150^\circ$$

$$\xrightarrow{\hat{O}_1 = \widehat{AB}} \widehat{AB} = 150^\circ$$

$$\widehat{COD} : \hat{C} = \hat{D} \Rightarrow \hat{O}_2 = 180^\circ - (\hat{C} + \hat{D}) = 180^\circ - 2\hat{C} = 130^\circ$$

$$\xrightarrow{\hat{O}_2 = \widehat{CD}} \widehat{CD} = 130^\circ$$

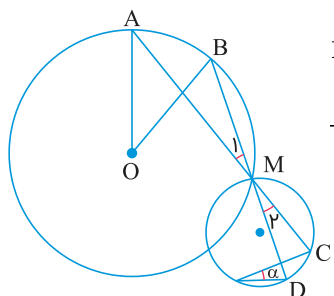
حال باتوجه به اینکه مجموع کمان‌های ایجادشده در دایره 360° است، خواهیم داشت:

$$\widehat{AC} + \widehat{BD} = 360^\circ - (\widehat{AB} + \widehat{CD}) = 360^\circ - (150^\circ + 130^\circ) = 80^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{AMB} = \frac{\widehat{ACB}}{2} \\ \widehat{AMB} = \widehat{AOB} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\widehat{ACB}}{2} = \widehat{AMB} \left. \begin{array}{l} \\ \widehat{ACB} + \widehat{AMB} = 360^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow 2\widehat{AMB} + \widehat{AMB} = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 3\widehat{AMB} = 360^\circ \Rightarrow \widehat{AMB} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{AOB} = 120^\circ$$

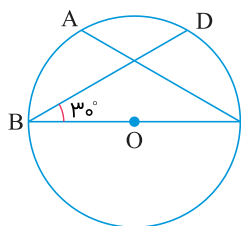
می‌دانیم اندازه هر زاویه محاطی برابر با نصف کمان مقابلش است.



$$\hat{M}_1 = \frac{\widehat{AB}}{2} \xrightarrow{\hat{O} = \widehat{AB} = 40^\circ} \hat{M}_1 = 20^\circ \Rightarrow \hat{M}_2 = \hat{M}_1 = 20^\circ$$

$$\xrightarrow{\hat{M}_2 = \alpha = \widehat{CD}} \alpha = \hat{M}_2 = 20^\circ$$

می‌دانیم اندازه هر زاویه محاطی برابر با نصف اندازه کمان مقابلش است. بنابراین داریم:

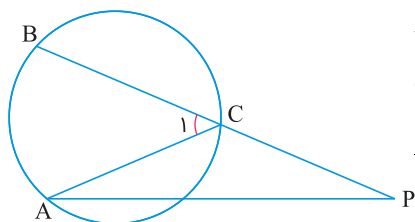


$$\hat{B} = \frac{\widehat{CD}}{2} \Rightarrow 30^\circ = \frac{\widehat{CD}}{2} \Rightarrow \widehat{CD} = 60^\circ$$

$$\xrightarrow{\widehat{CD} = \widehat{AD}} \widehat{AD} = 60^\circ$$

$$\widehat{AB} = 180^\circ - 2\widehat{AD} = 60^\circ \Rightarrow \hat{C} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

باتوجه به اینکه اندازه هر زاویه محاطی برابر با نصف اندازه کمان مقابلش است، داریم:

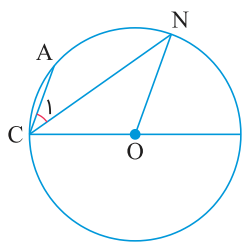


$$AC = CP \Rightarrow \hat{A} = \hat{P} = 23^\circ$$

$$\text{زاویه خارجی } \hat{C}_1 = \hat{A} + \hat{P} = 46^\circ$$

$$\xrightarrow{\hat{C}_1 = \frac{46}{2}} \frac{\widehat{AB}}{2} = 46^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 92^\circ$$

می‌دانیم اندازه هر زاویه محاطی برابر با نصف اندازه کمان مقابلش است. بنابراین داریم:

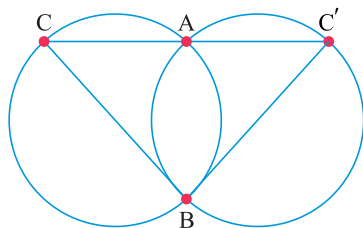


$$\widehat{ACO} = \frac{\widehat{AI}}{2} \Rightarrow \widehat{AI} = 14^\circ$$

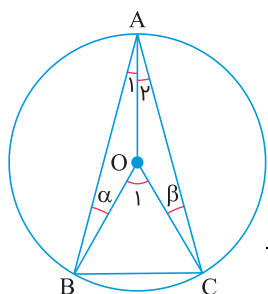
$$\left. \begin{array}{l} ON \parallel CA \\ CI \text{ مورب } \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{ACO} = \widehat{NOI} = 70^\circ \xrightarrow{\widehat{NOI} = \widehat{NI}} \widehat{NI} = 70^\circ \Rightarrow \widehat{AN} = \widehat{AI} - \widehat{NI} = 7^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} ON \parallel CA \\ CN \text{ مورب } \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{N} \xrightarrow{\hat{C}_1 = \frac{46}{2} = 23^\circ} \hat{N} = 35^\circ$$

باتوجه به اینکه دو دایره مساوی یکدیگرند، می‌توان گفت که اندازه کمان AB بر حسب درجه در هر دوی آن‌ها یکسان است و در نتیجه اندازه زوایای C و C' با یکدیگر مساوی و برابر نصف اندازه کمان AB می‌باشد. بنابراین مثلث CBC' همواره متساوی‌الساقین است.



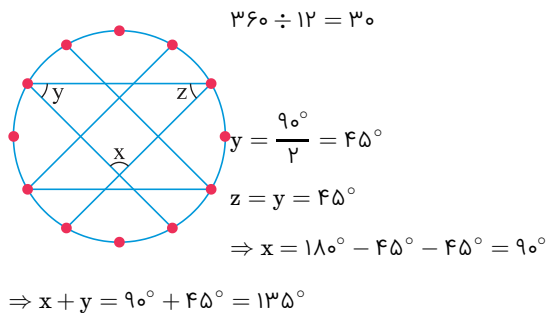
از O به A وصل می‌کنیم باتوجه به اینکه مثلث‌های OAB و OAC متساوی‌الساقین اند، داریم:



$$\left. \begin{array}{l} \triangle OAB : OA = OB \Rightarrow \hat{A}_1 = \alpha \\ \triangle OAC : OA = OC \Rightarrow \hat{A}_2 = \beta \end{array} \right\}$$

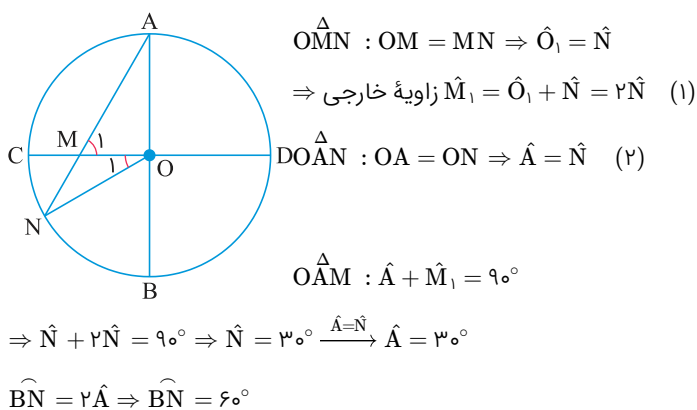
$$\Rightarrow \alpha + \beta = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = \hat{A} \xrightarrow{\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2}} \alpha + \beta = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

$$\xrightarrow{\widehat{BC} = \hat{O}_1 = 60^\circ} \alpha + \beta = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$



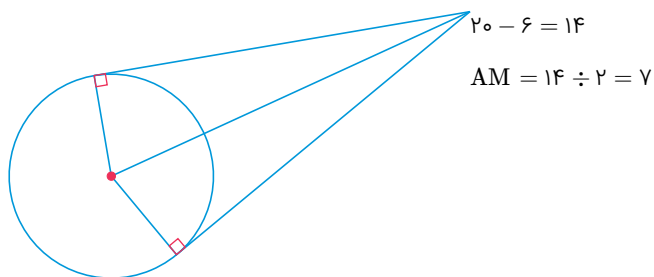
زاویه محاطی رو به کمان $90^\circ = 3 \times 30^\circ$:

باتوجه به فرضیات مسئله داریم:



حال باتوجه به روابط (۱) و (۲) خواهیم داشت:

می‌دانیم مماس بر دایره در نقطه تماس بر شعاع عمود است. دو مثلث طبق وتر و یک ضلع باهم، هم‌نهشت هستند.



اگر از یک نقطه دو مماس بر دایره رسم شود، طول دو مماس باهم برابرند.

$$Ax = At, Bx = By, Cy = Cz, Dz = Dt$$

$$\Rightarrow Ax + Bx + Cz + Dz = By + yC + Dt + tA$$

$$\Rightarrow AB + DC = BC + AD \xrightarrow{AD=BC} 10 + 30 = 2 \times BC \Rightarrow BC = 20$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{CBO} = 90^\circ \\ \widehat{COB} = 45^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow y = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{OBA} = 90^\circ \\ \widehat{A} = 30^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow x = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{B}_r = 90^\circ \\ \widehat{C} = 60^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow x = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$$

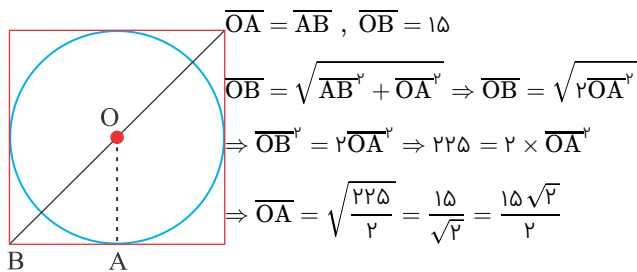
$$\left. \begin{array}{l} \widehat{B}_l = 90^\circ \\ \widehat{A} = 22^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow y = 180^\circ - (90^\circ + 22^\circ) = 68^\circ$$

$$\widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$$

$$\widehat{O} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{BDC} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{BAC} = 24^\circ$$

$$\widehat{A} = \frac{\widehat{BDC}}{2} \Rightarrow \widehat{A} = 60^\circ$$

$$\widehat{BAC} = 24^\circ \Rightarrow \widehat{D} = 12^\circ$$



$$2x + 25^\circ + 4x + 5^\circ = 180^\circ \Rightarrow 6x + 30^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 6x = 150^\circ \Rightarrow x = 25^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{A} = 2 \times 25^\circ + 25^\circ = 75^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 75^\circ$$

$$\widehat{D} = 4 \times 25^\circ + 5^\circ = 105^\circ \Rightarrow \widehat{BAC} = 210^\circ$$

$$10x + 6x + 8x = 24x = 360^\circ \Rightarrow x = \frac{360^\circ}{24} = 15^\circ$$

$$x = 15^\circ \Rightarrow \begin{cases} \widehat{AB} = 150^\circ \Rightarrow \widehat{C} = 75^\circ \\ \widehat{BC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 45^\circ \\ \widehat{CA} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{B} = 60^\circ \end{cases}$$

$$\widehat{O}_w = 42^\circ$$

$$\overline{CD} = \overline{AB} \Rightarrow \widehat{CD} = \widehat{AB} = 42^\circ \Rightarrow \widehat{O}_r = 42^\circ$$

$$\widehat{O}_l + \widehat{O}_r + \widehat{O}_w = 180^\circ \Rightarrow \widehat{O}_l = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ \Rightarrow \widehat{O}_l = 96^\circ$$

اضلاع شش ضلعی منتظم باهم برابر است. \Leftarrow کمان‌های روبه‌رو به اضلاع باهم مساوی هستند.

$$\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EF} = \widehat{FA} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{FD} = 2 \times 60^\circ = 120^\circ \Rightarrow \widehat{O}_l = 120^\circ$$

$$\overline{OA} = \overline{OB} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} \Rightarrow \hat{B} = 70^\circ \Rightarrow \hat{AC} = 140^\circ$$

$$\hat{A} = \hat{B} = 70^\circ \Rightarrow \hat{O}_r = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ$$

١٠٢

$$3x + 30 + 2x + 10 + 2x - 5 + 3x + 5 = 360$$

١٠٣

$$\Rightarrow 10x + 40 = 360 \Rightarrow 10x = 320 \Rightarrow x = 32$$

$$\hat{DA} = 3 \times 32^\circ + 30^\circ = 126^\circ, \quad \hat{BC} = 2 \times 32^\circ - 5^\circ = 59^\circ$$

$$\hat{AB} = 2 \times 32^\circ + 10^\circ = 74^\circ, \quad \hat{CD} = 3 \times 32^\circ + 5^\circ = 101^\circ$$

$$\overline{OM} \text{ عمود منصف } \Rightarrow 2x - 4 = \frac{16}{y} = \lambda \Rightarrow x = 6$$

١٠٤

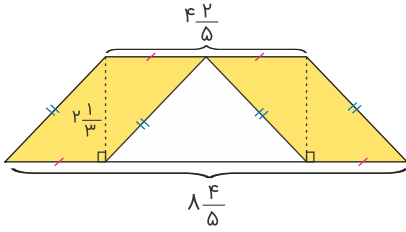
$$\overline{OA} = \sqrt{1^2 + 6^2} = 10 \Rightarrow 3y - 7 = 10 \Rightarrow y = \frac{17}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{OC} = 6 \text{ cm} \Rightarrow \overline{BC} = 12 \text{ cm} \\ \hat{C} = 90^\circ \\ \overline{CA} = 9 \text{ cm} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$$

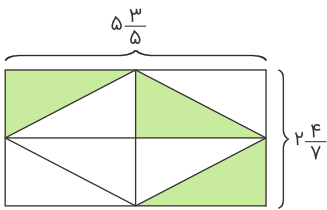
١٠٥

۱ در هر شکل، مساحت قسمت رنگی را محاسبه کنید.

الف



ب

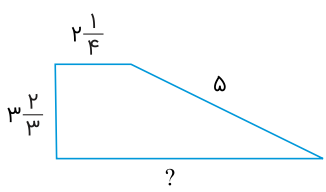


۲ حاصل جمع اعداد طبیعی زوج از ۲ تا ۲۰۰ را حساب کنید.

۲

۳

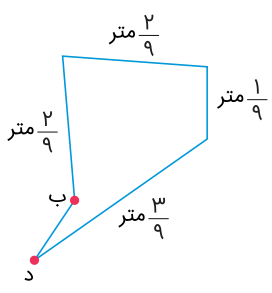
محیط یک ذوزنقه ۱۶ سانتی‌متر می‌باشد. روی شکل طول هر ضلع آن داده شده است. اندازه قاعده بزرگ آن چقدر می‌باشد؟



- (۱) $\frac{59}{12}$
- (۲) $\frac{61}{12}$
- (۳) $\frac{31}{6}$
- (۴) $\frac{29}{6}$

۴

محیط شکل زیر ۱ متر است. اندازه ضلع "ب" کدام می‌باشد؟



- (۱) $\frac{4}{9}$
- (۲) $\frac{3}{4}$
- (۳) $\frac{2}{9}$
- (۴) $\frac{1}{9}$

۵

در مورد کسر زیر، کدام گزینه صحیح است؟

$$A = \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \frac{1}{103} + \dots + \frac{1}{200}$$

- (۱) $0 < A < \frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{1}{2} < A < 1$
- (۳) $1 < A < 2$
- (۴) $2 < A$

۶

مقدار \square را طوری انتخاب کنید که در هر مورد تساوی برقرار باشد.

الف

$$\frac{\frac{25}{16}}{\frac{9}{\square}} = \frac{1}{36}$$

ب

$$\frac{-\frac{3}{5} + \frac{1}{3}}{\square - \frac{1}{2}} = 1$$

عددها را به طور تقریبی به نزدیک‌ترین عدد صحیح گرد کنید. سپس حاصل عبارت را به دست آورید.

۷

$$-\frac{1}{3} \div \frac{2}{3} \times (-\frac{15}{16}) + 1\frac{9}{17} =$$

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

۸

الف

$$2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}$$

ب

$$\frac{2 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3}}}{\frac{1 - \frac{2}{5}}{1 - \frac{1}{2 + \frac{1}{5}}}} =$$

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

۹

الف

$$\frac{-\frac{3}{5} + \frac{1}{7}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{5}} \div \frac{2}{3} =$$

$$\frac{\frac{2}{5} - \frac{1}{5}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}} \div \frac{2}{\frac{1}{5}} = \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{3}} \div \frac{3}{\frac{1}{5}}$$

$$\left(\frac{2}{2} - \frac{1}{5}\right) \div \frac{1}{2} + 4 \left[\frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{4}} \div \frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{4}} \right] =$$

عبارت زیر را محاسبه نمایید.

۱۰

$$((5 + 3 - 9) - 2(-4 + 6 - 4)) - \frac{15}{7} \times \frac{14}{55} \div \frac{9}{22}$$

عبارت زیر را محاسبه نمایید.

۱۱

$$-5 \div \frac{-3 + \frac{1}{4}}{-2 - \frac{1}{2}}$$

$$\frac{1 - \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}}}{1 - \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}}}$$

حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف

$$\frac{39}{-4} \div \frac{-13}{-37}$$

ب

$$\frac{-1111}{-1212} \div \frac{2222}{-3434}$$

حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{462} = ?$$

$$\frac{21}{22} \quad (2)$$

$$\frac{22}{21} \quad (4)$$

$$\frac{19}{20} \quad (1)$$

$$\frac{20}{19} \quad (3)$$

حاصل عبارت زیر، برابر با کدام گزینه است؟

$$\frac{13}{15} + \frac{13}{35} + \frac{13}{63} + \frac{13}{99} + \frac{13}{143} = ?$$

$$\frac{13}{5} \quad (2)$$

$$\frac{5}{13} \quad (4)$$

$$\frac{11}{5} \quad (1)$$

$$\frac{13}{3} \quad (3)$$

$$\frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \frac{1}{11 \times 14} = ?$$

(۲) $\frac{3}{11 \times 14}$
(۴) $\frac{3}{70}$

(۱) $\frac{9}{70}$
(۳) $\frac{5}{14}$

حاصل عبارت ... $A = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} + \dots$ برابر است با:

(۲) $\frac{2}{3}$
(۴) $\frac{1}{4}$

(۱) $\frac{3}{4}$
(۳) $\frac{1}{3}$

اگر $5 = \sqrt{x} + 3 = \frac{2}{3} \sqrt{x} + 3$ باشد، مقدار $\frac{2}{x} + \frac{9}{x}$ کدام است؟

(۲) $\frac{2}{9}$
(۴) $\frac{4}{27}$

(۱) $\frac{1}{15}$
(۳) $\frac{5}{27}$

اگر x جواب معادله $1392 = \frac{x+1}{1} + \frac{x+2}{2} + \frac{x+3}{3} + \dots + \frac{x+1391}{1391}$ باشد، کدام گزینه درست است؟

(۲) $x = 2$
(۴) $x \leq 0$

(۱) $x > 1$
(۳) $0 < x < 1$

مقدار کسر $S = \frac{2013(1+2+3+\dots+2014)}{2015(1+2+3+\dots+2013)}$ برابر کدام گزینه است؟

(۲) 2014×2015
(۴) ۱

(۱) $\frac{2013}{2015}$
(۳) $\frac{2014}{2013}$

حاصل $(\frac{1}{۲} + \frac{1}{۳} + \frac{1}{۴} + \dots + \frac{1}{n}) + (\frac{1}{۲} + \frac{۲}{۳} + \frac{۳}{۴} + \dots + \frac{n-1}{n})$ برابر است با:

- (۱) $\frac{n(n+1)}{۲}$
- (۲) $(n+1)$
- (۳) n
- (۴) $n-1$

کدام گزینه در مورد $M = (\frac{1}{۲} - \frac{1}{۳}) + (\frac{1}{۴} - \frac{1}{۵}) + \dots + (\frac{1}{۸۰} - \frac{1}{۸۱})$ درست است؟ (راهنمایی: ابتدا حاصل پیرانتزها را بیابید)

- (۱) $M = ۴۰$
- (۲) $M > ۴۰$
- (۳) $M < ۴۰$
- (۴) $M = ۸۰$

حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{1}{۲} + (\frac{1}{۳} + \frac{۲}{۳}) + (\frac{1}{۴} + \frac{۲}{۴} + \frac{۳}{۴}) + (\frac{1}{۵} + \frac{۲}{۵} + \frac{۳}{۵} + \frac{۴}{۵}) + \dots + (\frac{1}{۲۰} + \frac{۲}{۲۰} + \frac{۳}{۲۰} + \dots + \frac{۱۹}{۲۰}) = ?$$

- (۱) ۹۵
- (۲) ۹۷
- (۳) ۹۸
- (۴) ۱۰۰

حاصل عبارت $۱ - \frac{1}{۲} + \frac{1}{۳} - \frac{1}{۴} + \frac{1}{۹} - \frac{1}{۸} + \frac{1}{۲۷} - \frac{1}{۱۶} + \dots$ کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) $\frac{1}{۳}$
- (۳) ۳
- (۴) $\frac{1}{۲}$

۲۵

حاصل عبارت $\frac{۳}{۲ \times ۵} + \frac{۳}{۵ \times ۸} + \frac{۳}{۸ \times ۱۱} + \dots + \frac{۳}{(۳n+۲)(۳n-۱)}$ کدام است؟

$$\frac{۳n}{۶n+۴} \quad (۲)$$

$$\frac{۱}{۳n+۲} \quad (۴)$$

$$\frac{۳n-۳}{۶n+۴} \quad (۱)$$

$$\frac{۱}{۳n-۱} \quad (۳)$$

۲۶

حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$- \left[- \left[\left(-\frac{-۱}{۲} \right) + \left(\frac{-۱}{-۳} \right) \right] + \left[\left(\frac{-۱}{-۳} \right) + \left(\frac{-۱}{-۲} \right) \right] \right] = ?$$

$$\frac{-۱}{۶} \quad (۲)$$

$$\frac{۱}{۶} \quad (۴)$$

صفر (۱)

$$\frac{۲}{۳} \quad (۳)$$

۲۷

باتوجه به اینکه کسر $\frac{۱}{۲ \times ۳}$ را می‌توان به صورت $\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۳}$ نوشت، پاسخ عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{۱}{۱ \times ۲} + \frac{۱}{۲ \times ۳} + \frac{۱}{۳ \times ۴} + \dots + \frac{۱}{۹۹ \times ۱۰۰}$$

صفر (۲)

$$۱ \frac{۱}{۱۰۰} \quad (۴)$$

۱ (۱)

$$\frac{۹۹}{۱۰۰} \quad (۳)$$

۲۸

حاصل $\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۸} + \dots + \frac{۱}{۴۰۹۶}$ کدام است؟

$$\frac{۲۰۴۳}{۴۰۹۶} \quad (۲)$$

۱ (۴)

$$\frac{۴۰۹۵}{۴۰۹۶} \quad (۱)$$

$$\frac{۴۰۹۷}{۴۰۹۶} \quad (۳)$$

۲۹

میانگین سه عدد گویا برابر با $\frac{۱}{۳}$ شده است. اگر دوتای آن‌ها $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۱}{۳}$ باشند، عدد سوم کدام است؟

$$-\frac{۱}{۱۲} \quad (۲)$$

$$\frac{۲۵}{۱۲} \quad (۴)$$

$$\frac{۱}{۱۲} \quad (۱)$$

$$\frac{۱۳}{۱۲} \quad (۳)$$

۳۰

تساوی‌های زیر را کامل کنید.

الف

$$-(-(-(-(-\frac{4}{5})))) =$$

ب

$$-(-(-(\underbrace{\quad}_{\text{۱۲۳ علامت منفی}} (\frac{2}{\sqrt{}})))) =$$

۳۱

اعداد زیر را تجزیه کنید و به صورت حاصل ضرب اعداد توان دار بنویسید.

الف

۲۱۶

ب

۱۲۲۵

پ

۶۷۵

۳۲

با روش تقسیم تعیین کنید کدام یک از اعداد زیر اول و کدام یک مرکب اند.

الف

۱۴۹

ب

۱۶۳

پ

۱۱۹

۳۳

اعداد ۱۲۰ تا ۱۶۰ را در نظر بگیرید و به سوال های زیر پاسخ دهید.

الف

روش غربال را برای اعداد ۱۲۰ تا ۱۶۰ بنویسید.

ب

اولین و آخرین عددی که خط می خوردند، کدام اند؟

پ

باتوجه به اولین و آخرین عددی که خط می خوردند، اعداد اول بین آن ها را بیابید.

۳۴

روش غربال را برای اعداد ۱ تا ۷۰ می‌نویسیم. مشخص کنید:

الف

اولین مضرب ۱۳ که برای اولین بار خط می‌خورد، چیست؟

ب

عدد ۴۲ چند بار و با مضرب‌های چه اعدادی خط می‌خورد؟

پ

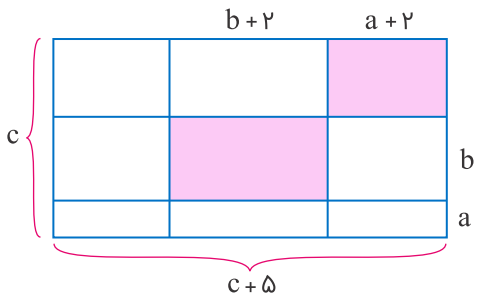
اولین مضرب ۷ که یک بار خط می‌خورد، کدام است؟

ت

آخرین عددی که خط می‌زنیم، کدام است؟

۳۵

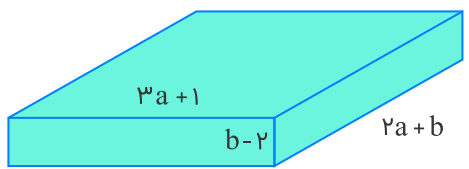
مساحت قسمت رنگی را برحسب a ، b و c بنویسید.



۳۶

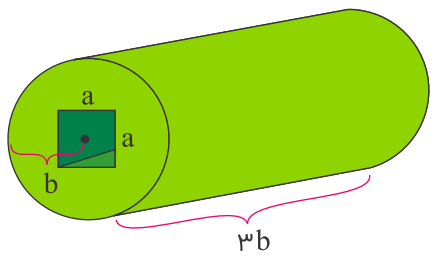
حجم شکل‌های زیر را به‌صورت جبری بیان کنید.

الف



ب

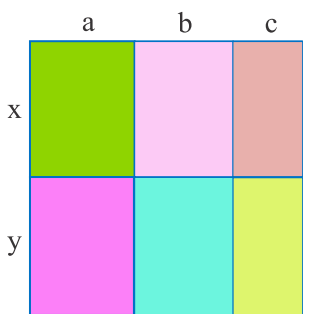
(از استوانه یک منشور خارج شده است.)



۳۷

برای هریک از شکل‌های زیر تساوی جبری بنویسید.

الف



۳۸

برقراری هریک از تساوی‌های زیر را با رسم شکل مناسب نشان دهید.

الف

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

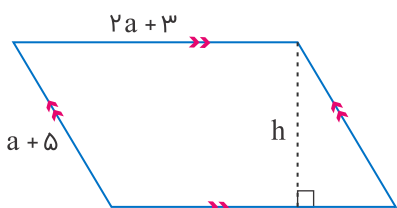
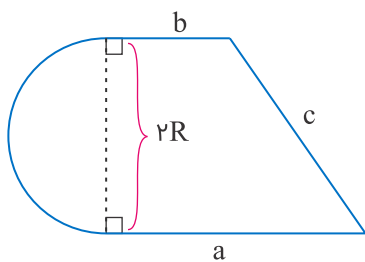
$$(a + b)(2a + b + 1) = 2a^2 + b^2 + 3ab + a + b$$

ب

محیط و مساحت شکل‌های زیر را به صورت جبری بنویسید.

۳۹

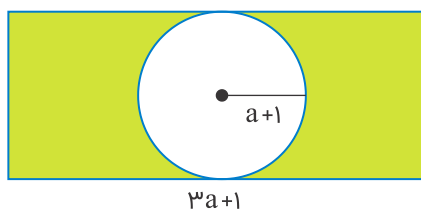
الف



ب

در شکل زیر، مساحت قسمت رنگی را به دست آورید. (برای سادگی $\pi = 3$ را در نظر بگیرید)

۴۰



اگر $A = 2m - n$ ، $B = 3m + a$ و $C = 2n - a$ باشند، حاصل هریک از موارد زیر را برحسب m ، n و a به دست آورید.

۴۱

$$3A - 2B + C =$$

الف

$$2AB - 2AC + CB =$$

ب

$$2A - 3B + 2A - C + 3B =$$

پ

عبارت‌های زیر را ساده کنید.

۴۲

$$(3a + 2)(2b - a) + 3ab =$$

الف

$$(3m - 3n)(2n + 4m) - 3mn + 2n^2 =$$

ب

$$\frac{1}{4}(3x + y)(2y - 2xy) - \frac{1}{3}(6 - 3xy) =$$

پ

$$5(3x - 4y) - 4(2x - 3y) + 3y =$$

ت

$$2(x - y + 2)(2y + x - 4xy) + 3(2x - 2y + 5xy) =$$

ث

$$3x^2 - 5y + 3(xy + 4) - (x - y)(x - y) =$$

ج

$$3a(3b + a)(2a - b + 1) - 3(a^2 - 2ab + b^2) =$$

چ

ضریب x را در هریک از عبارتهای زیر پس از ساده کردن بیابید.

۴۳

$$(x - 1)(2x + xy - y^2)$$

الف

$$(2x - 1)(x^2 + xy - x + 1)$$

ب

$$(x - 2)(2x^2 + 6x - 1)$$

پ

$$(3x + 2)(x^2 - 5x + 4)$$

ت

عبارت جبری جمله Ω ام هریک از الگوهای عددی زیر را بنویسید.

۴۴

۱, ۳, ۵, ۷, ...

الف

۰, ۳, ۸, ۱۵, ...

ب

۱, ۴, ۷, ۱۰, ...

پ

۱, ۷, ۱۷, ۳۱, ...

ت

عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

۴۵

$$(a + b)^2 - (a - 4b)(2a + 6b)$$

الف

$$2a(a + 3b)^2 - 3ab(b + 2a)$$

ب

$$(2a + b^3)^2 - b^3(b^3 + 4a)$$

پ

ثابت کنید مجموع هر عدد دورقمی با مقلوبش، همواره بر ۱۱ بخش پذیر است.

۴۶

حاصل عبارت جبری داده شده را به ساده ترین صورت بنویسید.

۴۷

$$x^2(x^2 + 3x + 1) - 3x(x^2 - 4) =$$

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

۴۸

$$\frac{3}{5}a(10a - 15b + 20ab) =$$

الف

$$(3x - 4y)^2 + 24xy =$$

۴۹ اگر $a + b = 8$ و $a + c = 6$ و $b + c = 12$ ، مقدار c کدام است؟

۴۹

۴ (۲)

۷ (۱)

۵ (۴)

۶ (۳)

۵۰ عملکرد * را برای دو عدد a و b اینگونه تعریف می‌کنیم $a * b = a^2 - 2ab$. حال اگر $a = -1$ و $b = 2$ باشد، حاصل عبارت برابر با کدام گزینه است؟

۵۰

۵ (۲)

۸ (۱)

۳ (۴)

-۳ (۳)

۵۱ حاصل $\frac{a-b}{b-a}$ به ازای $a = 1000^{200}$ و $b = 200^{1000}$ کدام است؟

۵۱

-۱ (۲)

۱ (۱)

$200^{1000} - 1000^{200}$ (۴)

1000^{200} (۳)

۵۲ باتوجه به عدد ورودی و کاری که ماشین انجام می‌دهد، خروجی کدام ماشین بزرگ‌تر است؟

۵۲

$\frac{3}{5} \xrightarrow{-\frac{1}{3}x-2}$ (۲)

$-\frac{2}{3} \xrightarrow{4x-2}$ (۱)

$\frac{3}{4} \xrightarrow{2x^2-6x+4}$ (۴)

$\frac{2}{7} \xrightarrow{\frac{1}{3}x^2+7x+3}$ (۳)

۵۳ در مجموعه اعداد حقیقی مثبت، عمل * را چنین تعریف می‌کنیم $a * b = \frac{ab}{a+b}$ ، در این صورت حاصل عبارت $3 * (3 * 3)$ کدام است؟

۵۳

$\frac{3}{4}$ (۲)

۱ (۱)

$\frac{4}{3}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

اگر $a^ybc = 2^F$ و $ab^yc = 3^F$ و $abc^y = 5^F$ باشد، حاصل abc کدام است؟

۵۴

۴۰ (۲)

۴۵ (۱)

۳۰ (۴)

۳۵ (۳)

مقدار عددی عبارت $x^2 - x(1 - x(1 - x) - x^2) - x$ به ازای $x = 1401$ برابر با چه عددی است؟

۵۵

-۱۴۰۰ (۲)

-۱۴۰۰۲ (۱)

۱۴۰۰۲ (۴)

۱۴۰۰ (۳)

اگر $x + \frac{1}{x} = 5$ باشد، مقدار $x^2 + \frac{1}{x^2}$ کدام گزینه است؟

۵۶

۷ (۲)

۲۳ (۱)

۲۵ (۴)

۳ (۳)

اگر $y + z = 2x$ ، آنگاه حاصل $\frac{(x + y + z)^2 - x^2}{xy + xz + x^2}$ کدام است؟

۵۷

$\frac{8}{3}$ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

مقدار عددی عبارت $\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$ به ازای $a = 10$ و $b = 6$ و $c = 8$ کدام است؟ $(P = \frac{a+b+c}{2})$

۵۸

۲۲ (۲)

۲۴ (۱)

۱۸ (۴)

۲۰ (۳)

مقدار عددی عبارت $a - a(a^2 - 2a)^2$ را به ازای $a = -1$ کدام است؟

۵۹

۶ (۲)

۵ (۱)

۸ (۴)

۷ (۳)

۶۰

مقدار عددی عبارت $\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ به ازای $a = 4$ و $b = -3$ و $c = -1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$
 (۲) $-\frac{1}{3}$
 (۳) $-\frac{1}{4}$
 (۴) $\frac{1}{4}$

۶۱

اگر $2a = 3$ و $ab + a = 9$ باشد، مقدار b کدام است؟

- (۱) ۳
 (۲) ۵
 (۳) ۶
 (۴) ۴

۶۲

مقدار عددی عبارت $(xy)^3 - x^3 - y^3$ به ازای $x = -1$ و $y = -2$ برابر با چه عددی است؟

- (۱) ۱۳
 (۲) ۱۱
 (۳) -۱۱
 (۴) -۱۳

۶۳

مقدار عددی $x^3 + x^2 + x^1 + x^0$ به ازای $x = -3$ کدام است؟

- (۱) ۱۷
 (۲) -۱۸
 (۳) ۱۸
 (۴) -۲۰

۶۴

حاصل عبارت $(x-1)(x-2)\dots(x-1384)(x-1385)(x-1386)$ به ازای $x = 700$ کدام است؟

- (۱) صفر
 (۲) ۱۳۸۶
 (۳) ۱
 (۴) $1386 \times 1385 \times \dots \times 1$

۶۵

اگر $t = 9$ باشد، مقدار y در عبارت زیر چقدر است؟

$$y = 100 - \frac{100}{1+t}$$

- (۱) ۹۵
 (۲) ۹۰
 (۳) ۸۵
 (۴) ۸۰

۶۶

اگر $a + 2b = 5$ و $c = 3$ ، آنگاه حاصل $a + 2(b + c)$ چقدر است؟

- (۱) ۱۲
 (۲) ۹
 (۳) ۱۰
 (۴) ۱۱

۶۷ حاصل عبارت $2a - 3a^2 - 5b^3$ به ازای $a = -1$ و $b = 2a$ چقدر است؟

۶۷

(۲) -۳۹

(۱) ۴۵

(۴) -۴۱

(۳) ۳۹

۶۸ اگر داشته باشیم $a = -2$ و $b = -3$ ، حاصل عبارت $(a - b)(a + b)$ کدام است؟

۶۸

(۲) -۲۵

(۱) ۰

(۴) ۲۵

(۳) -۵

۶۹ مقدار عددی عبارت‌های زیر را به ازای مقادیر داده‌شده حساب کنید.

۶۹

الف

$$x^2 - 2x - 5, \quad x = -2$$

ب

$$\frac{5x^2y - 3xy + 7}{2y^2x - 4y + 4}, \quad x = 3, \quad y = -3$$

پ

$$3(x^2 - y^2) + (4xy - 2y^2)(3x - 1), \quad x = 4, \quad y = -1$$

ت

$$\frac{1}{3}(x - y^2)(x^2 - y) + \frac{3xy}{3x^2y + 2}, \quad x = 1, \quad y = 2$$

۷۰ به سؤالات زیر پاسخ دهید.

۷۰

الف مقدار عددی عبارت جبری $x^2 - 4xy + 3y^2$ را به ازای $x = -3$ و $y = 2$ به دست آورید.

الف

۷۱ اگر $a = 2 - \sqrt{5}$ و $b = 2 + \sqrt{5}$ باشد، مقدار $a^3b^2 - a^2b^3$ کدام است؟

۷۱

(۲) -۴

(۱) ۴

(۴) $-2\sqrt{5}$

(۳) $2\sqrt{5}$

$\Delta x + y, \Delta x + 3y, 7x + \Delta y, 7x + 7y, \dots$

(۲) ۴۹

(۱) ۶۳

(۴) ۵۶

(۳) ۵۱

حاصل عبارت $\frac{a^y b^x - a^x b^y + a^x b^y}{a^y b^y}$ به ازای $a = 2x^y - x + 1$ و $b = x^y - x + 1$ برابر کدام است؟

(۲) x^y

(۱) ۱

(۴) $1 - x^y$

(۳) $x^y - x$

عبارت زیر به صورت ضرب دو عبارت جبری کدام است؟

$$12(x-1)^y y^y (z+2) + 9(x-1)^y y(z+2)^y + 27(x-1)(z+2)$$

(۲) $3(x-1)(z+2) \times [4(x-1)^y y + 3(x-1)y(z+2)^y + 9]$

(۱) $3(x-1)(z+2) \times [4(x-1)^y y^y + 3(x-1)y(z+2) + 9]$

(۴) $3(x-2)(z-1) \times [4(x-1)^y y^y + 3(x-1)y(z+2)^y + 9]$

(۳) $3(x-1)(z+2) \times [4(x-1)^y y^y + 3(x-1)y(z+2)^y + 9]$

ساده شده کسر $\frac{x(y+1) + 2(y+1)}{2x+4}$ برابر است با:

(۲) $\frac{y+1}{2}$

(۱) $\frac{y+1}{x}$

(۴) $y + \frac{1}{2}$

(۳) $\frac{x+1}{x}$

حاصل عبارت $\frac{y^y x - y^y}{zx - z}$ به ازای $y = -4$ و $x = \sqrt{17}$ و $z = 8$ برابر کدام گزینه است؟

(۲) -۴

(۱) ۲

(۴) $2 - \sqrt{17}$

(۳) $\frac{1}{2}$

مجموع ضرایب عددی عبارت‌های جبری صورت و مخرج پس از تجزیه کدام است؟

$$\frac{4xz^y - \lambda yz^y + 4z^y}{3abx + 3ab - 6aby} =$$

(۲) ۸

(۱) ۷

(۴) ۱۵

(۳) ۹

ساده شده عبارت $3x^2 + (x-1)(1+y) - 3x$ به صورت حاصل ضرب، برابر با کدام گزینه است؟

۷۸

(۲) $(3x+1)(x+y+1)$

(۱) $(3x-1)(x+y-1)$

(۴) $(x-1)(3x+y+1)$

(۳) $(x+1)(3x-y+1)$

ساده شده عبارت $\frac{ab^2 - a^2b}{ac - bc}$ کدام گزینه است؟

۷۹

(۲) $\frac{a^2b^2}{c}$

(۱) $\frac{ab}{c}$

(۴) $-\frac{a^2b^2}{c}$

(۳) $-\frac{ab}{c}$

هریک از عبارتهای زیر را برحسب a ، b و c بنویسید.

۸۰

$\overline{abc} + \overline{cab} + \overline{bca} =$

الف

با روش تجزیه، عبارتهای زیر را ساده کنید.

۸۱

$\frac{6a^2b^2 - 4ab^2}{2ab^2 - 5b^2}$ ($a \neq \frac{5}{2}, b \neq 0$)

الف

$\frac{4a^2b^2 - 2a^2b^2}{6ab - 2a^2b}$ ($a \neq 3$)

ب

$\frac{3a^2b - 5ab}{2a^2 - 5a}$ ($a \neq 0$)

پ

$\frac{4m^2b^2 - b^2m^2}{2m^2b - m^2b^2}$ ($m \neq 0, b \neq 0$)

ت

$a^2 - b^2$

ث

$a^2 + b^2 + 2ab$

ج

عبارتهای زیر را تجزیه کنید.

۸۲

الف

$$6x^2y + 2xy^2 - 10xy =$$

ب

$$28m^2n - 14m^2p + 7m^2n^2 =$$

پ

$$3a^2b^2 - 2a^2bc + 4ab^2c^2 =$$

ت

$$4x^2y - 2x^2 + 12x^2y^2 =$$

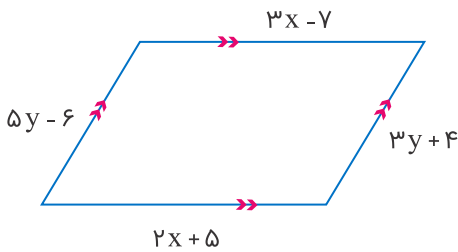
ث

$$2^m x^2 y^2 + 2^m xy^2 - 2^m xy =$$

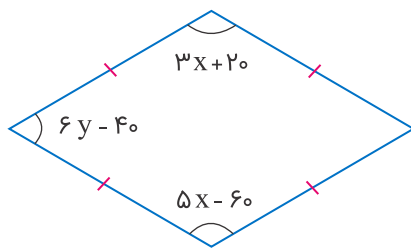
باتوجه به شکل‌های زیر، مقادیر X و Y را به دست آورید.

۸۳

الف

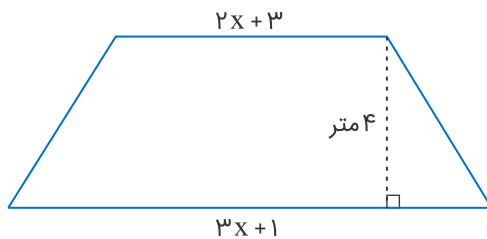


ب



مساحت ذوزنقه زیر برابر ۲۴ متر است. مقدار X را حساب کنید.

۸۴



امید ۷۰۰۰ تومان و احسان ۳۰۰۰ تومان دارد. اگر امید روزانه ۳۰۰ تومان و احسان روزانه ۵۰۰ تومان پس‌انداز کند، پس از چند روز پول آن‌ها برابر می‌شود؟

۸۵

سه برابر پول مینا همان قدر از ۴۵۰ تومان بیشتر است که از ۵۷۰ تومان کمتر است. پول مینا چقدر است؟

۸۶

اگر $\frac{4}{5}$ از $\frac{5}{6}$ عددی، ۱۲ واحد از نصف آن بیشتر باشد، آن عدد را بیابید.

۸۷

۸۸

پدر یونس $\frac{۳}{۵}$ پولش را به یونس و $\frac{۲}{۵}$ پولی را که به یونس داده بود به دخترش شیدا داد و ۸۰۰ تومان برایش باقی ماند. پدر یونس چقدر پول داشته است؟

۸۹

هشت سال دیگر، سن مهسا ۳ برابر سن چهار سال پیش او خواهد بود. مهسا چند سال دارد؟

۹۰

اگر شروین تعدادی کتاب هرکدام به قیمت ۳۵۰ تومان بخرد، ۳۰۰ تومان اضافه می‌آورد. اگر او همین تعداد کتاب را به قیمت ۱۸۵ تومان بخرد، ۲۲۸۰ تومان اضافه می‌آورد. کل پول شروین چقدر است؟

۹۱

از سه برابر عددی پنج واحد کم کردیم، حاصل نه واحد بیشتر از پنج برابر عدد شد. آن عدد کدام است؟

۹۲

محیط مستطیلی که طول آن از سه برابر عرضش ۵ واحد کمتر است، برابر با ۲۲ سانتی‌متر می‌شود. مساحت این مستطیل را حساب کنید.

۹۳

مجموع پنج عدد فرد متوالی، برابر ۱۵- شده است. آن اعداد را پیدا کنید.

۹۴

پدر رضا هنگام تولد او ۳۲ سال داشت. پس از چند سال سن پدر رضا ده واحد بیشتر از دو برابر سن رضا می‌شود؟

۹۵

معادله‌های زیر را حل کنید.

الف

$$۳(۲x - ۵) = ۲(۴x + ۱۹)$$

ب

$$۲x(۴ - ۳x) - ۴ = ۳x(۱ - ۲x) + ۸$$

پ

$$\frac{۳}{۵}x - ۷ = \frac{۲}{۳}x + ۴$$

$$\frac{1}{3} - \frac{2x+5}{2} = -\frac{5}{3}$$

ت

$$\frac{x-1}{4} - \frac{2x-3}{6} = \frac{-3x-1}{3}$$

ث

$$-\frac{1}{2} \left(\frac{3x-1}{3} - \frac{2x+5}{5} \right) = -\frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$$

ج

۹۶ آیا ۲ و ۳- جواب‌های معادله $x^2 + x = 6$ هستند؟ چرا؟

۹۶

۹۷ اگر به ۳ برابر سن هادی، ۱۱ سال اضافه کنیم، سن ۳۷ سال بعد او به دست می‌آید. هادی الان چند سال دارد؟

۹۷

۹۸ مجموع سه عدد فرد متوالی برابر با ۵۱ است. عدد بزرگ‌تر کدام است؟

۹۸

۹۹ به ازای چه مقدار a ، دو کسر زیر باهم برابرند؟

۹۹

$$\frac{2a+3}{2}, \frac{a+1}{5}$$

۱۰۰ جواب معادله $x^2 - 4x = (x+1)^2$ چند است؟

۱۰۰

۱۰۱ اگر $3(x+1) = 15$ باشد، حاصل $2x - 1$ برابر چند است؟

۱۰۱

۱۰۲ معادلات زیر را حل کنید.

۱۰۲

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{6} = 2$$

الف

$$\frac{2}{5}x + \frac{-3}{2} = -2$$

ب

$$\frac{2}{5}(2x-1) = 3x$$

پ

$$-\frac{x}{2} - \frac{-x}{3} + \frac{x}{4} = -1$$

ت

$$\frac{-13x+7}{5-2x} = -4$$

ث

$$\frac{-2x+1}{2} = \frac{-3x+8}{8}$$

ج

$$\frac{3x-4}{5} - \frac{6x}{3} = \frac{x}{4} + 10$$

چ

$$\frac{2}{3} - \frac{x}{2} + 2 = \frac{x}{3} - 1$$

ح

$$\frac{-2x+3}{6} - 5 = \frac{2x+1}{4} + 1$$

۱۰۳ حاصل عبارت $\frac{5^7 - 5^8 + 5^9 - 5^{10} + \dots - 5^{20}}{-1 + 5 - 5^2 + \dots + 5^{13}}$ کدام است؟

- (۱) 5^7
- (۲) -5^7
- (۳) $(\frac{1}{5})^7$
- (۴) $-\frac{1}{5^7}$

۱۰۴ بین دو عدد $\sqrt{97}$ و $\sqrt{27}$ چند عدد طبیعی وجود دارد؟

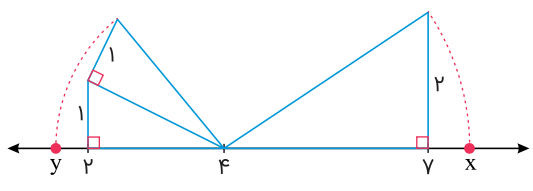
- (۱) ۴
- (۲) ۲
- (۳) ۵
- (۴) ۳

۱۰۵ حاصل تقریبی $\sqrt{\frac{0/990.9}{\text{رقم } 100}}$ تا صد رقم اعشار کدام است؟

- (۱) $\frac{0/980.8}{\text{رقم } 99}$
- (۲) $\frac{0/990.9}{\text{رقم } 100}$
- (۳) $\frac{0/880.8}{\text{رقم } 100}$
- (۴) $\frac{0/994.04}{\text{رقم } 98}$

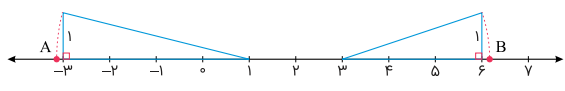
۱۰۶ در شکل زیر مقدار $x - y$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{13} + \sqrt{6}$
- (۲) $\sqrt{13} + \sqrt{7}$
- (۳) $\sqrt{14} + \sqrt{6}$
- (۴) $\sqrt{12} + \sqrt{6}$

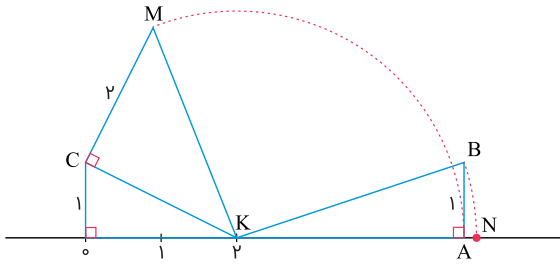


۱۰۷ AB چند واحد است؟

- (۱) $9 + \sqrt{2}$
- (۲) $\sqrt{17} + \sqrt{10} + 2$
- (۳) $\sqrt{10} + 1 + \sqrt{17}$
- (۴) $4 - \sqrt{17} + \sqrt{10}$

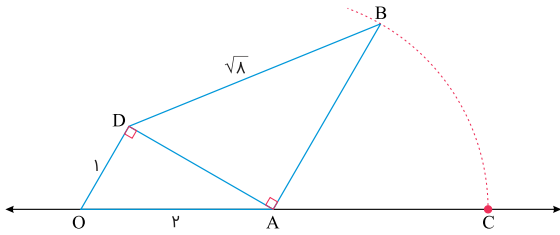


در شکل به مرکز K و شعاع KM کمانی زده ایم تا محور را در A قطع کند. سپس به مرکز K و به شعاع KB کمانی می‌زنیم تا محور را در N قطع کند. نقطه N نمایشگر چه عددی است؟



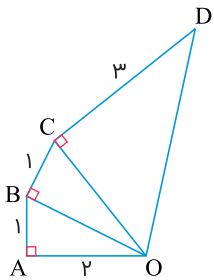
- (۱) $3 + \sqrt{10}$
- (۲) $1 + \sqrt{10}$
- (۳) $3 + \sqrt{5} + \sqrt{10}$
- (۴) $2 + \sqrt{10}$

در شکل زیر به مرکز A و به شعاع AB کمانی زده شده است تا محور را در نقطه C قطع کند. نقطه C نمایشگر چه عددی است؟ (طول نقطه O برابر با صفر است)



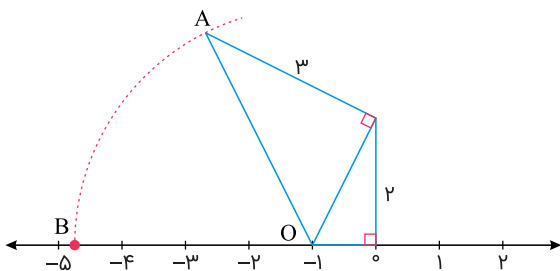
- (۱) $\sqrt{7}$
- (۲) $\sqrt{5}$
- (۳) $2 + \sqrt{7}$
- (۴) $2 + \sqrt{5}$

محیط شکل زیر چند است؟ (اندازه‌ها برحسب سانتی‌متر است)



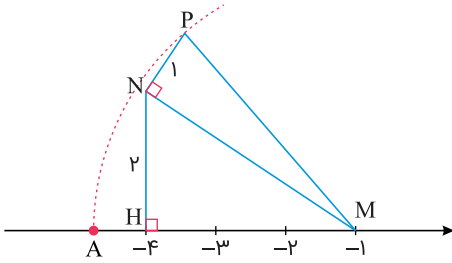
- (۱) 7
- (۲) $\sqrt{7} + 15$
- (۳) $7 + \sqrt{15}$
- (۴) $\sqrt{7} + \sqrt{15}$

در شکل زیر به مرکز O و به شعاع OA کمان زده شده است. نقطه B نمایشگر چه عددی می‌باشد؟



- (۱) $-3/5$
- (۲) $-1 - \sqrt{14}$
- (۳) $1 - \sqrt{14/5}$
- (۴) $-3/3$

به مرکز M و به شعاع MP کمان زده شده است. نقطه A در شکل زیر، نمایش چه نقطه‌ای می‌باشد؟



(۱) $-\sqrt{14}$

(۲) $-\sqrt{13}$

(۳) $-1 - \sqrt{14}$

(۴) $-1 - \sqrt{13}$

حاصل عبارات زیر را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

الف

$$\frac{(-3)^7}{14^{10}} \div \frac{(-3)^8}{7^{10}} \times \frac{2^{10}}{3^2} \times 3^{10}$$

ب

$$\frac{\frac{3^{10}}{5^5} \times 2^{10}}{\frac{6^{10}}{5^6}}$$

حاصل عبارت‌های زیر را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$$5^7 \div 5^3 \div 5^2 \times 3^2 =$$

ربع عدد 2^{3x-3} را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

حاصل کسرهای زیر را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$$\frac{15^7 \times 5^3 \times 3^4}{9^2 \times 25^3} =$$

$$\frac{(3^2)^3 \times 3^{23}}{9^3 \times 27^3} =$$

$$\frac{(x^m y^n)^5 \times (x^f y^r)^m}{(y^q \times x^l) \div y^m} =$$

$$\frac{((25)^m \div (25)^{-10}) \times 5^r}{(5^q \times 5^l) \div 25^f} =$$

علامت حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را مشخص نمایید.

$$\frac{((-3)^r \times (-15)^y \times (-15)^x}{((-2)^m \times (-4^z))^r}$$

ثلاث خمس عدد 15^y را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

حاصل عبارت‌های زیر را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$$(0/75)^m \div \left(\frac{3}{4}\right)^r \times \left(\frac{9}{12}\right)^r =$$

$$9^m \times 3^f \times 2^g \times 4^r \div 6^y =$$

$$27^{3a-1} \div 3^{6a-3} \times 3^{2a} =$$

$$(3^r)^m \times 3^{2m} \times \left((3^r)^m\right)^r \div (3^r)^{3m} =$$

حاصل هریک را به صورت عدد توانی بنویسید.

$$\frac{8^y \times 16^z}{4^{11} \times 2^r}$$

$$\frac{4^{25} + 4^{28}}{4^{24} + 4^{26}}$$

درستی یا نادرستی هریک از عبارت‌های زیر را تعیین کنید.

۱۲۷ اگر $2^x = 3$ باشد، حاصل $2^{x-2} = 5/7$ است.

۱۲۸ حاصل عبارت زیر را به دست آورید. (مقدار x برابر صفر نیست)

$$\frac{x \times x^2 \times \dots \times x^{10}}{x^{10} \div x^8 \div x^6 \div x^4 \div x^2}$$

۱۲۹ عدد 625^{15} چندبرابر عدد 125^{13} است؟

۱۳۰ حاصل عبارت زیر را به صورت عدد تواندار بنویسید.

$$\frac{5^{15} + 5^{15} + 5^{15} + 5^{15} + 5^{15} + 5^{15} + 5^{15} + 5^{15}}{2^{16} + 2^{16} + 2^{16} + 2^{16} + 2^{16} + 2^{16} + 2^{16} + 2^{16} + 2^{16} + 2^{16}}$$

۱۳۱ حاصل عبارت زیر را به صورت عدد تواندار به دست آورید.

$$\frac{3^5 + 3^5 + 3^5}{3^5 \times 3^5 \times 3^5}$$

۱۳۲ حاصل عبارت زیر را به صورت عدد تواندار بنویسید. ($a, b \neq 0$)

$$\frac{a^{26} \times a^{18} \times a^{32} \times b^{53}}{a^{34} \times a^{42} \times b^{42}}$$

۱۳۳ حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$2\sqrt{32} - \sqrt{128} + 5\sqrt{16} + 5\sqrt{8} + (-20) = ?$$

$$4\sqrt{2} \quad (2)$$

$$32 \quad (4)$$

$$\sqrt{128} \quad (1)$$

$$8 \quad (3)$$

$$\sqrt{\frac{(1 \times 2) \times (3 \times 4) \times (5 \times 6) \times (7 \times 8)}{(2 \times 4) \times (6 \times 8) \times (10 \times 12) \times (14 \times 16)}} =$$

- $\frac{2}{19}$ (۲)
 $\frac{1}{16}$ (۴)

- $\frac{2}{17}$ (۱)
 $\frac{1}{17}$ (۳)

$$\sqrt{(1 - \frac{1}{5})(1 - \frac{1}{6})(1 - \frac{1}{7}) \dots (1 - \frac{1}{400})} =$$

- $\frac{1}{10}$ (۲)
 $\frac{1}{200}$ (۴)

- $\frac{1}{100}$ (۱)
 $\frac{1}{20}$ (۳)

- ۱۰۰ (۲)
 ۵۰ (۴)

- ۲۵۰ (۱)
 ۵۱ (۳)

- ۱۸ (۲)
 ۱۵ (۴)

- ۲۰ (۱)
 ۱۶ (۳)

- $3\sqrt{2} - 2$ (۲)
 $1 + \sqrt{2}$ (۴)

- $\sqrt{2} + 2$ (۱)
 $\sqrt{2} - 2$ (۳)

۱۳۹ حاصل $6\sqrt{24} - (3\sqrt{3} - 2\sqrt{2})(2\sqrt{2} - 2\sqrt{3})$ برابر با کدام گزینه است؟

۱۳۹

(۲) $30 - 24\sqrt{6}$

(۱) 30

(۴) $-30 - 24\sqrt{6}$

(۳) -30

۱۴۰ حاصل $\frac{\sqrt{125} - \sqrt{5}}{\sqrt{45} - 2\sqrt{20}}$ برابر با کدام گزینه است؟

۱۴۰

(۲) -3

(۱) -4

(۴) 3

(۳) 4

۱۴۱ حاصل عبارت زیر کدام است؟

۱۴۱

$$\sqrt{\frac{28}{18}} \times \frac{\sqrt{125} \times \sqrt{32}}{\sqrt{35} \times 27} \div \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{3}} =$$

(۲) $\frac{13}{28}$

(۱) $\frac{15}{27}$

(۴) $\frac{10}{9}$

(۳) $\frac{27}{20}$

۱۴۲ حاصل عبارت زیر در کدام گزینه آمده است؟

۱۴۲

$$\left(\frac{-\sqrt{625}}{\sqrt{4}} + 124\frac{1}{2}\right) \times \sqrt{0.01 \times 121} =$$

(۲) $-12/32$

(۱) $123/2$

(۴) 1232

(۳) $1/232$

۱۴۳ حاصل عبارت زیر کدام است؟

۱۴۳

$$\frac{\sqrt{4\sqrt{25} - 15}}{\sqrt{3\sqrt{9} + 1}} \times \frac{\sqrt{\sqrt{81} - 2\sqrt{4}}}{\sqrt{5(\sqrt{100} - \sqrt{4})}} =$$

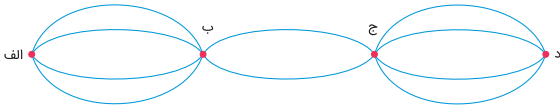
(۲) $\frac{5}{\sqrt{10}}$

(۱) $\frac{1}{8}$

(۴) $\frac{1}{16}$

(۳) $\frac{1}{4}$

در شکل زیر به چند طریق می‌توان از شهر "الف" به شهر "د" رفت و برگشت به شرط آنکه مسیرهایی که در رفت استفاده شده، در برگشت استفاده نشود؟



(۱) ۳۲

(۲) ۶۴

(۳) ۲۸۸

(۴) ۵۱۲

چند عدد سه‌رقمی غیرتکراری با ارقام فرد وجود دارد که بر ۵ بخش‌پذیر است؟

(۱) ۲۵

(۲) ۲۰

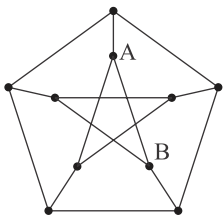
(۳) ۱۲

(۴) ۱۶

برای رفتن از تهران به مشهد، دو راه وجود دارد و از مشهد به سه طریق می‌توانیم به شهر یزد برویم. به چند طریق می‌توانیم با استفاده از این مسیرها از تهران ابتدا به مشهد و سپس به یزد برویم؟

متن زیر را با دقت بخوانید.

در نقشه زیر، ۱۰ "شهر" با دایره‌های کوچک و ۱۵ "جاده" بین آن‌ها با پاره‌خط نشان داده شده‌اند. منظور از یک "جاده"، پاره‌خطی مانند AB است که دو رأس آن روی دو شهر باشد. می‌دانیم که فقط در شهرها می‌توان از یک جاده به جاده دیگر رفت. باتوجه به متن، به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.



می‌خواهیم از شهر A شروع به حرکت کنیم و در طول مسیر از هیچ جاده تکراری رد نشویم و دوباره به شهر A برگردیم. حداقل از چند جاده باید عبور کنیم؟

(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) بیشتر از ۵

درباره درستی جملات زیر چه می‌توان گفت؟

الف: می‌توانیم از یک شهر شروع به حرکت کنیم و بدون اینکه از شهر تکراری عبور کنیم، همه ۹ شهر دیگر را ببینیم.
ب: می‌توانیم از یک شهر شروع به حرکت کنیم و بدون اینکه از شهر تکراری عبور کنیم، همه ۹ شهر دیگر را ببینیم و دوباره به همان شهر اول برگردیم.

(۱) هر دو جمله درست است.

(۲) تنها جمله "الف" درست است.

(۳) تنها جمله "ب" درست است.

(۴) هیچ‌یک درست نیست.

"فاصله دو شهر" یعنی کمترین تعداد جاده‌ای که باید از آن عبور کنیم تا از یک شهر به شهر دیگر برسیم. در این نقشه، دو شهری که بیشترین فاصله را دارند در نظر بگیرید. فاصله بین این دو شهر چقدر است؟

(۱) کمتر از ۳

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) بیشتر از ۴

۱۵۰ یک رستوران دارای پنج نوع غذای قیمه، قورمه‌سبزی، کباب و زرشک‌پلو با مرغ و جوجه کباب است. همچنین این رستوران دارای ۴ نوع نوشیدنی و ۳ نوع سالاد است.

الف اگر فردی بخواهد سفارش یک غذا به همراه سالاد و نوشیدنی بدهد، تعداد کل حالات این سفارش چقدر می‌شود؟

الف

ب اگر رستوران در یک روز خاص ۲ نوع غذا به منوی غذاهایش اضافه نماید، تعداد کل حالات سفارش یک غذا به همراه یک سالاد و یک نوشیدنی چه مقدار تغییر می‌کند؟

ب

پ اگر این رستوران از منوی نوشیدنی‌ها یک نوع کم کند و به منوی سالادها یک نوع بیفزاید، تعداد کل حالات سفارش چقدر تغییر می‌کند؟

پ

ت احتمال اینکه فردی در سفارش خود، قیمه یا قورمه‌سبزی را به‌عنوان غذا انتخاب نماید چقدر است؟

ت

الف ۱

ب

$$\text{مساحت قسمت رنگی} = ۴\frac{۲}{۵} \times ۲\frac{۱}{۳} = \frac{۱۵۴}{۱۵}$$

$$\text{مساحت مستطیل} \times \frac{۳}{۸} = \text{مساحت قسمت رنگی}$$

$$\text{مساحت قسمت رنگی} = \frac{۳}{۸} \times \left(۵\frac{۳}{۵}\right) \times \left(۲\frac{۴}{۷}\right) = \frac{۳}{\cancel{۸}} \times \frac{\cancel{۳}}{۵} \times \frac{\cancel{۴}}{\cancel{۷}} = \frac{۲۷}{۵} = ۵\frac{۲}{۵}$$

راحل اول:

۲

$$۲ + ۴ + ۶ + \dots + ۲۰۰$$

از ۲ فاکتور می‌گیریم:

$$۲(۱ + ۲ + ۳ + \dots + ۱۰۰)$$

حاصل پیرانتز را از رابطه کتاب به دست می‌آوریم.

$$۵۰ \begin{cases} ۱ + ۱۰۰ = ۱۰۱ \\ ۲ + ۹۹ = ۱۰۱ \\ ۳ + ۹۸ = ۱۰۱ \\ ۴ + ۹۷ = ۱۰۱ \\ \vdots \\ ۵۰ + ۵۱ = ۱۰۱ \end{cases} \Rightarrow ۵۰ \times ۱۰۱ = ۵۰۵۰$$

حال حاصل را در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$۵۰۵۰ \times ۲ = ۱۰۱۰۰$$

راحل دوم:

از فرمول استفاده می‌کنیم: عدد آخر ضرب در عدد بعدی آن تقسیم بر ۲

$$۲(۱ + ۲ + ۳ + \dots + ۱۰۰) = ۲ \times \frac{۱۰۰ \times ۱۰۱}{۲} = ۱۰۱۰۰$$

راحل سوم:

از رابطه زیر ابتدا تعداد را به دست می‌آوریم و سپس حاصل جمع، در این مثال فاصله ۲ است.

$$۲ + ۴ + ۶ + \dots + ۲۰۰$$

$$۱ + \frac{\text{عدد اول} - \text{عدد آخر}}{\text{فاصله دو عدد متوالی}} = \text{تعداد اعداد}$$

$$\text{تعداد} = \frac{۲۰۰ - ۲}{۲} + ۱ = ۹۹ + ۱ = ۱۰۰$$

$$\text{جمع اعداد} = \frac{\text{عدد اول} + \text{عدد آخر}}{۲} \times \text{تعداد}$$

$$\text{جمع اعداد} = \frac{۲۰۰ + ۲}{۲} \times ۱۰۰ = ۱۰۱ \times ۱۰۰ = ۱۰۱۰۰$$

$$3\frac{2}{3} + 2\frac{1}{4} + 5 + \text{قاعدهٔ بزرگ} = 16$$

$$\text{قاعدهٔ بزرگ} = 16 - 3\frac{2}{3} - 2\frac{1}{4} - 5$$

$$= 16 - \frac{11}{3} - \frac{9}{4} - 5 = 16 - \frac{44}{12} - \frac{27}{12} - \frac{60}{12}$$

$$= 16 - \frac{131}{12} = \frac{192}{12} - \frac{131}{12} = \frac{61}{12}$$

$$\text{ب د} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} + \frac{3}{9} = \frac{1 \times 9}{1 \times 9}$$

$$\text{ب د} = \frac{9}{9} - \frac{2}{9} - \frac{2}{9} - \frac{1}{9} - \frac{3}{9} \Rightarrow \text{ب د} = \frac{1}{9}$$

تعدادشان ۱۰۰۰ است. بزرگ‌ترین آن‌ها $\frac{1}{101}$ می‌باشد که می‌توان $\frac{1}{100}$ در نظر گرفت. $1 = 100 \times \frac{1}{100}$ ، در نتیجه مجموع کسرها یعنی مقدار A هرگز به ۱ نمی‌رسد، از طرفی از $\frac{1}{200} = 100 \times \frac{1}{200}$ نیز بزرگ‌تر است.

$$\frac{\frac{25}{14}}{\frac{9}{12}} = \frac{1}{36} \Rightarrow \frac{25}{14} \times \frac{1}{9} \times \frac{12}{\square} = \frac{1}{36}$$

$$\Rightarrow \square = \frac{25 \times 1 \times 12 \times 36}{14 \times 9 \times 1} = 75$$

$$\frac{-3\frac{4}{5} + 2\frac{1}{3}}{\square - \frac{1}{2}} = 1 \Rightarrow \square - \frac{1}{2} = -\frac{19}{5} + \frac{7}{3} \Rightarrow \square = -\frac{19}{5} + \frac{7}{3} + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \square = \frac{-114 + 70 + 15}{30} = \frac{-29}{30}$$

$$\underbrace{-3\frac{1}{3}}_{\approx -3} \div \underbrace{2\frac{2}{3}}_{\approx 3} \times \underbrace{(-3\frac{15}{16})}_{\approx -4} + \underbrace{1\frac{9}{17}}_{\approx 2} = -3 \div 3 \times (-4) + 2 = 6$$

$$2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}} = 2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{3}}} = 2 - \frac{1}{2 - \frac{3}{4}} = 2 - \frac{4}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

$$\frac{39}{-4} \div \frac{-13}{-32} = \frac{39}{-4} \times \frac{32}{13} = -24$$

$$\frac{-1111}{-1212} \div \frac{2222}{-3434} = \frac{1111}{1212} \times \frac{-3434}{2222} = \frac{-(101) \times 34}{(101) \times 12 \times 2} = -\frac{17}{12}$$

گزینه ۲

۱۴

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{462} &= \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{21 \times 22} \\ &= \left(\frac{1}{1} + \left(-\frac{1}{2}\right)\right) + \left(\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3}\right)\right) + \dots + \left(\frac{1}{21} + \left(-\frac{1}{22}\right)\right) \\ &= 1 + \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{21} + \left(-\frac{1}{22}\right) = 1 + \left(\frac{-1}{22}\right) = \frac{21}{22} \end{aligned}$$

گزینه ۴

۱۵

$$\begin{aligned} \frac{13}{15} + \frac{13}{35} + \frac{13}{63} + \frac{13}{99} + \frac{13}{143} \\ &= \frac{13}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{13}\right) \\ &= \frac{13}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{13}\right) = \frac{13}{2} \left(\frac{13-3}{3 \times 13}\right) = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۴

۱۶

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \frac{1}{11 \times 14} \\ \Rightarrow 3A &= \frac{3}{5 \times 8} + \frac{3}{8 \times 11} + \frac{3}{11 \times 14} \\ \Rightarrow 3A &= \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14} - \frac{1}{14} \\ \Rightarrow 3A &= \frac{1}{5} - \frac{1}{14} \Rightarrow 3A = \frac{14-5}{70} = \frac{9}{70} \\ \Rightarrow A &= \frac{9}{70} \div 3 = \frac{9}{70} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{70} \end{aligned}$$

گزینه ۳

۱۷

باتوجه به اینکه مخرج کسر مرتباً در عدد ۴ ضرب می‌شود، با ضرب طرفین تساوی در ۴ داریم:

$$\begin{aligned} 4A &= 1 + \underbrace{\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots}_A \Rightarrow 4A = 1 + A \\ \Rightarrow 3A &= 1 \Rightarrow A = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

گزینه ۴

۱۸

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \sqrt{\sqrt{x}} + 3 = 5 &\Rightarrow \frac{2}{3} \sqrt{\sqrt{x}} = 2 \xrightarrow{\times \frac{3}{2}} \sqrt{\sqrt{x}} = 3 \\ \Rightarrow \sqrt{x} &= 9 \Rightarrow x = 81 \\ \frac{3}{x} + \frac{9}{x} &= \frac{3}{81} + \frac{9}{81} = \frac{12}{81} = \frac{4}{27} \end{aligned}$$

$$x + 1 + \frac{x}{2} + 1 + \frac{x}{3} + 1 + \dots + \frac{x}{1391} + 1 = 1392$$

$$x(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1391}) + 1391 = 1392$$

$$\Rightarrow x(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1391}) = 1$$

می‌دانیم $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1391} > 1$ ، پس x باید کوچکتر از ۱ باشد تا حاصل ضرب آن‌ها ۱ شود. پس گزینه‌های "۱"، "۲" و "۴" حذف می‌شوند. همچنین x نمی‌تواند منفی باشد، پس گزینه "۳" صحیح است.

می‌دانیم که $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ ، پس:

$$\frac{2013 \times (\frac{1+2014}{2}) \times 2014}{2015 \times (\frac{1+2013}{2}) \times 2013} = 1$$

می‌توانیم از اتصال دوتایی کسرها استفاده کنیم.

$$\begin{aligned} & (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n}) + (\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{n-1}{n}) \\ &= \underbrace{(\frac{1}{2} + \frac{1}{2})}_{1} + \underbrace{(\frac{1}{3} + \frac{2}{3})}_{1} + \underbrace{(\frac{1}{4} + \frac{3}{4})}_{1} + \dots + \underbrace{(\frac{1}{n} + \frac{n-1}{n})}_{1} \end{aligned}$$

اگر دقت کنید تعداد یک‌ها برابر با صورت آخرین کسر می‌باشد، پس حاصل کل برابر است با: $n - 1$

$$M = \frac{1}{6} + \frac{1}{20} + \frac{1}{42} + \dots + \frac{1}{6480}$$

تعداد کسرهای اولیه ۸۰ تا است، پس تعداد کسرهای فوق ۴۰ تا می‌باشد که همه آن‌ها از کوچک‌ترین، در نتیجه: $M < 40$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} + \underbrace{(\frac{1}{3} + \frac{2}{3})}_{\frac{2}{2}=1} + \underbrace{(\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4})}_{\frac{6}{4}=\frac{3}{2}} + \underbrace{(\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5})}_{\frac{10}{5}=2} \\ & + \dots + \underbrace{(\frac{1}{20} + \frac{2}{20} + \frac{3}{20} + \dots + \frac{19}{20})}_{\frac{19 \times 20}{20} = 19} \end{aligned}$$

ابتدا تک تک پرانتزها را محاسبه کرده و برای یافتن صورت پرانتز آخر از فرمول گاوس استفاده کرده‌ایم. حال تمام پرانتزها را برای راحتی کار با مخارج ۲ می‌نویسیم:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \dots + \frac{19}{2} = \frac{190}{2} = 95$$

$$\begin{aligned}
 & (1 + \frac{1}{۳} + \frac{1}{۹} + \frac{1}{۲۷} + \dots) - (\frac{1}{۲} + \frac{1}{۴} + \frac{1}{۸} + \frac{1}{۱۶} + \dots) \\
 &= \underbrace{(1 + \frac{1}{۳} + \frac{1}{۳^۲} + \frac{1}{۳^۳} + \dots)}_A - \underbrace{(\frac{1}{۲} + \frac{1}{۲^۲} + \frac{1}{۲^۳} + \frac{1}{۲^۴} + \dots)}_B \\
 & A = 1 + \frac{1}{۳} + \frac{1}{۳^۲} + \frac{1}{۳^۳} + \dots \\
 & ۳A = ۳ + 1 + \frac{1}{۳} + \frac{1}{۳^۲} + \dots \Rightarrow ۳A = ۳ + A \\
 & \Rightarrow ۲A = ۳ \Rightarrow A = \frac{۳}{۲} \\
 & B = \frac{1}{۲} + \frac{1}{۲^۲} + \frac{1}{۲^۳} + \frac{1}{۲^۴} + \dots \\
 & ۲B = 1 + \frac{1}{۲} + \frac{1}{۲^۲} + \frac{1}{۲^۳} + \dots \Rightarrow ۲B = 1 + B \Rightarrow B = 1 \\
 & A - B = \frac{۳}{۲} - 1 = \frac{1}{۲}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{۲} - \frac{1}{۵} + \frac{1}{۵} - \frac{1}{۸} + \frac{1}{۸} - \frac{1}{۱۱} + \dots + \frac{1}{۳n-1} - \frac{1}{۳n+۲} \\
 &= \frac{1}{۲} - \frac{1}{۳n+۲} = \frac{۳n+۲-۲}{۲(۳n+۲)} = \frac{۳n}{۲(۳n+۲)} = \frac{۳n}{۶n+۴}
 \end{aligned}$$

ابتدا علامت‌ها را ساده می‌کنیم و پس حاصل جمع را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned}
 & - \left[- \left[\left(-\frac{1}{۲} \right) + \left(\frac{1}{۳} \right) \right] + \left[\left(\frac{1}{۳} \right) + \left(-\frac{1}{۲} \right) \right] \right] \\
 &= - \left[- \left[\left(\frac{1}{۲} + \frac{1}{۳} \right) \right] + \left[\left(\frac{1}{۳} + \left(-\frac{1}{۲} \right) \right) \right] \right] = - \left[-\frac{۵}{۶} + \frac{۵}{۶} \right] = 0
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{۲} + \frac{1}{۲} - \frac{1}{۳} + \frac{1}{۳} - \frac{1}{۴} + \frac{1}{۴} - \frac{1}{۵} + \dots + \frac{1}{۹۹} - \frac{1}{۱۰۰} = \frac{1}{1} - \frac{1}{۱۰۰} = \frac{۹۹}{۱۰۰}$$

با راهبرد حل مسئله ساده‌تر، این سؤال را حل می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{۲} + \frac{1}{۴} = \frac{۳}{۴} \\
 & \frac{1}{۲} + \frac{1}{۴} + \frac{1}{۸} = \frac{۷}{۸} \\
 & \frac{1}{۲} + \frac{1}{۴} + \frac{1}{۸} + \dots + \frac{1}{۴۰۹۶} = \frac{۴۰۹۵}{۴۰۹۶}
 \end{aligned}$$

$$\frac{-3\frac{1}{3} + 2\frac{1}{4} + \bigcirc}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow -3\frac{1}{3} + 2\frac{1}{4} + \bigcirc = 1$$

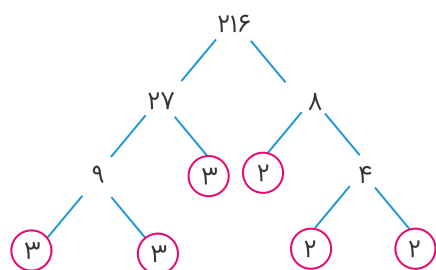
$$\Rightarrow -\frac{10}{3} + \frac{9}{4} + \bigcirc = 1 \Rightarrow \frac{-40 + 27}{12} + \bigcirc = 1$$

$$\Rightarrow \frac{-13}{12} + \bigcirc = 1 \Rightarrow \bigcirc = \frac{25}{12}$$

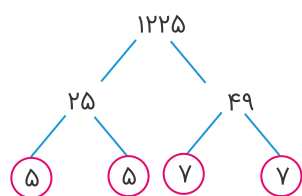
$$-(-(-(-(-1\frac{4}{5})))) = -1\frac{4}{5} = -1\frac{4}{5}$$

$$-(-(-(\dots (\frac{2}{7})))) = \frac{2}{7}$$

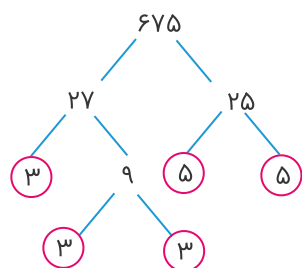
۱۳۳ علامت منفی
۱۳۶ منفی



$$\Rightarrow 216 = 2^3 \times 3^3$$



$$\Rightarrow 1225 = 5^2 \times 7^2$$



$$\Rightarrow 675 = 3^3 \times 5^3$$

الف ۳۰

ب

الف ۳۱

ب

پ

$$\begin{array}{r} 149 \quad | \quad 2 \\ \hline 148 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 149 \quad | \quad 3 \\ \hline 147 \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 149 \quad | \quad 5 \\ \hline 145 \\ 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 149 \quad | \quad 7 \\ \hline 147 \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 149 \quad | \quad 11 \\ \hline 143 \\ 6 \end{array}$$

$13 \times 13 = 169 \rightarrow$ ادامه نمی‌دهیم \Rightarrow ۱۴۹ عدد اول است

$$\begin{array}{r} 163 \quad | \quad 2 \\ \hline 162 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 163 \quad | \quad 3 \\ \hline 162 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 163 \quad | \quad 5 \\ \hline 160 \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 163 \quad | \quad 7 \\ \hline 161 \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 163 \quad | \quad 11 \\ \hline 154 \\ 9 \end{array}$$

$13 \times 13 = 169 \rightarrow$ ادامه نمی‌دهیم \Rightarrow ۱۶۳ عدد اول است

$$\begin{array}{r} 119 \quad | \quad 2 \\ \hline 118 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 119 \quad | \quad 3 \\ \hline 117 \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 119 \quad | \quad 5 \\ \hline 115 \\ 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 119 \quad | \quad 7 \\ \hline 119 \\ 0 \end{array}$$

بر ۷ بخش‌پذیر است، پس ۱۱۹ عدد اول نیست.

~~۱۳۰ ۱۳۱ ۱۳۲ ۱۳۳ ۱۳۴ ۱۳۵ ۱۳۶ ۱۳۷ ۱۳۸ ۱۳۹ ۱۴۰~~
~~۱۳۱ ۱۳۲ ۱۳۳ ۱۳۴ ۱۳۵ ۱۳۶ ۱۳۷ ۱۳۸ ۱۳۹ ۱۴۰~~
~~۱۴۱ ۱۴۲ ۱۴۳ ۱۴۴ ۱۴۵ ۱۴۶ ۱۴۷ ۱۴۸ ۱۴۹ ۱۵۰~~
~~۱۵۱ ۱۵۲ ۱۵۳ ۱۵۴ ۱۵۵ ۱۵۶ ۱۵۷ ۱۵۸ ۱۵۹ ۱۶۰~~

اولین: ۱۳۰ آخرین: ۱۴۳

اولین: ۱۳۰ آخرین: ۱۴۳

چهار عدد اول بین این دو عدد وجود دارد:

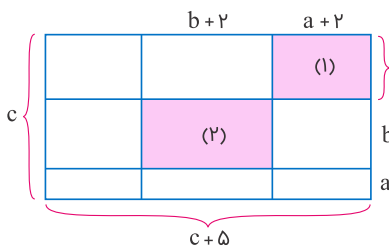
۱۲۷، ۱۳۱، ۱۳۷، ۱۳۹

عدد ۲۶ که در مضارب ۲ خط می‌خورد.

سه بار با مضارب ۲، ۳ و ۷

۴۹

۴۹



$$c - (a + b) = c - a - b \quad (1) : (a + 2)(c - a - b) \Rightarrow (1) : ac - a^2 - ab + 2c - 2a - 2b$$

$$(2) : b(b + 2) = b^2 + 2b$$

$$(1) + (2) : ac - a^2 - ab + 2c - 2a - \cancel{2b} + b^2 + \cancel{2b} = b^2 - a^2 + ac - ab + 2c - 2a$$

$$\text{حجم} = (3a + 1) \times (b - 2) \times (2a + b) = (3ab - 6a + b - 2)(2a + b)$$

$$= 6a^2b + 3ab^2 - 12a^2 - 6ab + 2ab + b^2 - 4a - 2b$$

$$= 6a^2b + 3ab^2 - 12a^2 - 4ab + b^2 - 4a - 2b$$

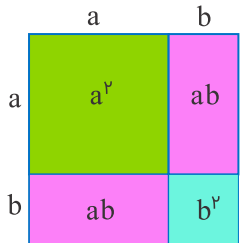
$$\begin{cases} \text{حجم استوانه} = \pi b^2 \times 3b = 3\pi b^3 \\ \text{حجم منشور داخل استوانه که خالی است} = a^2 \times 3b = 3a^2 b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{حجم کل} = 3\pi b^3 - 3a^2 b$$

ب

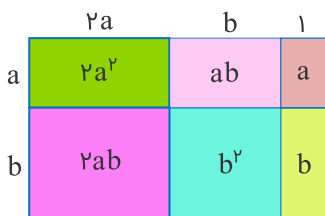
$$(x + y)(a + b + c) = xa + xb + xc + ya + yb + yc$$

الف ۳۷



الف ۳۸

$$\Rightarrow (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$



ب

$$\Rightarrow (a + b)(2a + b + 1) = 2a^2 + b^2 + 3ab + a + b$$

$$\text{محیط} = \frac{2\pi R}{2} + b + c + a = \pi R + b + c + a$$

الف ۳۹

$$\begin{cases} \text{مساحت نیم‌دایره} = \frac{\pi R^2}{2} \\ \text{مساحت ذوزنقه} = \frac{2R \times (a + b)}{2} = R \times (a + b) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت کل} = \frac{\pi}{2} R^2 + R(a + b)$$

$$\text{محیط} = 2(2a + 3 + a + 5) = 6a + 16$$

ب

$$\text{مساحت} = (2a + 3)h = 2ah + 3h$$

$$\text{مستطیل } S = (3a + 1) \times 2(a + 1) = 6a^2 + 4a + 2$$

۴۰

$$\text{دایره } S = (a + 1)^2 \times 3 = (a + 1)(a + 1) \times 3 = 3a^2 + 6a + 3$$

$$\text{رنگی } S = 6a^2 + 4a + 2 - (3a^2 + 6a + 3) = 3a^2 + 2a - 1$$

الف ۴۱

$$3A - 2B + C = 3(2m - n) - 2(3m + a) + 2n - a$$

$$= 6m - 3n - 6m - 2a + 2n - a = -n - 3a$$

ب

$$\begin{aligned} \gamma AB - \gamma AC + CB &= \gamma(\gamma m - n)(\gamma m + a) - \gamma(\gamma m - n)(\gamma n - a) + (\gamma n - a)(\gamma m + a) \\ &= \gamma m^2 + \underline{\gamma ma} - \cancel{\gamma mn} - \gamma na - \lambda mn + \underline{\gamma ma} + \gamma n^2 - \cancel{\gamma na} + \cancel{\gamma mn} + \gamma na - \underline{\gamma ma} - a^2 \\ &= \gamma m^2 + \delta ma - \lambda mn - \gamma na + \gamma n^2 - a^2 \end{aligned}$$

پ

$$\begin{aligned} \gamma A - \gamma B + \gamma A - C + \gamma B &= \gamma A - C = \gamma(\gamma m - n) - \gamma n + a \\ \lambda m - \gamma n - \gamma n + a &= \lambda m - \delta n + a \end{aligned}$$

الف ۴۲

$$(\gamma a + \gamma)(\gamma b - a) + \gamma ab = \delta ab - \gamma a^2 + \gamma b - \gamma a + \gamma ab = -\gamma a^2 + \delta ab - \gamma a + \gamma b$$

ب

$$\begin{aligned} (\gamma m - \gamma n)(\gamma n + \gamma m) - \gamma mn + \gamma n^2 &= \delta mn + \gamma m^2 - \delta n^2 - \gamma mn - \gamma mn + \gamma n^2 \\ &= \gamma m^2 - \delta n^2 - \delta mn \end{aligned}$$

پ

$$\begin{aligned} \frac{1}{\gamma}(\gamma x + \gamma)(\gamma y - \gamma xy) - \frac{1}{\gamma}(\delta - \gamma xy) &= (\gamma x + \gamma)(\gamma y - \gamma xy) - (\delta - \gamma xy) \\ &= \gamma xy + \gamma^2 - \gamma x^2 y - \gamma xy^2 - \delta + \gamma xy = -\gamma x^2 y - \gamma xy^2 + \gamma^2 + \delta xy - \delta \end{aligned}$$

ت

$$\delta(\gamma x - \delta y) - \delta(\gamma x - \gamma y) + \gamma y = \delta \delta x - \delta \delta y - \lambda x + \delta \gamma y + \gamma y = \delta x - \delta y$$

ث

$$\begin{aligned} \gamma(x - \gamma + \gamma)(\gamma y + x - \delta xy) + \gamma(\gamma x - \gamma y + \delta xy) \\ &= \delta xy + \gamma x^2 - \lambda x^2 y - \delta y^2 - \gamma xy + \lambda xy^2 + \lambda y + \delta x - \delta \delta xy + \delta x - \delta y + \delta \delta xy \\ &= -\lambda x^2 y + \lambda xy^2 + \gamma x^2 - \delta y^2 + \delta xy + \delta x + \delta y \end{aligned}$$

ج

$$\begin{aligned} \gamma x^2 - \delta y + \gamma(xy + \delta) - (x - \gamma)(x - \gamma) &= \gamma x^2 - \delta y + \gamma xy + \delta \gamma - x^2 + \gamma x + \gamma x - \gamma y - \gamma^2 \\ &= \gamma x^2 - \delta y + \gamma xy + \delta \gamma - x^2 - \gamma y^2 + \gamma xy = \gamma x^2 - \gamma y^2 + \delta xy - \delta y + \delta \gamma \end{aligned}$$

ج

$$\begin{aligned} \gamma a(\gamma b + a)(\gamma a - b + \delta) - \gamma(a^2 - \gamma ab + b^2) \\ &= \gamma a(\delta ab - \gamma b^2 + \gamma b + \gamma a^2 - ab + a) - \gamma a^2 + \delta ab - \gamma b^2 \\ &= \underline{\delta a^2 b} - \delta ab^2 + \underline{\delta ab} + \delta a^3 - \underline{\gamma a^2 b} + \cancel{\gamma a^2} - \cancel{\gamma a^2} + \underline{\delta ab} - \gamma b^2 \\ &= \delta a^2 b - \delta ab^2 + \delta ab + \delta a^3 - \gamma b^2 \end{aligned}$$

الف ۴۳

$$(x - \delta)(\gamma x + \gamma y - \gamma^2) = \gamma x^2 + x^2 y - \gamma xy - \underline{\gamma x} - \gamma y + \gamma^2$$

ضریب x برابر با -۲ است.

ب

$$(\gamma x - \delta)(x^2 + \gamma y - x + \delta) = \gamma x^3 + \gamma x^2 y - \underline{\gamma x^2} + \underline{\gamma x} - \underline{x^2} - \gamma y + \underline{x} - \delta = \gamma x^3 + \gamma x^2 y - \gamma x^2 + \gamma x - \gamma y - \delta$$

ضریب x برابر با ۳ است.

پ

$$(x - \gamma)(\gamma x^2 + \delta x - \delta) = \gamma x^3 + \underline{\delta x^2} - \underline{x} - \underline{\delta x^2} - \underline{\delta x} + \delta = \gamma x^3 + \gamma x^2 - \delta x + \delta$$

ضریب x برابر با -۱۳ است.

ت

$$(\gamma x + \gamma)(x^2 - \delta x + \delta) = \gamma x^3 - \underline{\delta x^2} + \underline{\delta x} + \underline{\gamma x^2} - \underline{\delta x} + \delta = \gamma x^3 - \delta x^2 + \gamma x + \delta$$

ضریب x برابر با ۲ است.

۴۴

$$\begin{aligned}n &= 1: 2 \times 1 - 1 = 1 \\n &= 2: 2 \times 2 - 1 = 3 \Rightarrow \text{عبارت جبری جمله } n \text{ام} \\n &= 3: 2 \times 3 - 1 = 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}n &= 1: 1 \times 1 - 1 = 0 \\n &= 2: 2 \times 2 - 1 = 3 \Rightarrow \text{عبارت جبری جمله } n \text{ام} \\n &= 3: 3 \times 3 - 1 = 8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}n &= 1: 3 \times 1 - 2 = 1 \\n &= 2: 3 \times 2 - 2 = 4 \Rightarrow \text{عبارت جبری جمله } n \text{ام} \\n &= 3: 3 \times 3 - 2 = 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}n &= 1: 2 \times (1)^2 - 1 = 1 \\n &= 2: 2 \times (2)^2 - 1 = 7 \Rightarrow \text{عبارت جبری جمله } n \text{ام} \\n &= 3: 2 \times (3)^2 - 1 = 17\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a+b)^2 - (a-2b)(2a+3b) &= (a+b)(a+b) - (2a^2 + \overbrace{6ab}^{-2ab} - 6ab - 24b^2) \\&= a^2 + ab + ba + b^2 - 2a^2 + 2ab + 24b^2 = -a^2 + 4ab + 25b^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2a(a+3b)^2 - 3ab(b+2a) &= 2a(a+3b)(a+3b) - 3ab^2 - 6a^2b \\&= 2a(a^2 + \overbrace{3ab}^{6ab} + 3ba + 9b^2) - 3ab^2 - 6a^2b \\&= 2a^3 + 12a^2b + 18ab^2 - 3ab^2 - 6a^2b = 2a^3 + 6a^2b + 15ab^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2a+b^2)^2 - b^2(b^2+4a) &= (2a+b^2)(2a+b^2) - b^4 - 4ab^2 \\&= 4a^2 + \cancel{2ab^2} + \cancel{2ab^2} + \cancel{b^4} - \cancel{b^4} - 4ab^2 = 4a^2\end{aligned}$$

فرض کنید عدد موردنظر به صورت \overline{ab} باشد، بنابراین مقلوب آن به صورت \overline{ba} خواهد بود. داریم:

$$\begin{cases} \overline{ab} = 10a + b \\ \overline{ba} = 10b + a \end{cases} \\ \Rightarrow \overline{ab} + \overline{ba} = 10a + b + 10b + a = 11a + 11b = 11(a+b)$$

واضح است که $11(a+b)$ بر 11 بخش پذیر است.

$$x^6 + \cancel{3x^3} + x^2 - \cancel{3x^3} + 12x = x^6 + x^2 + 12x$$

$$\frac{3}{5}a(10a - 15b + 20ab) = 6a^2 - 9ab + 12a^2b$$

$$\begin{aligned}(3x-4y)^2 + 24xy &= (3x-4y)(3x-4y) + 24xy \\&= 9x^2 - 12xy - 12xy + 16y^2 + 24xy = 9x^2 + 16y^2\end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} a + b = ۸ \\ a + c = ۶ \\ b + c = ۱۲ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{حاصل جمع}} ۲a + ۲b + ۲c = ۲۶$$

$$۲(a + b + c) = ۲۶ \Rightarrow \underbrace{a + b + c}_{۸} = ۱۳ \Rightarrow c = ۱۳ - ۸ = ۵$$

$$a * b = a^b - ۲ab \Rightarrow -۱ * ۲ = (-۱)^۲ - ۲(-۱)(۲) = ۱ + ۴ = ۵$$

عبارت‌های $a - b$ و $b - a$ قرینه یکدیگرند و اگر صورت و مخرج یک کسر قرینه یکدیگر باشد، حاصل برابر -۱ می‌شود، پس بدون توجه به مقادیر داده‌شده حاصل عبارت $\frac{a-b}{b-a}$ برابر -۱ می‌باشد.

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$۱) ۴x - ۲ \xrightarrow{x=\frac{۲}{۳}} ۴\left(-\frac{۲}{۳}\right) - ۲ = -\frac{۱۴}{۳}$$

$$۲) -\frac{۱}{۳}x - ۲ \xrightarrow{x=\frac{۲}{۵}} -\frac{۱}{۳} \times \left(\frac{۲}{۵}\right) - ۲ = -\frac{۱}{۵} - \frac{۱۰}{۵} = -\frac{۱۱}{۵}$$

$$۳) \frac{۱}{۴}x^۲ + ۷x + ۳ \xrightarrow{x=\frac{۲}{۷}} \frac{۱}{۴} \times \left(\frac{۲}{۷}\right)^۲ + ۷ \times \left(\frac{۲}{۷}\right) + ۳ = \frac{۱}{۴۹} + ۲ + ۳ = ۵\frac{۱}{۴۹}$$

$$۴) ۲x^۲ - ۶x + ۴ \xrightarrow{x=\frac{۳}{۴}} ۲ \times \left(\frac{۳}{۴}\right)^۲ - ۶\left(\frac{۳}{۴}\right) + ۴ = ۲ \times \frac{۹}{۱۶} - \frac{۱۸}{۴} + ۴ = \frac{۹}{۸} - \frac{۹}{۲} + ۴ = \frac{۵}{۸}$$

کافی است تمام محاسباتی که برای a و b انجام می‌دهیم، برای اعداد داده‌شده نیز انجام دهیم.

$$۳ * ۳ = \frac{۳ \times ۳}{۳ + ۳} = \frac{۹}{۶} = \frac{۳}{۲}$$

$$۳ * \frac{۳}{۲} = \frac{۳ \times \frac{۳}{۲}}{۳ + \frac{۳}{۲}} = \frac{\frac{۹}{۲}}{\frac{۹}{۲}} = ۱$$

$$abc^۲ \times ab^۲c \times a^۲bc = ۵^F \times ۳^F \times ۲^F$$

$$\Rightarrow a^F b^F c^F = ۵^F \times ۳^F \times ۲^F \Rightarrow (abc)^F = (۲ \times ۳ \times ۵)^F = ۳۰^F \Rightarrow abc = ۳۰$$

ابتدا عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 1 - x(1 - x(1 - x) - x^y) - x^y &= 1 - x(1 - x + x^y - x^y) - x^y \\
 &= 1 - x(1 - x) - x^y = 1 - x + x^y - x^y = 1 - x \\
 \xrightarrow{x=140} 1 - 140 &= -140
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) &= 25 \\
 \Rightarrow x^y + \frac{1}{x^y} + 2 &= 25 \Rightarrow x^y + \frac{1}{x^y} = 25 - 2 = 23
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{(x+y+z)^y - x^y}{xy+xz+x^y} \xrightarrow{y+z=yx} \frac{(x+yx)^y - x^y}{x(yx+x)} &= \frac{(yx)^y - x^y}{x(yx)} \\
 = \frac{y^y x^y - x^y}{y^y x^y} &= \frac{\lambda x^y}{y^y x^y} = \frac{\lambda}{y^y}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{10 + 6 + 8}{2} = 12 \\
 \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} &= \sqrt{12(12-10)(12-6)(12-8)} \\
 &= \sqrt{12 \times 2 \times 6 \times 4} = \sqrt{12 \times 12 \times 4} = \sqrt{12^2 \times 4} = 12 \times 2 = 24
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a - a(a^y - ya)^y &= -1 - (-1)[(-1)^y - y(-1)]^y \\
 &= -1 + 1(1+y)^y = -1 + 9 = 8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} &= \frac{-(-3) - \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 4 \times (-1)}}{2 \times 4} \\
 &= \frac{3 - \sqrt{9 + 16}}{8} = \frac{3 - \sqrt{25}}{8} = \frac{3 - 5}{8} = \frac{-2}{8} = \frac{-1}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ya = 3 &\Rightarrow a = \frac{3}{y} = 1/5 \\
 ab + a &= 9 \Rightarrow (b \times 1/5) + 1/5 = 9 \\
 \Rightarrow b \times 1/5 &= 9 - 1/5 = 7/5 \Rightarrow b = \frac{7/5}{1/5} = 7
 \end{aligned}$$

با در نظر گرفتن پیرانتز برای هر متغیر و جایگزینی این مقادیر داریم:

$$-x^y - y^y - (xy)^y \xrightarrow{x=-1, y=-2} -(-1)^2 - (-2)^2 - ((-1)(-2))^2 = -1 - 4 - 4 = -9$$

$$x^0 + x^1 + x^2 + x^3 \xrightarrow{x=-3} (-3)^0 + (-3)^1 + (-3)^2 + (-3)^3 \\ = 1 + (-3) + 9 + (-27) = -20$$

در بین پیرانتزها، پیرانتز $(x - 700)$ هم وجود دارد که به ازای $x = 700$ صفر می‌شود و باعث می‌شود حاصل کل عبارت صفر شود.

$$t = 9$$

$$y = 100 - \frac{100}{1+t} = 100 - \frac{100}{1+9} = 100 - \frac{100}{10} = 100 - 10 = 90$$

$$a + 2b = 5, c = 3$$

$$a + 2(b+c) = \underbrace{a + 2b}_{5} + 2c = 5 + 2 \times 3 = 11$$

$$a = -1, b = 2a$$

$$5b^3 - 3a^2 - 2a = 5(-2)^3 - 3(-1)^2 - 2(-1) = -40 - 3 + 2 = -41$$

$$(a-b)(a+b) \xrightarrow[\substack{a=-2 \\ b=-3}]{} (-2 - (-3))((-2) + (-3)) = (1)(-5) = -5$$

راه دوم:

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2 \xrightarrow[\substack{a=-2 \\ b=-3}]{} (-2)^2 - (-3)^2 = -5$$

$$x^2 - 2x - 5$$

$$x = -2 \Rightarrow (-2)^2 - 2(-2) - 5 = 3$$

$$\frac{5x^2y - 3xy + 7}{2y^2x - 4y + 4}$$

$$x = 3, y = -3 \Rightarrow \frac{5(3)^2 \times (-3) - 3 \times 3 \times (-3) + 7}{2 \times (-3)^2 \times 3 - 4 \times (-3) + 4} = \frac{-101}{70}$$

ب

$$3(x^y - y^y) + (3xy - 2y^y)(3x - 1)$$

$$x = 3, y = -1 \Rightarrow 3(3^y - (-1)^y) + (3 \times 3 \times (-1) - 2 \times (-1)^y)(3 \times 3 - 1)$$

$$= 45 - 198 = -153$$

ت

$$\frac{1}{3}(x - y^y)(x^y - y) + \frac{3xy}{3x^y y + 2}$$

$$x = 1, y = 2 \Rightarrow \frac{1}{3}(1 - 2^2)(1^2 - 2) + \frac{3 \times 1 \times 2}{3 \times 1^2 \times 2 + 2} = 1 + \frac{6}{8} = \frac{14}{8}$$

الف ۷۰

$$(-3)^y - 3(-3)(2) + 3(2)^y = 9 + 24 + 12 = 45$$

گزینه ۴

۷۱

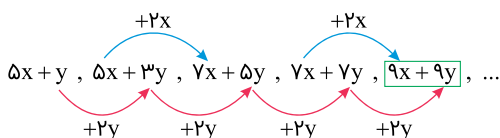
$$a^y b^y - a^y b^y = a^y b^y (a - b)$$

$$= [(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5})]^y (2 - \sqrt{5} - 2 - \sqrt{5})$$

$$= (4 - 5)^y (-2\sqrt{5}) = -2\sqrt{5}$$

گزینه ۱

۷۲



$$\Rightarrow x + y = 7 \Rightarrow 9(x + y) = 63 \Rightarrow 9x + 9y = 63$$

گزینه ۴

۷۳

$$\frac{a^y b^y - a^y b^y + a^y b^y}{a^y b^y} = \frac{a^y b^y (b - a + 1)}{a^y b^y} = b - a + 1$$

حال مقدار a و b را در عبارت به دست آمده جایگزین می‌کنیم:

$$x^y - x + 1 - 2x^y + x - 1 + 1 = -x^y + 1$$

گزینه ۳

۷۴

فاکتور می‌گیریم:

$$12(x - 1)^y y^y (z + 2) + 9(x - 1)^y y(z + 2)^y + 27(x - 1)(z + 2)$$

$$= 3(x - 1)(z + 2) \times [4(x - 1)^y y^y + 3(x - 1)y(z + 2)^y + 9]$$

گزینه ۲

۷۵

$$\frac{x(y + 1) + 2(y + 1)}{2x + 4} = \frac{(y + 1)(x + 2)}{2(x + 2)} = \frac{y + 1}{2}$$

$$\frac{y^x x - y^x}{zx - z} = \frac{y^x(x-1)}{z(x-1)} = \frac{y^x}{z} = \frac{(-4)^x}{\lambda} = \frac{16}{\lambda} = 2$$

$$\frac{fzx^y - \lambda yz^y + fz^y}{wabx + wab - faby} = \frac{fz^y(x - y + 1)}{wab(x + 1 - y)} = \frac{fz^y}{wab} \Rightarrow f + w = y$$

$$wx^y + (x-1)(1+y) - wx = wx(x-1) + (x-1)(1+y) = (x-1)(wx + y + 1)$$

$$\frac{ab^y - a^y b}{ac - bc} = \frac{ab(b-a)}{c(a-b)} = -\frac{ab}{c}$$

$$\overline{abc} + \overline{cab} + \overline{bca} = 100a + 10b + c + 100c + 10a + b + 100b + 10c + a$$

$$= 111a + 111b + 111c = 111(a + b + c)$$

$$\frac{fab^y - fab^y}{fab^w - \delta b^w} = \frac{wab^y(wa - y)}{b^w(wa - \delta)} = \frac{wa(wa - y)}{b(wa - \delta)}$$

$$\frac{\lambda a^y b^y - \gamma a^w b^y}{fab - \gamma a^y b} = \frac{\gamma a^y b^y (f - a)}{\gamma ab(w - a)} = \frac{ab(f - a)}{w - a} = \frac{fab - a^y b}{w - a}$$

$$\frac{wa^y b - \delta ab}{wa^y - \delta a} = \frac{\cancel{ab}(wa - \delta)}{\cancel{a}(wa - \delta)} = b$$

$$\frac{fm^f b^y - b^w m^w}{\gamma m^w b - m^y b^y} = \frac{m^y b^y (fm - b)}{m^y b(\gamma m - b)} = \frac{mb(fm - b)}{(\gamma m - b)} = \frac{fm^y b - mb^y}{\gamma m - b}$$

$$a^y - b^y = (a + b)(a - b)$$

$$a^y + b^y + \gamma ab = (a + b)^y$$

$$fx^y + \gamma xy^y - 10xy = \gamma xy(wx + y - \delta)$$

$$\gamma \lambda m^y n - \gamma m^y p + \gamma m^y n^y = \gamma m^y (fn - \gamma p + n^y)$$

$$wa^y b^y - \gamma a^y bc + fab^y c^y = ab(wab - \gamma ac + fbc^y)$$

$$fx^w y - \gamma x^y + 1 \gamma x^f y^f = \gamma x^y (\gamma xy - 1 + fx^y y^f)$$

$$\gamma^m x^y y^y + \gamma^m xy^y - \gamma^m xy = \gamma^m xy(xy + y - 1)$$

$$\begin{aligned} 5y - 6 &= 3y + 4 \Rightarrow 2y = 10 \Rightarrow y = 5 \\ 2x + 5 &= 3x - 7 \Rightarrow x = 12 \end{aligned}$$

$$3x + 20 = 5x - 60 \Rightarrow 2x = 80 \Rightarrow x = 40 \Rightarrow 3x + 20 = 140$$

$$6y - 40 = 180 - 140 = 40 \Rightarrow 6y = 80 \Rightarrow y = \frac{40}{3}$$

$$\frac{(2x + 3 + 3x + 1) \times 4}{2} = 24 \Rightarrow 20x + 16 = 48 \Rightarrow 20x = 32 \Rightarrow x = \frac{32}{20} = \frac{8}{5}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{پول امید بعد از } x \text{ روز} &= 300x + 700 \\ \text{پول احسان بعد از } x \text{ روز} &= 500x + 3000 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 300x + 700 = 500x + 3000$$

$$\Rightarrow 200x = 4000 \Rightarrow x = 20$$

$$3x - 450 = 570 - 3x \Rightarrow 6x = 570 + 450 \Rightarrow 6x = 1020 \Rightarrow x = 170$$

$$\frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times x = \frac{1}{4}x + 12 \Rightarrow \frac{2}{3}x - \frac{1}{4}x = 12 \xrightarrow{\times 12} 4x - 3x = 72 \Rightarrow x = 72$$

$$\left. \begin{aligned} \text{پول پدر} &= x \\ \text{پول یونس} &= \frac{3}{5}x \\ \text{پول شیدا} &= \frac{2}{5} \times \frac{3}{5}x = \frac{6}{25}x \end{aligned} \right\} \Rightarrow x - \frac{3}{5}x - \frac{6}{25}x = 800 \xrightarrow{\times 25} 25x - 15x - 6x = 20000$$

$$\Rightarrow 4x = 20000 \Rightarrow x = 5000$$

$$\left. \begin{aligned} \text{سن حال مهسا} &= x \\ \text{سن مهسا در هشت سال دیگر} &= x + 8 \\ \text{۳ برابر سن چهار سال پیش مهسا} &= 3 \times (x - 4) = 3x - 12 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow 3x - 12 = x + 8 \Rightarrow 2x = 20 \Rightarrow x = 10$$

$$\left\{ \begin{aligned} \text{پول شروین برحسب کتاب ۳۵۰ تومانی} &= 350 \times x + 300 \\ \text{پول شروین برحسب کتاب ۱۸۵ تومانی} &= 185 \times x + 2280 \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow 350x + 300 = 185x + 2280 \Rightarrow 165x = 1980 \Rightarrow x = 12$$

$$x = 12 \Rightarrow 350x + 300 = 4500$$

کل پول شروین ۴۵۰۰ تومان است.

$$\left\{ \begin{aligned} \text{پنج واحد کمتر از سه برابر عدد} &= 3x - 5 \\ \text{نه واحد بیشتر از پنج برابر عدد} &= 5x + 9 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3x - 5 = 5x + 9$$

$$\Rightarrow 2x = -14 \Rightarrow x = -7$$

$$\text{عرض} = x \Rightarrow \text{طول} = 3x - 5$$

$$\text{محیط} = 2 \times (3x - 5 + x) = 22 \Rightarrow 4x - 5 = 11 \Rightarrow x = 4$$

$$\text{عرض} = 4, \text{ طول} = 3x - 5 = 3 \times 4 - 5 = 7$$

$$\text{مساحت} = 4 \times 7 = 28$$

۹۳

$$x + x + 2 + x + 4 + x + 6 + x + 8 = -15 \Rightarrow 5x + 20 = -15 \Rightarrow x = -7$$

\Rightarrow اعداد: $-7, -5, -3, -1, 1$

۹۴

$$\text{سن پدر رضا} = x \Rightarrow \text{سن رضا} = x + 32$$

$$2x + 10 = x + 32 \Rightarrow x = 22$$

الف ۹۵

$$3(2x - 5) = 2(4x + 19) \Rightarrow 6x - 15 = 8x + 38 \Rightarrow 2x = -53 \Rightarrow x = -\frac{53}{2}$$

ب

$$2x(4 - 3x) - 4 = 3x(1 - 2x) + 8 \Rightarrow 8x - 6x^2 - 4 = 3x - 6x^2 + 8$$

$$\Rightarrow 8x - 6x^2 + 6x^2 - 3x = 8 + 4 \Rightarrow 5x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{5}$$

پ

$$\frac{3}{5}x - 7 = \frac{2}{3}x + 4 \Rightarrow \frac{3}{5}x - \frac{2}{3}x = 4 + 7 \xrightarrow{\times 15} 9x - 10x = 165$$

$$\Rightarrow -x = 165 \Rightarrow x = -165$$

ت

$$\frac{1}{3} - \frac{2x + 5}{2} = -\frac{5}{3} \xrightarrow{\times 6} 2 - 6x - 15 = -10 \Rightarrow -6x = 3 \Rightarrow x = -\frac{3}{6} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

ث

$$\frac{x-1}{4} - \frac{2x-3}{6} = \frac{-3x-1}{3} \xrightarrow{\times 12} 3x - 3 - 4x + 6 = -12x - 4$$

$$\Rightarrow 3x - 4x + 12x = -4 + 3 - 6 \Rightarrow 11x = -7 \Rightarrow x = -\frac{7}{11}$$

ج

$$-\frac{1}{2} \left(\frac{3x-1}{3} - \frac{2x+5}{5} \right) = -\frac{1}{3}x - \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{-3x+1}{6} + \frac{2x+5}{10} = -\frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$$

$$\xrightarrow{\times 30} -15x + 5 + 6x + 15 = -10x - 40$$

$$\Rightarrow -15x + 6x + 10x = -40 - 5 - 15 \Rightarrow x = -60$$

۹۶

$$x^2 + x = 6 \xrightarrow{\text{به ازای } x=-3} \underbrace{(-3)^2 + (-3)}_6 = 6$$

تساوی برقرار شده است، پس -3 جواب این معادله می‌باشد.

$$x^2 + x = 6 \xrightarrow{\text{به ازای } x=2} \underbrace{(2)^2 + (2)}_6 = 6$$

تساوی برقرار شده است، پس 2 جواب این معادله می‌باشد.

۹۷

سن هادی مجهول سؤال است؛ در نتیجه:

$$3x + 11 = 37 + x \Rightarrow 2x = 26 \Rightarrow x = 13$$

بنابراین هادی اکنون ۱۳ سال دارد.

۹۸

اعداد طبیعی به صورت یکی‌درمیان فرد هستند؛ یعنی اگر یکی را x بگیریم، بعدی $x + 2$ می‌شود یا قبلی آن $x - 2$ می‌شود؛ پس داریم:

$$x - 2 + x + x + 2 = 51 \Rightarrow 3x = 51 \Rightarrow x = \frac{51}{3} = 17$$

۱۷، عدد وسط یعنی x است؛ پس عدد بزرگ، $19 = 17 + 2 = x + 2$ است.

$$\frac{2a+3}{2} = \frac{a+1}{5}$$

طرفین را در ۱۰ ضرب می‌کنیم:

$$10\left(\frac{2a+3}{2}\right) = 10\left(\frac{a+1}{5}\right) \Rightarrow 5(2a+3) = 2(a+1)$$

$$10a + 15 = 2a + 2 \Rightarrow 8a = -13 \Rightarrow a = -\frac{13}{8}$$

$$(x+1)^2 = x^2 - 4x \Rightarrow (x+1)(x+1) = x^2 - 4x$$

$$\Rightarrow x^2 + x + x + 1 = x^2 - 4x \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 - 4x$$

$$6x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{6}$$

$$3(x+1) = 15 \Rightarrow 3x + 3 = 15 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4$$

$$x = 4 \Rightarrow 2x - 1 = 2(4) - 1 = 8 - 1 = 7$$

۱۰۰

۱۰۱

کل عبارت را در (+۶) ضرب می‌کنیم تا مخرج‌ها از بین برود.

۱۰۲ الف

$$6\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{6}\right) = 6(2) \Rightarrow 2x + 1 = 12$$

مجهول‌ها را به سمت چپ و اعداد را به سمت راست منتقل می‌کنیم:

$$\Rightarrow 2x = 12 - 1 \Rightarrow 2x = 11 \Rightarrow x = \frac{11}{2}$$

توجه داریم که انتقال از یک طرف تساوی به طرف دیگر، تغییر علامت را در پی دارد.

کل عبارت را در (+۱۰) ضرب می‌نماییم.

ب

$$10\left(\frac{2}{5}x + \frac{-3}{2}\right) = 10(-2)$$

$$4x - 15 = -20 \Rightarrow 4x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{4}$$

از روش پخشی، $\left(\frac{2}{5}\right)$ را در پرانتز ضرب می‌نماییم. سپس طرفین را در ۵ ضرب می‌کنیم:

پ

$$5\left(\frac{4}{5}x - \frac{2}{5}\right) = 5(3x)$$

$$4x - 2 = 15x \Rightarrow -2 = 11x \Rightarrow x = -\frac{2}{11}$$

طرفین را در ۱۲ ضرب می‌کنیم:

ت

$$12\left(-\frac{x}{2} - \frac{-x}{3} + \frac{x}{4}\right) = 12(-1)$$

$$-6x + 4x + 3x = -12 \Rightarrow x = -12$$

طرفین وسطین انجام می‌دهیم:

ث

$$-4(5 - 2x) = -13x + 7$$

$$-20 + 8x = -13x + 7 \Rightarrow 21x = 27 \Rightarrow x = \frac{27}{21} = \frac{9}{7}$$

$$\lambda(-2x+1) = 2(-3x+\lambda)$$

$$-16x + \lambda = -6x + 16 \Rightarrow -10x = \lambda \Rightarrow x = -\frac{\lambda}{10} = -\frac{4}{5}$$

طرفین را در عدد ۶۰ ضرب می‌کنیم:

$$60\left(\frac{3x-4}{5} - \frac{6x}{3}\right) = 60\left(\frac{x}{4} + 10\right)$$

$$36x - 48 - 120x = 15x + 600 \Rightarrow -99x = 648 \Rightarrow x = \frac{-648}{99} = -\frac{72}{11}$$

طرفین را در عدد ۶ ضرب می‌کنیم:

$$6\left(\frac{2}{3} - \frac{x}{4} + 2\right) = 6\left(\frac{x}{3} - 1\right)$$

$$4 - 3x + 12 = 2x - 6 \Rightarrow 22 = 5x \Rightarrow x = \frac{22}{5}$$

طرفین را در عدد ۱۲ ضرب می‌کنیم:

$$12\left(\frac{-2x+3}{6} - 5\right) = 12\left(\frac{2x+1}{4} + 1\right)$$

$$-4x + 6 - 60 = 6x + 3 + 12 \Rightarrow -69 = 10x \Rightarrow x = -\frac{69}{10}$$

گزینه ۲

۱۰۳

$$\frac{5^y(1-5+5^2-5^3+\dots-5^{13})}{-(1-5+5^2-5^3+\dots-5^{13})} = -5^y$$

گزینه ۱

۱۰۴

ابتدا جذر تقریبی ۲۷ و ۹۷ را محاسبه می‌کنیم.

$$\sqrt{27} \approx 5/2$$

$$\sqrt{97} \approx 9/8$$

پس بین $\sqrt{27}$ و $\sqrt{97}$ اعداد ۶ و ۷ و ۸ و ۹ قرار دارد.

گزینه ۲

۱۰۵

باتوجه به اینکه $0/9 \approx \sqrt{0/9}$ ، $0/99 \approx \sqrt{0/99}$ ، $0/999 \approx \sqrt{0/999}$ ، $0/9999 \approx \sqrt{0/9999}$ و ... است، در نتیجه:

$$\sqrt{\underbrace{0/99 \cdot 9}_{\text{رقم } 100}} \approx \sqrt{\underbrace{0/99 \cdot 9}_{\text{رقم } 100}}$$

گزینه ۱

۱۰۶

$$3^x + 2^x = 13 \Rightarrow x = 4 + \sqrt{13}$$

$$2^y + 1^y = 5 \Rightarrow (\sqrt{5})^y + 1^y = 6 \Rightarrow y = 4 - \sqrt{6}$$

$$\Rightarrow x - y = \sqrt{13} + \sqrt{6}$$

$$A = 1 - \sqrt{17}, \quad B = 3 + \sqrt{10}$$

اما اگر بخواهیم از A به سمت B بیاییم، در واقع ابتدا $\sqrt{17}$ واحد به جلو می‌آییم تا به عدد ۱ محور برسیم بعد ۲ واحد تا به عدد ۳ برسیم و سپس $\sqrt{10}$ واحد تا به B برسیم. پس:

$$\sqrt{17} + 2 + \sqrt{10}$$

$$KC^2 = 2^2 + 1^2 \Rightarrow KC = \sqrt{5}$$

$$KM^2 = (\sqrt{5})^2 + 2^2 \Rightarrow KM = 3 \Rightarrow KA = 3$$

$$KB^2 = 3^2 + 1^2 \Rightarrow KB = \sqrt{10} \Rightarrow KN = \sqrt{10}$$

$$N = 2 + \sqrt{10}$$

بنا به رابطه فیثاغورس داریم:

$$(\overline{OA})^2 = (\overline{OD})^2 + (\overline{DA})^2 \Rightarrow (2)^2 = (1)^2 + (\overline{DA})^2 \Rightarrow 4 = 1 + (\overline{DA})^2$$

$$\Rightarrow 4 - 1 = (\overline{DA})^2 \Rightarrow \sqrt{3} = \overline{DA}$$

$$(\overline{BD})^2 = (\overline{DA})^2 + (\overline{AB})^2 \Rightarrow (\sqrt{3})^2 = (\sqrt{3})^2 + (\overline{AB})^2 \Rightarrow 3 = 3 + (\overline{AB})^2$$

$$\Rightarrow 3 - 3 = (\overline{AB})^2 \Rightarrow \sqrt{5} = \overline{AB}$$

چون دایره به مرکز A و شعاع $\overline{AB} = \sqrt{5}$ محور را در نقطه C قطع کرده است، پس $\overline{AB} = \overline{AC} = \sqrt{5}$. بنابراین: $C = 2 + \sqrt{5}$

محیط یک شکل، دور تا دور آن شکل است، پس داریم:

$$\text{مثلث اول} \Rightarrow (\overline{BO})^2 = (\overline{AB})^2 + (\overline{AO})^2$$

$$\Rightarrow (\overline{BO})^2 = (1)^2 + (2)^2 = 1 + 4 = 5 \Rightarrow \overline{BO} = \sqrt{5} \text{ cm}$$

$$\text{مثلث دوم} \Rightarrow (\overline{CO})^2 = (\overline{CB})^2 + (\overline{BO})^2$$

$$\Rightarrow (\overline{CO})^2 = (1)^2 + (\sqrt{5})^2 = 1 + 5 = 6 \Rightarrow \overline{CO} = \sqrt{6} \text{ cm}$$

$$\text{مثلث سوم} \Rightarrow (\overline{DO})^2 = (\overline{DC})^2 + (\overline{CO})^2 \Rightarrow (\overline{DO})^2 = (3)^2 + (\sqrt{6})^2$$

$$\Rightarrow (\overline{DO})^2 = 9 + 6 = 15 \Rightarrow \overline{DO} = \sqrt{15} \text{ cm}$$

$$\text{محیط شکل} \Rightarrow \overline{AO} + \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DO} = 2 + 1 + 1 + 3 + \sqrt{15} = 7 + \sqrt{15} \text{ cm}$$

وتر مثلث کوچک‌تر بنا به رابطه فیثاغورس:

$$(\text{وتر})^2 = (2)^2 + (1)^2 = 4 + 1 = 5 \Rightarrow \text{وتر} = \sqrt{5}$$

$$(\overline{AO})^2 = (3)^2 + (\sqrt{5})^2 = 9 + 5 = 14 \Rightarrow \overline{AO} = \sqrt{14}$$

شروع حرکت از نقطه -۱ است. جهت حرکت به سمت منفی‌ها می‌باشد، پس نقطه B عدد $B = -1 - \sqrt{14}$ را نشان می‌دهد.

باتوجه به شکل داریم:

$$MH = ۳, HN = ۲$$

$$\triangle MHN : MN^۲ = ۹ + ۴ = ۱۳$$

$$\triangle PNM : PM^۲ = ۱۳ + ۱ = ۱۴ \Rightarrow PM = \sqrt{۱۴}$$

$$A = -۱ - \sqrt{۱۴}$$

$$\frac{(-۳)^۲}{۱۴^{۱۰}} \div \frac{(-۳)^۴}{۷^{۱۰}} \times \frac{۲^{۱۰}}{۳^۲} \times ۳^{۱۰} = \frac{\cancel{۳^۲} \times \cancel{۳^۲}}{\cancel{۳^۲} \times \cancel{۳^۲}} \times \frac{\cancel{۳^۲}}{۳^۴} \times \frac{\cancel{۳^۲}}{\cancel{۳^۲}} \times ۳^{۱۰}$$

$$= \frac{۳^{۱۰}}{۳^۴} = ۳^{۱۰-۴} = ۳^۶$$

$$\frac{۳^{۱۰}}{۵^۵} \times \frac{۲^{۱۰}}{۵^۶} = \frac{۳^{۱۰} \times ۲^{۱۰}}{۵^۵ \times ۵^۶} = \frac{۵^۶ \times \cancel{۳^{۱۰}} \times \cancel{۲^{۱۰}}}{\cancel{۳^{۱۰}} \times \cancel{۲^{۱۰}} \times ۵^۵} = ۵$$

پس:

الف ۱۱۳

ب

پاسخ سؤال ۱۱۴

$$۵^۷ \div ۵^۳ \div ۵^۲ \times ۳^۲ = ۵^{۷-۳-۲} \times ۳^۲ = ۵^۲ \times ۳^۲ = ۱۵^۲$$

۱۱۴

ربع یک عدد یعنی $\frac{۱}{۴}$ یک عدد:

۱۱۵

$$۲^{۳x-۳} \times \frac{۱}{۴} = ۲^{۳x-۳} \div ۲^۲ = ۲^{۳x-۳-۲} = ۲^{۳x-۵}$$

پاسخ سؤالات ۱۱۶ تا ۱۱۹

$$\frac{۱۵^۷ \times ۵^۳ \times ۳^۴}{۹^۲ \times ۲۵^۳} = \frac{۳^۷ \times \cancel{۵^۲} \times ۵^۳ \times \cancel{۳^۴}}{\cancel{۳^۴} \times \cancel{۵^۴}} = ۳^۷ \times ۵^۴$$

۱۱۶

$$\frac{(۳^۲)^۳ \times ۳^{۲۳}}{۹^۳ \times ۲۷^۳} = \frac{\cancel{۳^۶} \times \cancel{۳^۶}}{\cancel{۳^۶} \times \cancel{۳^۶}} = \left(\frac{۱}{۳}\right) = \left(\frac{۱}{۳}\right)^۱$$

۱۱۷

$$\frac{(x^۳y^۳)^۵ \times (x^۴y^۲)^۳}{(y^۹ \times x^۸) \div y^۳} = \frac{x^{۱۵} \times y^{۱۵} \times \cancel{x^۴} \times \cancel{y^۲}}{\cancel{y^۶} \times \cancel{x^۸}} = x^{۱۹} \times y^{۱۵}$$

۱۱۸

$$\frac{((۲۵)^{۱۸} \div (۲۵)^{-۱۰}) \times ۵^۲}{(۵^۹ \times ۵^۸) \div ۲۵^۴} = \frac{۲۵^{۲۸} \times ۵^۲}{۵^{۱۷} \div ۲۵^۴} = \frac{۵^{۵۶} \times ۵^۲}{۵^{۱۷} \div ۵^۸} = \frac{۵^{۵۸}}{۵^۹} = ۵^{۴۹}$$

۱۱۹

$$\frac{\overbrace{((-3)^3)^4}^{+} \times \overbrace{(-15)^5}^{-} \times \overbrace{(-15)^6}^{-}}{\underbrace{((-2)^3)^4}^{-} \times \underbrace{(-4^3)^4}^{+}} \Rightarrow \frac{\overbrace{+ \times - \times -}^{+}}{\underbrace{- \times +}^{-}} = \frac{+}{-} = - \Rightarrow \text{علامت} = -$$

۱۲۰

$$\text{ثالث خمس} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{1}{15} \times 15^y = \frac{15^y}{15} = 15^y \div 15 = 15^6$$

۱۲۱

$$(0/75)^3 \div \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \left(\frac{9}{12}\right)^2 = (0/75)^3 \div (0/75)^2 \times (0/75)^2 = (0/75)^{3-2+2} = (0/75)^3$$

۱۲۲

$$9^3 \times 3^6 \times 2^6 \times 4^2 \div 6^7 = (3^2)^3 \times 3^6 \times 2^6 \times (2^2)^2 \div 6^7 = 3^{10} \times 2^{10} \div 6^7 = 6^{10} \div 6^7 = 6^3$$

۱۲۳

$$27^{3a-1} \div 3^{6a-3} \times 3^{3a} = 3^{9a-3} \div 3^{6a-3} \times 3^{3a} = 3^{3a-6} \times 3^{3a} = 3^{6a-6}$$

۱۲۴

$$(3^2)^3 \times 3^{12} \times \left((3^2)^3\right)^2 \div (3^2)^{12} = 3^6 \times 3^8 \times 3^{12} \div 3^{12} = 3^{26} \div 3^{12} = 3^{14}$$

۱۲۵

$$\frac{(2^3)^5 \times (2^4)^3}{(2^2)^{11} \times 2^2} = \frac{2^{15} \times 2^{12}}{2^{22} \times 2^2} = \frac{2^{27}}{2^{24}} = 2^3$$

۱۲۶
الف

$$\frac{2^{50} + 2^{48}}{2^{48} + 2^{46}} = \frac{2^{48}(2^2 + 1)}{2^{46}(2^2 + 1)} = 2^2$$

ب

$$2^{x-2} = 2^x \div 2^2 = 3 \div 4 = \frac{3}{4} = 0/75$$

$$\frac{x \times x^y \times \dots \times x^{10}}{x^{10} \div x^8 \div x^{10} \div x^2 \div x^1} = \frac{x^{1+y+\dots+10}}{x^{10-8-10-2-1}} = \frac{x^{\frac{10 \times 11}{2}}}{x^0} = x^{55}$$

۱۲۸

$$\frac{625^{15}}{125^{18}} = \frac{(5^4)^{15}}{(5^3)^{18}} = \frac{5^{60}}{5^{54}} = 5^6$$

۱۲۹

$$\frac{5^{15} + 5^{15} + 5^{15} + 5^{15} + 5^{15} + 5^{15} + 5^{15} + 5^{15}}{2^{16} + 2^{16} + 2^{16} + 2^{16} + 2^{16} + 2^{16} + 2^{16} + 2^{16} + 2^{16} + 2^{16} + 2^{16} + 2^{16} + 2^{16} + 2^{16} + 2^{16} + 2^{16}} = \frac{8 \times 5^{15}}{16 \times 2^{16}} = \frac{2^3 \times 5^{15}}{2^{17}} = \frac{5^{15}}{2^{14}} = \left(\frac{5}{2}\right)^{15}$$

۱۳۰

۱۳۱

$$\frac{3^5 + 3^5 + 3^5}{3^5 \times 3^5 \times 3^5} = \frac{3 \times 3^5}{3^{15}} = \frac{3^6}{3^{15}} = \frac{1}{3^9}$$

۱۳۲

$$\frac{a^{2f} \times a^{18} \times a^{3y} \times b^{5w}}{a^{3f} \times a^{f^2} \times b^{f^2}} = \frac{a^{2f} \times b^{5w}}{a^{2f} \times b^{f^2}} = b^{11}$$

۱۳۳

گزینه ۱

می‌دانیم:

$$\begin{cases} \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2} \\ \sqrt{125} = \sqrt{25 \times 5} = 5\sqrt{5} \end{cases}$$

$$2(4\sqrt{2}) - 5\sqrt{5} + 5(4) + 5\sqrt{5} - 20 = 8\sqrt{2}$$

از طرفی‌دانیم که $\sqrt{128} = 8\sqrt{2}$ ، پس گزینه ۳ درست است.

۱۳۴

گزینه ۴

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{(1 \times 2) \times (3 \times 4) \times (5 \times 6) \times (7 \times 8)}{(2 \times 3) \times (4 \times 5) \times (6 \times 7) \times (8 \times 9)}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \frac{8}{9}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{1}{2520}} = \frac{1}{\sqrt{2520}} \end{aligned}$$

۱۳۵

گزینه ۲

ابتدا حاصل هر پرانتز را به دست می‌آوریم:

$$\sqrt{\frac{f}{8} \times \frac{f}{8} \times \frac{f}{8} \times \dots \times \frac{f}{f}} = \sqrt{\frac{f}{f}} = \sqrt{\frac{1}{f}} = \frac{1}{\sqrt{f}}$$

۱۳۶

گزینه ۴

ابتدا هریک از عبارت‌ها را تجزیه می‌کنیم و سپس باتوجه به آن، حاصل را به دست می‌آوریم:

$$50 \times 5^f \times 2^m = 5^2 \times 2 \times 5^f \times 2^m = 5^f \times 2^f$$

$$\Rightarrow \sqrt{50 \times 5^f \times 2^m} = \sqrt{5^f \times 2^f} = 5^{\frac{f}{2}} \times 2^{\frac{f}{2}} = 500 \quad (1)$$

$$90^2 \times 5^2 = 450^2 \Rightarrow \sqrt{90^2 \times 5^2} = \sqrt{450^2} = 450 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \sqrt{50 \times 5^f \times 2^m} - \sqrt{90^2 \times 5^2} = 500 - 450 = 50$$

۱۳۷

گزینه ۲

ابتدا با فاکتورگیری از 3^4 در عبارت زیر رادیکال، آن را به شکل ساده‌تری تبدیل می‌کنیم، سپس به کمک قانون جذر اعداد توان‌دار، حاصل عبارت را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} & \sqrt{3^4 \times 5 + 3^4 \times 7 - 3^4 \times 8} = \sqrt{3^4(5 + 7 - 8)} \\ &= \sqrt{4 \times 3^4} = 2 \times 3^2 = 18 \end{aligned}$$

باتوجه به اینکه $\sqrt{2} - 1 > 0$ و $\sqrt{2} - 3 > 0$ ، پس:

$$\begin{aligned} \sqrt{(3 - \sqrt{2})^2} + 2\sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} &= (3 - \sqrt{2}) + 2(\sqrt{2} - 1) \\ &= 3 - \sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 2 = 1 + \sqrt{2} \end{aligned}$$

عبارت‌های دو پرانتز را در هم ضرب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} (2\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(3\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) - 6\sqrt{24} &= 6\sqrt{6} - 12 - 18 + 6\sqrt{6} - 6\sqrt{2^2 \times 3} \times 6 \\ &= 12\sqrt{6} - 30 - 12\sqrt{6} = -30 \end{aligned}$$

عبارت‌های زیر رادیکال را به صورت اعداد توانی می‌نویسیم:

$$\frac{\sqrt{125} - \sqrt{5}}{\sqrt{45} - 2\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{5^2 \times 5} - \sqrt{5}}{\sqrt{3^2 \times 5} - 2\sqrt{2^2 \times 5}} = \frac{5\sqrt{5} - \sqrt{5}}{3\sqrt{5} - 4\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{-\sqrt{5}} = -4$$

ابتدا تقسیم را به ضرب تبدیل کرده و کسر را معکوس می‌کنیم، سپس همه عبارت‌ها را زیر یک رادیکال می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{28}{8}} \times \frac{\sqrt{125} \times \sqrt{32}}{\sqrt{35} \times 2\sqrt{7}} \div \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{3}} &= \sqrt{\frac{28}{8}} \times \frac{\sqrt{125} \times \sqrt{32}}{\sqrt{35} \times 2\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{36}} \\ &= \sqrt{\frac{\cancel{2}^1 \times \cancel{14}^1 \times \cancel{5}^1 \times \cancel{2}^1 \times \cancel{2}^1 \times \cancel{2}^1}{\cancel{2}^1 \times \cancel{5}^1 \times \cancel{7}^1 \times \cancel{2}^1 \times \cancel{2}^1 \times \cancel{36}^1}} = \sqrt{\frac{4 \times 25 \times 4}{9 \times 36}} = \frac{2 \times 5 \times 2}{3 \times 6} = \frac{10}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{-\sqrt{625}}{\sqrt{4}} + 124\frac{1}{2}\right) \times \sqrt{0.01 \times 121} &= \left(\frac{-25}{2} + \frac{249}{2}\right) \times \sqrt{1/21} \\ &= \frac{224}{2} \times 1/1 = 112 \times 1/1 = 112 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{4(5) - 15}}{\sqrt{3(3) + 1}} \times \frac{\sqrt{9 - 4}}{\sqrt{5 \times 8}} &= \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{40}} \\ &= \sqrt{\frac{\cancel{5}^1 \times \cancel{5}^1}{\cancel{2}^1 \times \cancel{4}^1 \times \cancel{8}^1}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

برای مسیر رفت ۳۲ حالت داریم:

$$۴ \times ۲ \times ۴ = ۳۲$$

و از آنجاکه در مسیر برگشت از هر شهر تا شهر دیگر ۱ مسیر در رفت انتخاب شده و تکراری خواهد بود، تعداد مسیرهای باقی مانده ۹ مسیر می باشد.

$$۳ \times ۱ \times ۳ = ۹$$

و در کل ۲۸۸ مسیر برای رفت و برگشت خواهیم داشت:

$$۳۲ \times ۹ = ۲۸۸$$

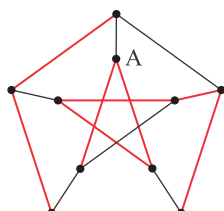
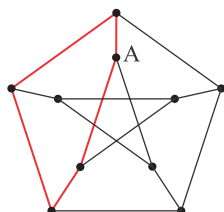
- از آنجاکه عدد باید فرد و بر ۵ بخش پذیر باشد، در یکان می توان رقم ۵ را قرار داد (حالت ۱).
 - از ۵ رقم فرد، یکی برای یکان استفاده شده و مابقی می تواند در صدگان قرار گیرد (حالت ۴).
 - از ۵ رقم فرد، یکی برای یکان و یکی برای صدگان استفاده شده و ۳ تای دیگر در دهگان می تواند قرار گیرد (حالت ۳).
- بنابراین ۱۲ عدد سه رقمی غیر تکراری داریم که بر ۵ بخش پذیرند.

$$\begin{matrix} \text{یکان} & \text{دهگان} & \text{صدگان} \\ ۱ & \times & ۳ & \times & ۴ = ۱۲ \end{matrix}$$

$$۶ = ۳ \times ۲ \Rightarrow \text{یزد} \xrightarrow{\text{راه ۳}} \text{مشهد} \xrightarrow{\text{راه ۲}} \text{تهران}$$

پاسخ سؤالات ۱۴۷ تا ۱۴۹

باتوجه به شکل، با عبور از حداقل ۵ جاده می توان از A خارج شد و دوباره به آن بازگشت (کمتر از آن امکان پذیر نیست). در شکل زیر یکی از حالت ها نشان داده شده است:



باتوجه به شکل، مسیری پیدا کردیم که بدون گذشتن از شهرهای تکراری، همه ۹ شهر دیگر را بتوانیم ببینیم. اما امکان اینکه بدون گذشتن از شهر تکراری به همان شهر اول بازگردیم وجود ندارد.

باتوجه به شکل، هرکدام از شهرها را انتخاب کنیم، می توانیم با حداکثر ۲ حرکت به شهر دیگر برسیم.

$$۵ \times ۴ \times ۳ = ۶۰ \text{ حالت}$$

$$\begin{aligned} \text{تعداد حالت‌های سفارش در روز عادی} : ۵ \times ۴ \times ۳ = ۶۰ \\ \text{تعداد حالت‌های سفارش در روز خاص} : ۷ \times ۴ \times ۳ = ۸۴ \Rightarrow ۸۴ - ۶۰ = ۲۴ \end{aligned}$$

هیچ تغییری نمی‌کند $۵ \times ۳ \times ۴ = ۶۰$

$$۲ \times ۴ \times ۳ = ۲۴ \Rightarrow \frac{۲۴}{\frac{۶۰}{۵}} = \frac{۲}{۵}$$