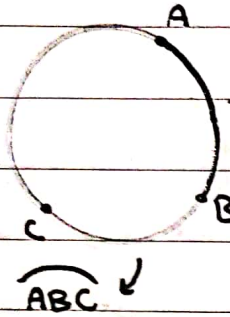
Year. Month. Day. Subject.

درس دوم: زاویه مرکزی

کمان دایره: هر کمان روی یک دایره، دو نقطه انتخاب کنیم به قسمتی از محیط دایره که بین این دو نقطه محدود شده، کمان دایره می گوییم.

دو نقطه A و B دایره را به دو کمان تقسیم می کند.

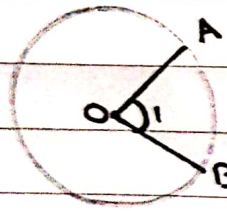
کمان کوچکتر را کمان AB می نامیم و با $\overset{\frown}{AB}$ نمایش می دهیم.



کمان AB ← $\overset{\frown}{AB}$

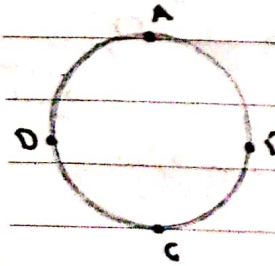
* برای نمایش کمان بزرگتر از سه حرف کمکی استفاده می کنیم.

زاویه مرکزی: زاویه ای را که راس آن روی مرکز دایره و اضلاع آن، شعاع های دایره باشند، زاویه ی مرکزی می نامیم. ($\hat{O}_1$ زاویه مرکزی)

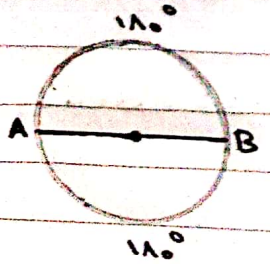


نکته: اندازه ی هر زاویه مرکزی برابر با کمان رو به رو به آن است.

نکته: اندازه ی کمان بر حسب درجه بیان می شود و با طول کمان متفاوت است.



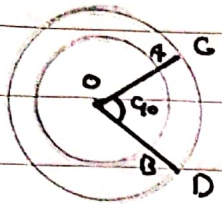
$\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{BC} + \overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{DA} = 360^\circ$



نکته: دو سر هر قطر دایره، آن دایره را به دو کمان مساوی تقسیم می کند.

Scanned by CamScanner

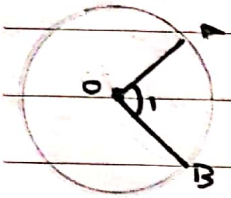
Year. Month. Day. Subject.



ممکن است دو کمان با اندازه های مساوی طول های متفاوت داشته باشند.

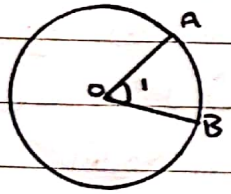
$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD} = ۹۰^\circ$

طول کمان CD > طول کمان AB



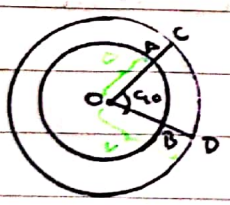
طول کمان: طول هر کمان در واقع بخشی از محیط دایره است و بر اساس واحد طول، یعنی متر، سانتی متر و... مطرح می شود.

$\frac{\hat{O}_۱}{۳۶۰^\circ} = \frac{\text{طول AB}}{\text{محیط دایره}}$ ← $۲\pi R$



مساحت قطاعی از دایره:

$S_{\text{قطاع OAB}} = \frac{\hat{O}_۱}{۳۶۰^\circ} \times S_{\text{دایره}}$



مثال: O مرکز هر دو دایره است. موارد زیر را به دست آورید.

الف) اندازه کمان های $\overset{\frown}{AB}$ و $\overset{\frown}{CD}$

$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD} = ۹۰^\circ$

ب) طول کمان های $\overset{\frown}{AB}$ و $\overset{\frown}{CD}$

$\frac{۹۰^\circ}{۳۶۰^\circ} = \frac{\text{طول } \overset{\frown}{AB}}{۲\pi R} \Rightarrow \frac{۱}{۴} = \frac{x}{۲(۳)(۵)} \Rightarrow x = \frac{۳۰}{۴} = ۷/۵$

$\frac{۹۰}{۳۶۰} = \frac{\text{طول } \overset{\frown}{CD}}{۲\pi R} \Rightarrow \frac{۱}{۴} = \frac{x}{۲(۳)(۷)}$

$۴x = ۴۲ \Rightarrow x = ۱۰/۵$

ج) مساحت قطاع های OAB و OCD:

$S_{OAB} = \frac{۹۰^\circ}{۳۶۰^\circ} \times S_{\text{دایره}} = \frac{۱}{۴} \times \pi R^۲ = \frac{۱}{۴} \times ۳ \times (۵)^۲ = \frac{۷۵}{۲} = ۳۷/۵$

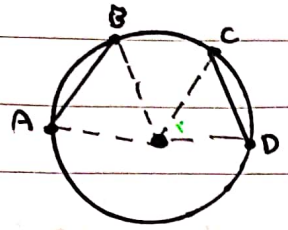
NOTEBOOK iman

Scanned by CamScanner

Year. Month. Day. Subject.

مثال: $S_{OCD} = \frac{90}{360} \times S_{\text{دایره}} = \frac{1}{4} \times \pi R^2 = \frac{1}{2\pi} \times \frac{1}{\pi} (7)^2 = \frac{49}{2} = 24.5$

قضیه: اگر در یک دایره، اندازه‌ی دو وتر برابر باشند، اندازه‌ی دو کمان نظیر آنها نیز با هم برابر است.



$\overline{AB} = \overline{CD}$ ثابت کن $\Rightarrow \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$

فرض: $\overline{AB} = \overline{CD}$, $OA = OD$ (شعاع), $OB = OC$ (شعاع)

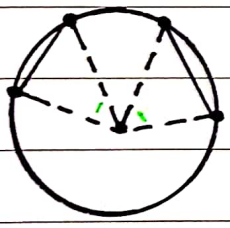
$\Rightarrow O\hat{A}B \cong O\hat{C}D$ (ض‌ض‌ض)

$\Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$ (م.ا)

$\Rightarrow \hat{A} = \hat{D}$, $\hat{B} = \hat{C}_1$

$\Rightarrow \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ ← زاویه‌ی مرکزی $\hat{O}_1$ و $\hat{O}_2$

قضیه: اگر در یک دایره اندازه‌ی دو کمان برابر باشند، اندازه‌ی دو وتر نظیر آنها نیز با هم برابر است.



$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ ثابت کن $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{CD}$

فرض: $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ ← زاویه‌ی مرکزی O_1 و O_2

$\Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$

$OA = OD$

$OB = OC$

$\Rightarrow O\hat{A}B \cong O\hat{C}D$ (ض‌ز‌ض)

$\Rightarrow \checkmark \overline{AB} = \overline{CD}$ (م.ا)

$\hat{A} = \hat{D}$

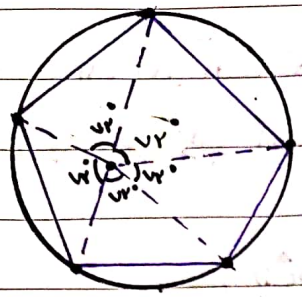
$\hat{B} = \hat{C}$

Scanned by CamScanner

Year. Month. Day.

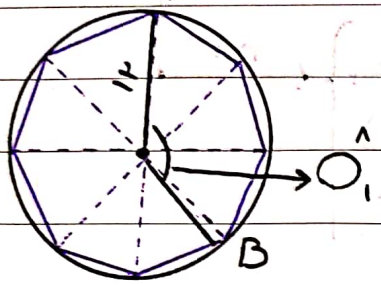
Subject.

مثال: یک ضلعی منتظم با استفاده از خط‌کش نقاله در دایره زیر رسم کنید.



$۳۶۰^\circ \div ۵ = ۷۲^\circ$

مثال: هشت ضلعی زیر منتظم است. طول کمان AB را به دست آورید ($\pi \cong ۳$)



$۳۶۰^\circ \div ۸ = ۴۵^\circ$

$O_1^\wedge = ۳ \times ۴۵^\circ = ۱۳۵^\circ$

$\frac{۱۳۵}{۳۶۰} = \frac{x}{۲(۳)۱۲} \Rightarrow x = ۹$

NOTEBOOK iman

Scanned by CamScanner