

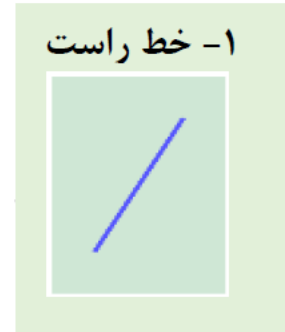
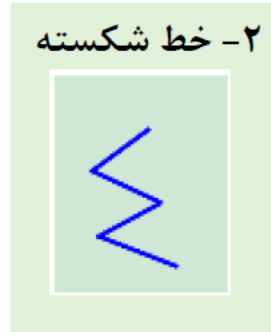
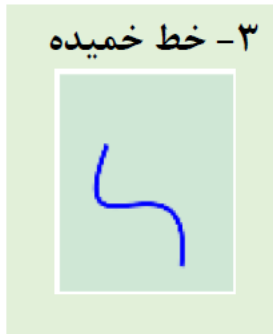


درس اول

چندضلعی ها و تقارن



همانطور که در سالهای قبل آموختیم خطها را می توان به سه دسته تقسیم کرد.



✳ **تعریف چندضلعی:** به هر خط شکسته بسته، با این شرط که ضلع ها یکدیگر را قطع نکنند مگر در رأس ها که دو ضلع به هم می رسند **چندضلعی** می گویند.

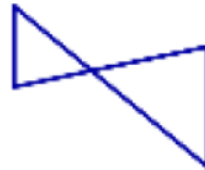


📖 **مثال:**

◀ سوال ۱: آیا شکل‌های زیر هر کدام یک چندضلعی هستند؟ چرا؟



(الف)



(ب)



(ج)

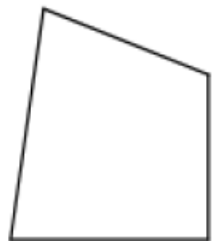
پاسخ: خیر

شکل «الف» چندضلعی نیست. زیرا خط شکسته بسته نیست.

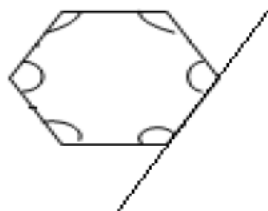
شکل «ب» چندضلعی نیست. زیرا ضلعها در جایی غیر از رأسها یکدیگر را قطع می‌کنند.

شکل «ج» چندضلعی نیست. زیرا خط شکسته نیست.

۱- چند ضلعی محدب (کوژ): چندضلعی که تمام زاویه‌هایش، هر کدام کمتر از 180° باشد چندضلعی محدب یا کوژ نام دارد.



نشانه‌های دیگر: هر یک از ضلع‌هایش را امتداد دهی چند ضلعی دقیقاً در یک طرف خط می‌افتد.



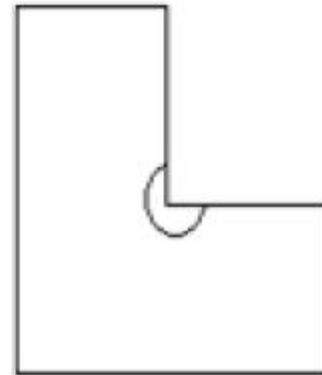
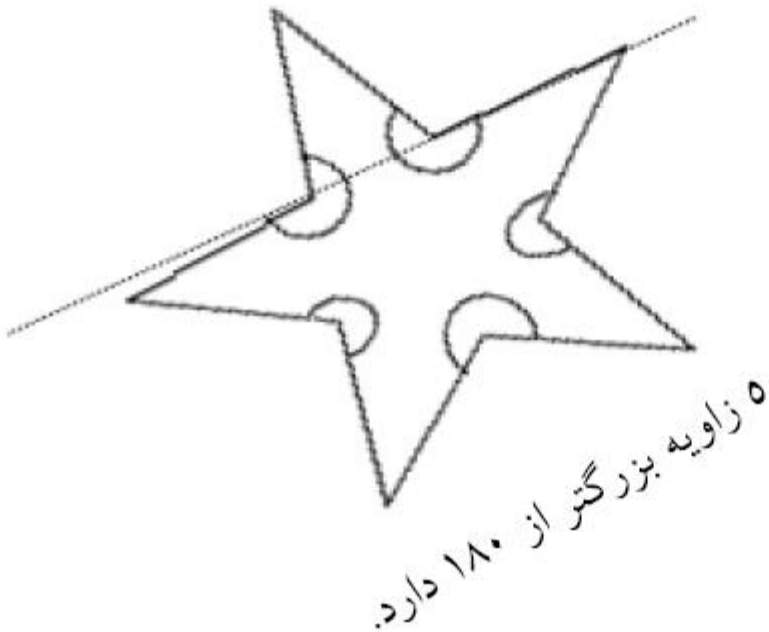
۲- چندضلعی مقعر (کاو): چندضلعی که حداقل یک زاویه بزرگتر از 180° داشته باشد چندضلعی مقعر یا کاو نام

دارد.



نشانه دیگر: اگر یکی از ضلع هایش را امتداد دهیم چهار ضلعی در دو طرف فقط قرار می گیرد.

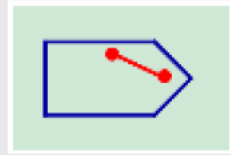
*در هر n ضلعی مقعر حداقل یک ضلع با ویژگی بالا وجود دارد.





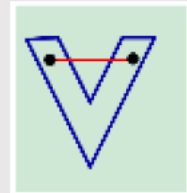
نکته ۱: در چندضلعی‌های محدب هر دو نقطه دلخواه را بهم وصل کنیم تمام خط ایجاد شده در درون شکل

قرار می‌گیرد.



مثال:

اما در چندضلعی‌های مقعر حداقل دو نقطه وجود دارد که اگر بهم وصل کنیم تمام خط و یا قسمتی از آن در درون شکل قرار نمی‌گیرد.



مثال:

سوال ۲: یک شش‌ضلعی محدب و یک شش‌ضلعی مقعر رسم کنید.



شش‌ضلعی مقعر



شش‌ضلعی محدب

پاسخ:

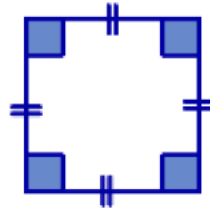
۳- چندضلعی‌های منتظم:

اگر در یک چندضلعی همهٔ زاویه‌ها با هم و همهٔ ضلعها نیز با هم مساوی باشند چندضلعی منتظم است.



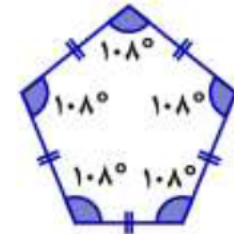
سه ضلعی منتظم

(مثلث متساوی‌الاضلاع)



چهارضلعی منتظم

(مربع)



پنج ضلعی منتظم

مثال: 

سوال ۳: کدام گزینه یک شکل منتظم است؟

- الف) لوزی ب) مثلث متساوی‌الساقین ج) مستطیل د) مثلث متساوی‌الاضلاع

پاسخ: گزینهٔ «د»

فعالیت

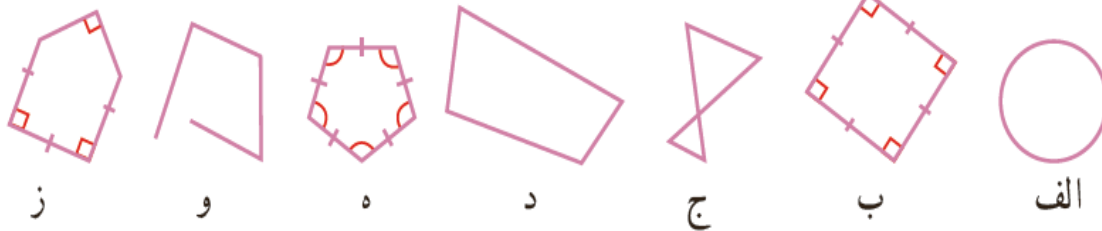


۱- در صفحه به هر خط شکسته بسته، چندضلعی گفته می‌شود به شرط اینکه ضلع‌ها یکدیگر را قطع نکنند؛ مگر در رأس‌ها که دو ضلع به هم می‌رسند.

شکل «ج» چندضلعی نیست؛ چون ضلع‌های آن یکدیگر را قطع کرده‌اند.

شکل «و» چندضلعی نیست؛ چرا؟

شکل «الف» هم چندضلعی نیست؛ چرا؟



۲- اگر در یک چندضلعی همه ضلع‌ها با هم و همه زاویه‌ها با هم مساوی باشند، می‌گوییم آن

چندضلعی منظم است.

از میان شکل‌های بالا، کدام شکل‌ها چندضلعی منظم‌اند؟

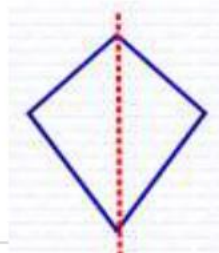
۳- یکی از شکل‌های بالا را انتخاب کنید؛ سپس درباره تعداد ضلع‌ها، زاویه‌ها، تساوی آنها

و... توضیح دهید تا دوستان شکی را پیدا کند که انتخاب کرده‌اید.

سپس به توضیحات دوستان گوش کنید و شکلی را پیدا کنید که او انتخاب کرده است.

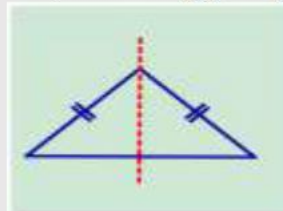
محور تقارن: خطی که شکل را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند به طوری که اگر شکل را از روی آن خط تا بزنیم

دو قسمت بر هم منطبق می‌شوند، و هر قسمت همانند آینه‌ای است برای قسمت دیگر.



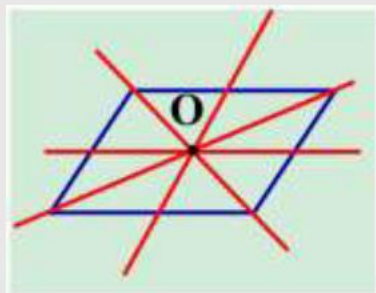
مثال :

نکته ۶: ممکن است شکلی مرکز تقارن نداشته باشد ولی محور تقارن داشته باشد.



مثال : مثلث متساوی الساقین

نکته ۷: ممکن است شکلی مرکز تقارن داشته باشد ولی محور تقارن نداشته باشد.



مثال : متوازی الاضلاع

* هر n ضلعی منتظم n محور تقارن دارد.

کار در کلاس



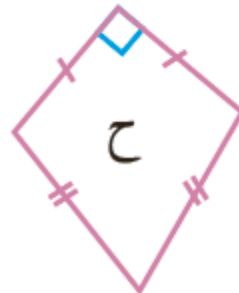
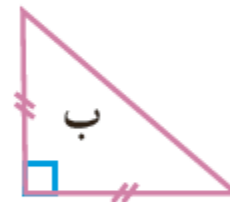
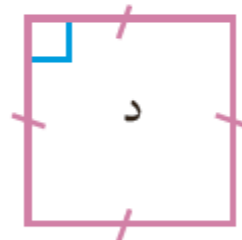
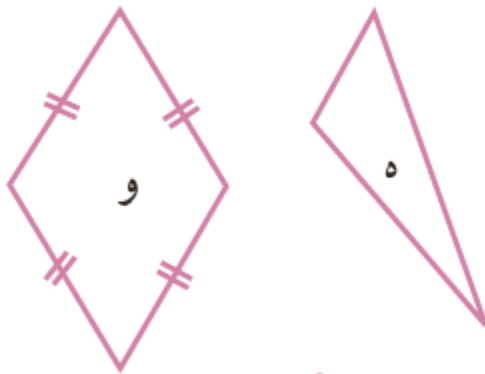
۱- هر یک از عبارتهای زیر به کدام چند ضلعیها مربوط است؟

● پنج ضلعی غیر منتظم

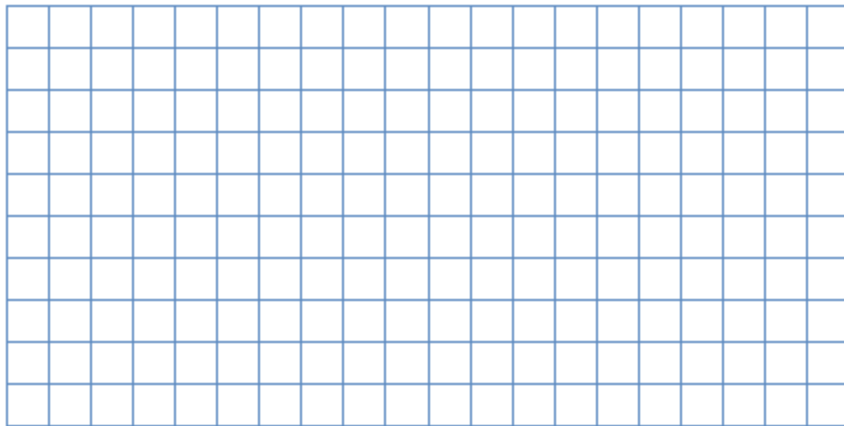
● لوزی با زاویه قائمه

● چند ضلعی منتظم

● مثلث با زاویه باز



۲- چند ضلعی های زیر را در صفحه شطرنجی رسم کنید.



الف) یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین

ب) مستطیلی با ضلع های مساوی

ج) یک دوزنقه قائم الزاویه

د) یک شش ضلعی با دقیقاً سه زاویه قائمه

۳- در سال گذشته با خط تقارن شکل آشنا شدید.

الف) تعداد خط های تقارن هر یک از چند ضلعی های منتظم زیر را پیدا کنید.



۳ خط تقارن

۴ خط تقارن

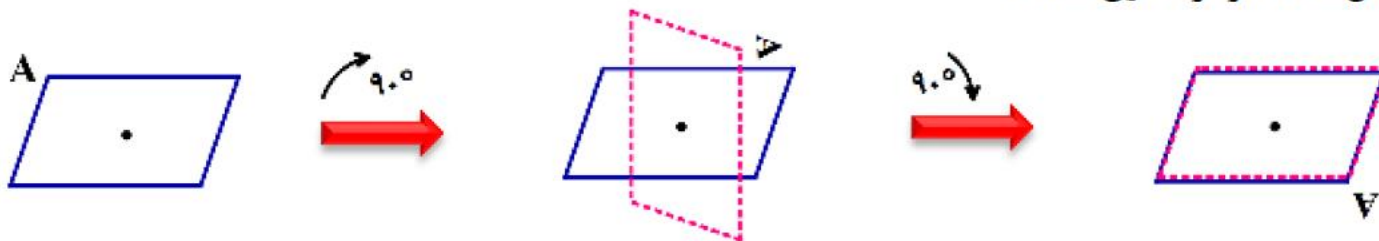
ب) به نظر شما نه ضلعی منتظم چند محور تقارن دارد؟ ده ضلعی منتظم چگونه؟

مرکز تقارن: اگر شکلی را حول نقطه‌ای که درون خود شکل قرار دارد، 180° دوران دهید و نتیجه دوران روی خودش منطبق شود، آن نقطه مرکز تقارن شکل است.

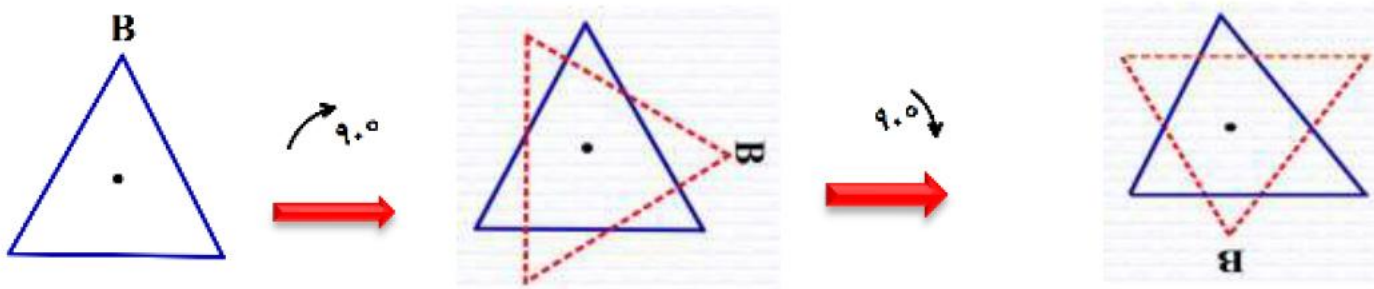


مثال: ملاحظه می‌کنید شکل بعد از دوران 180° حول نقطه مشخص شده دوباره بر خودش منطبق شده است.

پس نقطه مشخص شده مرکز تقارن است.



مثال: اما در شکل زیر ملاحظه می‌کنید شکل بعد از دوران 180° حول نقطه مشخص شده دوباره بر خودش منطبق نمی‌شود. پس نقطه مشخص شده مرکز تقارن نیست.

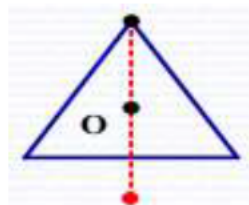


روشی دیگر برای تعیین مرکز تقارن: نقاطی را روی شکل تعیین کنید و قرینه آن نقاط را نسبت به مرکز مشخص

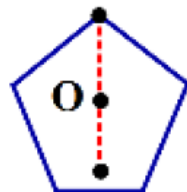
شده بیابید. اگر نقطه ایی وجود داشت که قرینه اش روی شکل قرار نگرفت، نتیجه بگیرید مرکز تقارن نیست.

(یادآوری: برای بدست آوردن قرینه هر نقطه از شکل، ابتدا آنرا به نقطه مشخص شده درون شکل وصل می کنید و به

اندازه خودش و در همان راستا امتداد می دهید)



نقطه O مرکز تقارن نیست



نقطه O مرکز تقارن نیست

مثال: 

نکته ۴: به طور کلی در چندضلعی های منتظم که تعداد ضلعها زوج باشد مرکز تقارن وجود دارد.



مثال: مربع و ده ضلعی منتظم

نکته ۵: به طور کلی در چندضلعی های منتظم که تعداد ضلعها فرد باشد مرکز تقارن وجود ندارد.

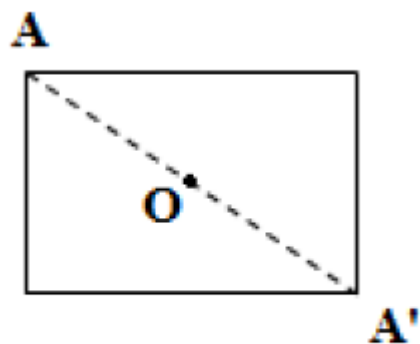
مثال: پنج ضلعی منتظم و هفت ضلعی منتظم

سوال ۵: کدامیک از شکلهای زیر مرکز تقارن دارد؟

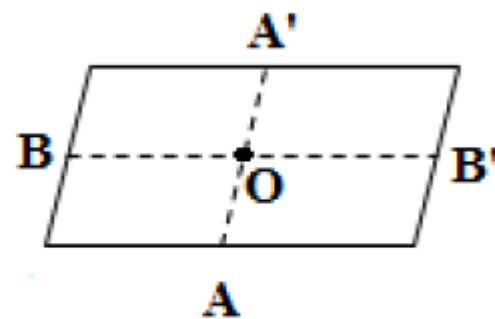
- الف) نیم دایره ب) مثلث متساوی الاضلاع ج) نه ضلعی منتظم د) متوازی الاضلاع

پاسخ: گزینه «د»

*متوازی الاضلاع ، لوزی ، مستطیل مرکز تقارن دارند.



O مرکز تقارن است.



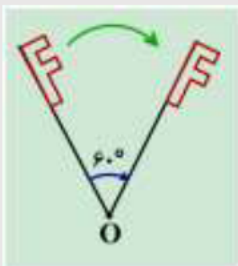
O مرکز تقارن است.

دوران: اگر شکلی را روی صفحه حول یک نقطه ثابت (مرکز دوران) با زاویه‌ای مشخص بچرخانیم تصویر حاصل دوران یافته شکل می‌باشد.

نکته ۹: در دوران 180° و 360° نیاز به مشخص کردن جهت دوران نیست ولی اگر زاویه دوران 180° و 360°



نباشد باید جهت دوران مشخص شود.




نکته ۱۰: در هر دوران تصویر بدست آمده (دوران یافته) هم‌اندازه و هم‌جهت با شکل است.



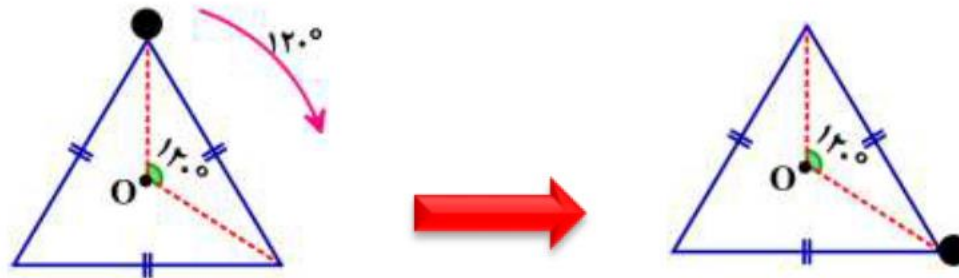
دوران 60° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت

تقارن چرخشی (دورانی) در چندضلعی‌های منتظم:

چندضلعی‌های منتظم را می‌توان با دورانی حداقل کمتر از 180° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت حول مرکز دوران بر خودشان منطبق کرد.

 **مثال:** اگر سه ضلعی منتظم (مثلث متساوی‌الاضلاع) را حول مرکز O با زاویه دوران 120° دوران دهیم بر

خودش منطبق می‌شود.




نکته ۱۱: حداقل زاویه دوران در تقارن چرخشی چندضلعی‌های منتظم را می‌توان از دستور زیر بدست آورد.



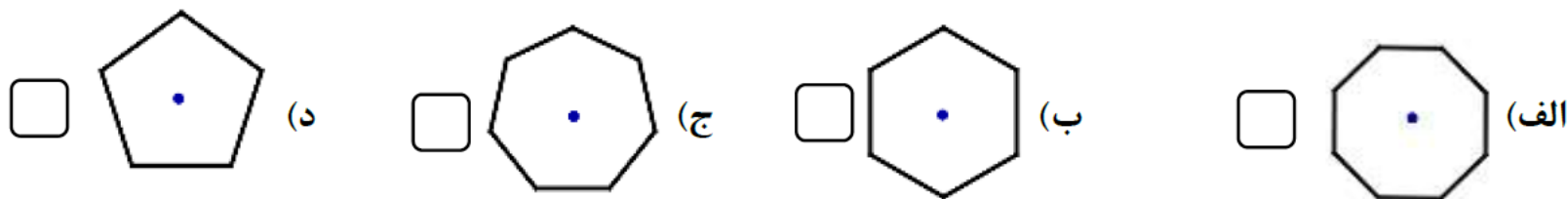
$$\hat{\alpha} = 360^\circ \div \text{تعداد ضلع} \quad (0 < \hat{\alpha} \leq 360)$$

سایر دورانها مضربهای $\hat{\alpha}$ هستند.

مثال  سه ضلعی منتظم (مثلث متساوی‌الاضلاع) با چه دورانهایی حول نقطه O بر خودش منطبق می‌شود؟

$$360^\circ \div 3 = 120^\circ \quad \hat{\alpha} = 120^\circ, 240^\circ, 360^\circ$$

سؤال ۷: در کدامیک از گزینه‌های زیر چندضلعی منتظم با دوران 90° حول نقطه مشخص شده در جهت حرکت عقربه‌های ساعت بر خودش منطبق می‌شود؟



پاسخ: گزینه «الف» $45 \times 2 = 90$ و $360 \div 8 = 45$.

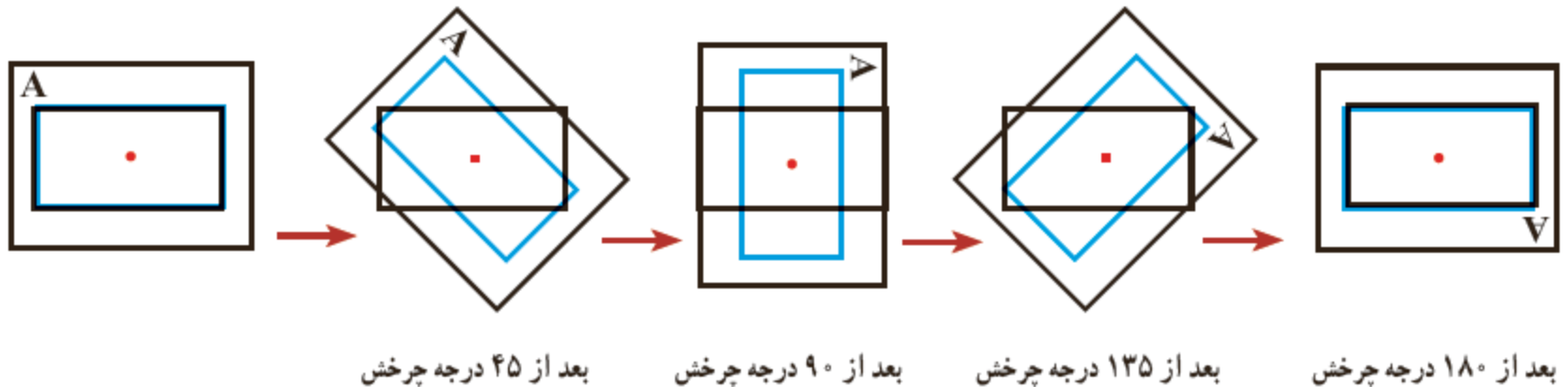
هشت ضلعی منتظم با دورانهای 360° و 315° و 270° و 225° و 180° و 135° و 90° و 45° حول نقطه مشخص شده بر

خودش منطبق می‌شود.



۱- یک ورق کاغذ پوستی روی مستطیل روبه‌رو قرار دهید و تصویر مستطیل را روی آن رسم کنید.

نوک مدادتان را روی مرکز دوران بگذارید و مانند شکل‌های زیر، کاغذ پوستی را 180° درجه حول مرکز دوران بچرخانید.



آیا تصویر، روی شکل منطبق می‌شود؟



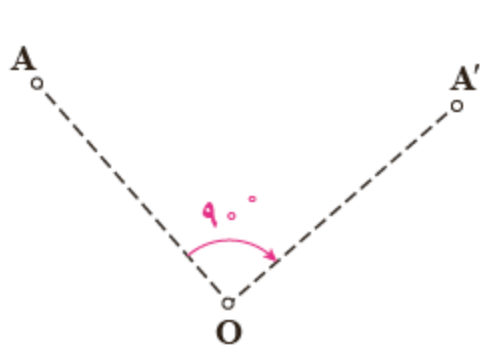
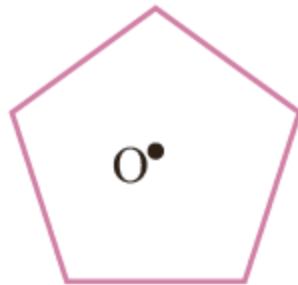
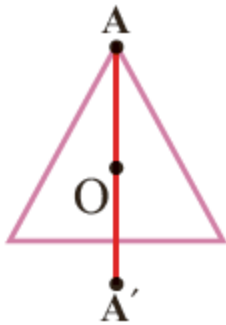
۲- شکل روبه‌رو مثلثی متساوی‌الاضلاع است. یک ورق کاغذ پوستی روی آن قرار دهید و مراحل فعالیت (۱) را تکرار کنید. آیا تصویر، روی شکل منطبق می‌شود؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۳- در کدام یک از چندضلعی‌های منتظم زیر، نقطه مشخص شده مرکز تقارن است؟



به نظر شما نه ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد؟
ده ضلعی منتظم چگونه؟ از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۴- یکی از راه‌های تشخیص اینکه نقطه O در مثلث متساوی‌الاضلاع مرکز تقارن نیست، این است که می‌توان روی شکل، نقطه‌ای پیدا کرد که قرینه آن نسبت به نقطه O روی خود شکل قرار نگرفته باشد. مانند نمونه، نشان دهید که نقطه O در دو شکل دیگر هم، مرکز تقارن نیست.



۵- شکل‌های مقابل چگونه پیدا

کردن دوران یافته نقاط A و B حول مرکز O را به اندازه 90° و 35° در جهت عقربه‌های ساعت نشان می‌دهد.

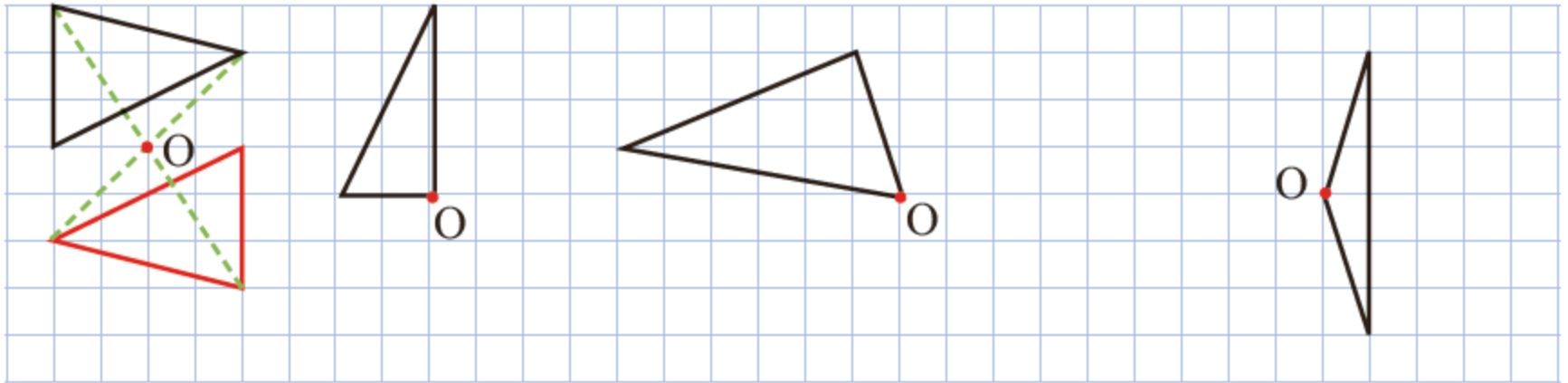
کدام یک از شکل‌های فعالیت (۳) با

دوران 90° حول نقطه مشخص شده در جهت عقربه‌های ساعت روی خودش می‌افتد؟

کار در کلاس



مانند نمونه هر شکل را طوری کامل کنید که نقطه O مرکز تقارن باشد.



تمرین



در هر شکل، بررسی کنید که نقطه مشخص شده، مرکز تقارن شکل هست یا نه.

