

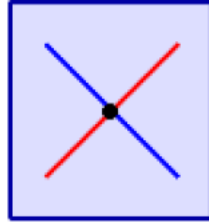


## درس دوم

### توازی و تعامد

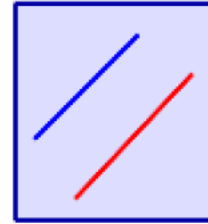


دو خط متمایز در صفحه نسبت به هم دو حالت دارند.



دو خط متقاطع اند

دو خط یک نقطهٔ مشترک دارند



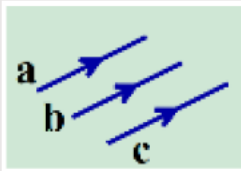
دو خط موازیند

دو خط هیچ نقطه مشترکی ندارند

نکته ۱۲: برای اینکه خطوط موازی را نشان دهیم روی آنها علامتهای یکسان (>) یا (>>) یا (>>>) یا ...



قرار می‌دهیم و بین اسامی آنها از علامت ( $\parallel$ ) استفاده می‌کنیم.

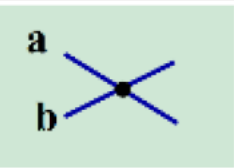


$$a \parallel b \parallel c$$

نکته ۱۳: اگر خطوط داده شده موازی نباشند و متقاطع باشند بین اسامی آنها از علامت ( $\nparallel$ ) استفاده

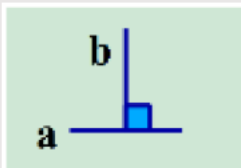


می‌کنیم



$$a \nparallel b$$

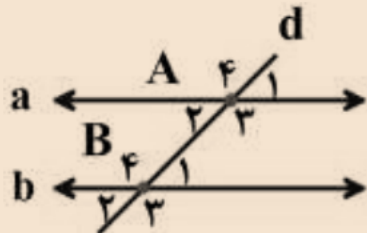
نکته ۱۴: اگر خطوط متقاطع بر هم عمود باشند بین اسامی آنها از علامت ( $\perp$ ) استفاده می‌کنیم.



$$a \perp b$$

تعریف دیگری برای دو خط موازی: هرگاه خطی مانند  $(d)$  دو خط  $a$  و  $b$  را قطع کند و زاویه‌های مساوی

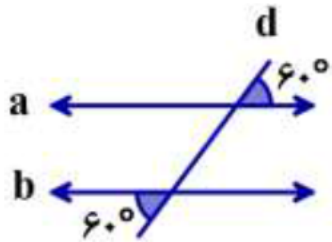
ایجاد کند نتیجه می‌گیریم دو خط  $a$  و  $b$  موازی هستند.



$$\begin{cases} \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 = \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 & \text{(زاویه‌های تند مساویند)} \\ \widehat{A}_3 = \widehat{A}_4 = \widehat{B}_3 = \widehat{B}_4 & \text{(زاویه‌های باز مساویند)} \end{cases} \Rightarrow a \parallel b$$

**مثال** در شکل مقابل خط  $d$  دو خط  $a$  و  $b$  را طوری قطع کرده که زاویه‌های

مساوی ایجاد کرده است پس دو خط  $a$  و  $b$  موازیند:

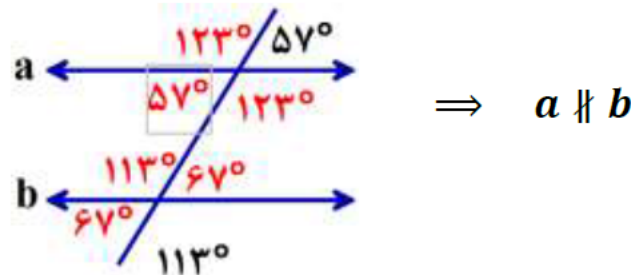
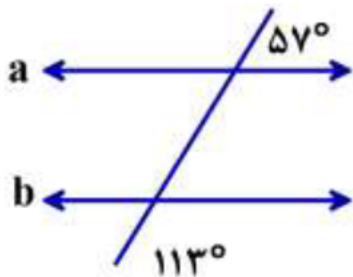


$$\begin{cases} \text{زاویه های تند} = 60^\circ \\ \text{زاویه های باز} = 120^\circ \end{cases} \Rightarrow a \parallel b$$

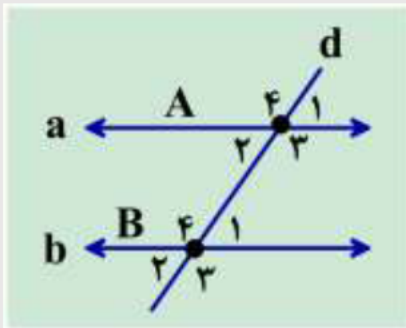
**سوال ۱:** با توجه به شکل مقابل آیا دو خط  $a$  و  $b$  موازیند؟

پاسخ: خیر - زیرا زاویه‌های تند با هم مساوی نیستند و زاویه‌های باز نیز با هم

مساوی نیستند.



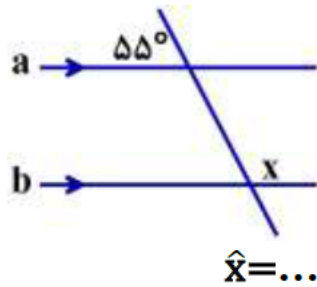
نکته ۱۵: اگر خط مورّبی دو خط موازی را قطع کند با آنها زاویه‌های مساوی می‌سازد.



$$(a \parallel b \text{ و } d \text{ مورّب}) \Rightarrow \begin{cases} \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 = \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 & \text{(زاویه‌های تند مساویند)} \\ \widehat{A}_3 = \widehat{A}_4 = \widehat{B}_3 = \widehat{B}_4 & \text{(زاویه‌های باز مساویند)} \end{cases}$$

و هر زاویهٔ باز با هر زاویهٔ تند مکمل است.  $\widehat{A}_1 + \widehat{B}_3 = 180^\circ$

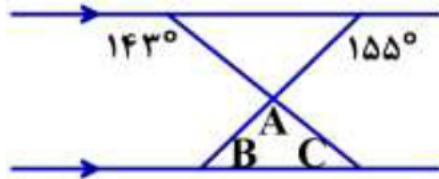
سؤال ۲: دو خط  $a$  و  $b$  در شکل مقابل موازیند. اندازه زاویه خواسته شده را بدست آورید.



پاسخ: زاویه  $\hat{x}$  زاویه‌ای باز است و مکمل  $55^\circ$  پس:  $\hat{x} = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$

$$\hat{x} = 125^\circ$$

سؤال ۳: با توجه به دو خط موازی اندازه زاویه‌های خواسته شده را بدست آورید.



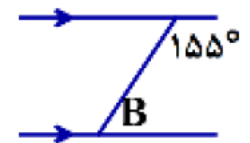
$$\hat{A} = \dots \quad \text{و} \quad \hat{B} = \dots \quad \text{و} \quad \hat{C} = \dots$$

پاسخ:  $\hat{A} = 118^\circ$  و  $\hat{B} = 25^\circ$  و  $\hat{C} = 37^\circ$

اگر شکل را به دو قسمت زیر تقسیم کنیم:

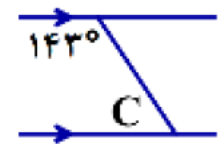
$$\hat{B} = 180^\circ - 155^\circ = 25^\circ$$

در این قسمت  $\hat{B}$  مکمل زاویه  $155^\circ$  است:



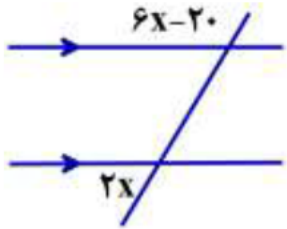
$$\hat{C} = 180^\circ - 143^\circ = 37^\circ$$

در این قسمت نیز  $\hat{C}$  مکمل زاویه  $143^\circ$  است.



برای بدست آوردن  $\hat{A}$  با توجه به اینکه مجموع زوایای داخلی هر مثلث  $180^\circ$  است، داریم:

$$\hat{A} = 180^\circ - (37^\circ + 25^\circ) = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ$$



سؤال ۴: شکل مقابل با توجه به موازی بودن دو خط مقدار  $x$  را تعیین کنید.

پاسخ:  $x = 25$

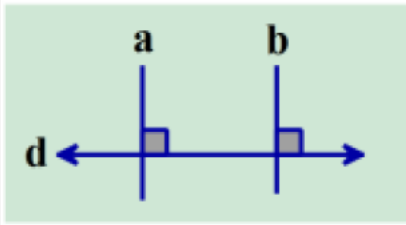
$2x$  اندازه زاویه تند و  $6x - 20$  اندازه باز است دو زاویه مکمل یکدیگر هستند یعنی:

$$6x - 20 + 2x = 180^\circ$$

سپس با کمک معادله مقدار  $x$  را تعیین می‌کنیم.

$$8x - 20 = 180^\circ \rightarrow 8x = 180 + 20 = 200 \rightarrow x = \frac{200}{8} = 25 \rightarrow x = 25$$

نکته ۱۶ (نکاتی در مورد خطوط موازی):



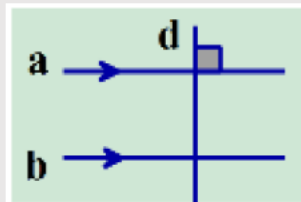
۱ دو خط عمود بر یک خط، با هم موازیند.  $\begin{cases} a \perp d \\ b \perp d \end{cases} \Rightarrow a \parallel b$

۲ دو خط موازی با یک خط، با هم موازیند.



$\begin{cases} a \parallel d \\ b \parallel d \end{cases} \Rightarrow a \parallel b$

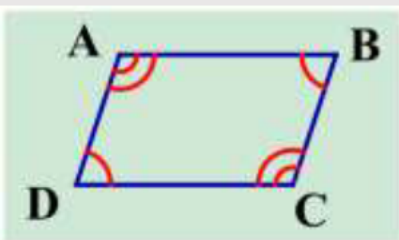
۳ اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود باشد، بر دیگری نیز عمود خواهد بود.



$\begin{cases} d \perp a \\ a \parallel b \end{cases} \Rightarrow d \perp b$

۴ در متوازی‌الاضلاع، ضلع‌های روبه‌رو با هم موازیند با کمک روابط موجود بین خطوط موازی و مورب که در این درس آموختید، می‌توان نتیجه گرفت در هر متوازی‌الاضلاع زاویه‌های روبه‌رو با هم برابرند و زاویه‌های مجاور

مکمل‌اند.



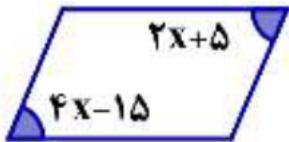
$$\hat{A} = \hat{C} \quad \hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \quad \hat{C} + \hat{D} = 180^\circ$$

$$\hat{D} = \hat{B} \quad \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \quad \hat{D} + \hat{A} = 180^\circ$$



◀ **سوال ۵:** با توجه به اینکه شکل مقابل متوازی الاضلاع است، مقدار  $x$  را تعیین کنید.

پاسخ:  $x = 10$

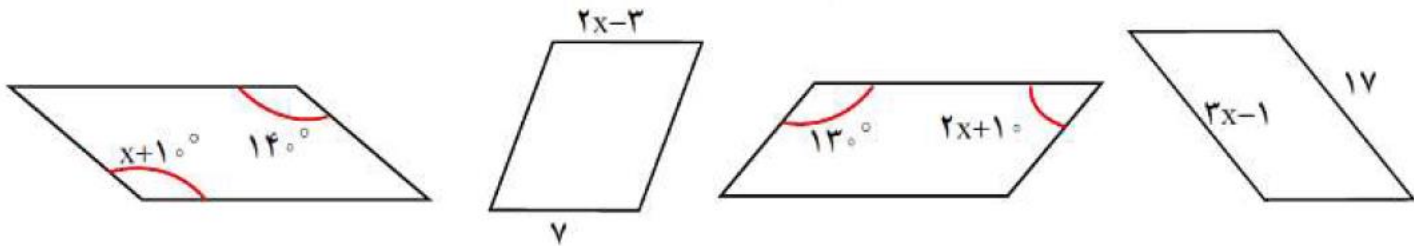


در متوازی الاضلاع دو زاویه روبه‌رو با هم مساوی هستند.  $2x + 5 = 4x - 15$

به کمک حل معادله، مقدار  $x$  را تعیین می‌کنیم:

$$2x - 4x = -15 - 5 \rightarrow -2x = -20 \rightarrow x = \frac{-20}{-2} = 10 \rightarrow x = 10$$

**تمرین:** شکل های زیر متوازی الاضلاع هستند، با تشکیل معادله مقدار  $x$  را بیابید.

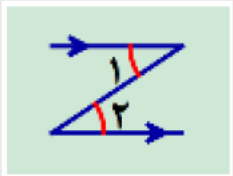


نکته ۱۷: هر جا خطوط موازی را به صورت حرف «Z» و یا حرف «N» دیدیم و یا برعکس آنها، زاویه‌های

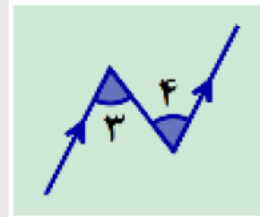


تند آنها با هم مساویند.

مثال:



$$\hat{1} = \hat{2}$$



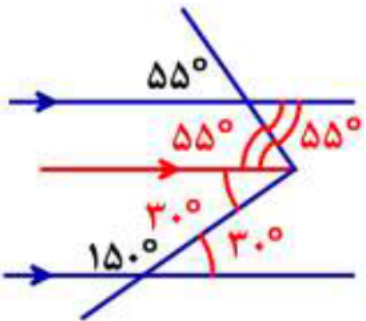
$$\hat{3} = \hat{4}$$

سؤال ۶: اندازه زاویه  $x$  چند درجه است؟

- $55^\circ$  (۱)    
   $95^\circ$  (۳)    
   $30^\circ$  (۲)    
   $15^\circ$  (۴)

پاسخ: می توان با رسم خطی موازی دو خط شکل را به صورت مقابل تقسیم میکنیم،

جواب: گزینه ۴



$$\hat{x} = 55^\circ + 30^\circ = 85^\circ$$