

هندسی هشتم

موضوع: هندسی اول : ۱۷ تا ۱۶ کتاب از ۲۹ تا ۳۲. حل کتاب ص ۳۳

موضوع فصل ۴ هندسی هفتم - تبدیلات هندسی :

انواع تبدیل هندسی

① انتقال : \vec{a} \vec{a} شکل روی صفحه از جایی که قرار دارد به محل دیگر برداشته و گویا شکل تغییر نکرده می‌کند می‌توانیم تصور کرد انتقال یافته شکل است

② تقارن : وقتی مدتی یک شکل را نسبت به یک خط بیاوریم نسبت به تصویر آن نسبت آمده بود آن شکل است و می‌توان گفت آن تغییر کند

③ دوران : اگر یک شکل را روی یک صفحه بچرخانیم و آن اصول یک نقطه ثابت بچرخانیم آن‌گاه دوران انجام شده است. \vec{a} می‌توان است با جهت‌های مختلف نسبت به شکل اصلی بیاوریم

در تبدیلات هندسی (تقارن - دوران - انتقال) شکل و اصل شکل تغییر نمی‌کند

موضوع فصل ۵ هندسی هفتم - دایره مختصات

نظرات تیزهوشانی :

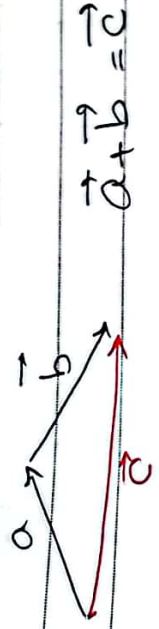
① مرتبه نقطه $A(x, y)$ نسبت به محور طول‌ها $A'(x, y)$ مرتبه برابر $\vec{a}(x, y)$ نسبت به محور طول‌ها $\vec{a}'(x, y)$

② مرتبه نقطه $A(x, y)$ نسبت به محور عرض $A'(x, y)$ مرتبه برابر $\vec{a}(x, y)$ نسبت به محور عرض $\vec{a}'(x, y)$

③ مرتبه نقطه $A(x, y)$ نسبت به مبدأ مختصات $A'(x, y)$ مرتبه برابر $\vec{a}(x, y)$ نسبت به مبدأ مختصات $\vec{a}'(x, y)$

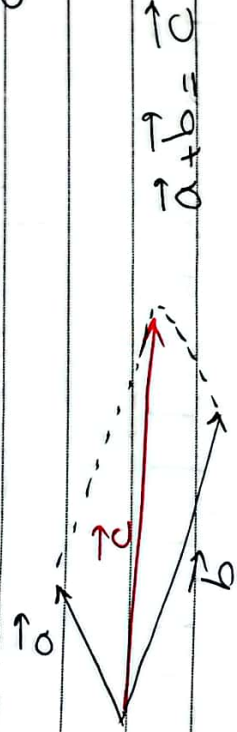
١- جمع بردارها به روش هندسی :

الف- روش مثلث



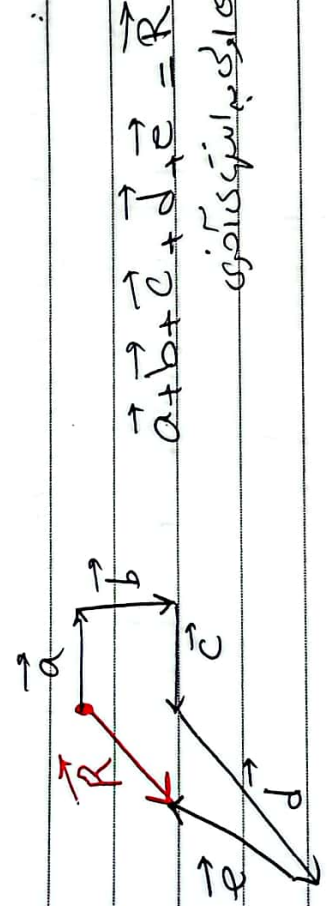
5

ب- روش مولی الاضلاع



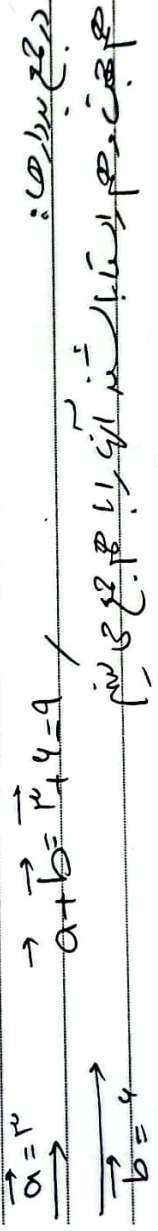
10

ع- روش منتهلی :



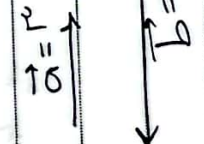
15

٩- در جمع بردارها :



20

”اهم جهت بردارها را در نظر بگیرید و با هم جمع کنید”



25

١٠- انتقال بردارها به یک نقطه
[mx] [ny]

فصل ۳ - هکتار ۱ و ۲ : چندضلعی ها و تقابل صفحات ۲۹ تا ۳۲ :

چندضلعی : هرصف ششگونی نسبت به بی چندضلعی است .

هر چندضلعی به بعد از ایندراحتی زاویه دارد

۴ ضلعی ← ۴ زاویه

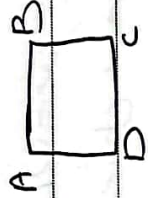
چندضلعی منتظم : اگر در بی چندضلعی تمامی اضلاع با هم برابر و تمامی زاویه ها با هم برابر باشند بدان چندضلعی منتظم می گوئیم



مثلث متساوی الساقین → سه ضلعی منتظم

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ \quad \overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$$

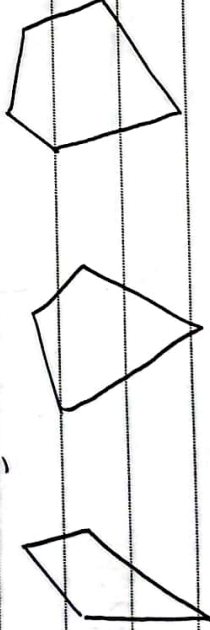
مربع → چهار ضلعی منتظم



$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$$

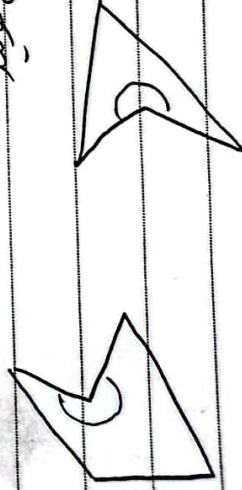
$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD}$$

مخرب (لو) : اگر تمامی زاویه های بی چندضلعی از ۱۸۰° کوچکتر باشند آن چندضلعی را مخرب می گویند .



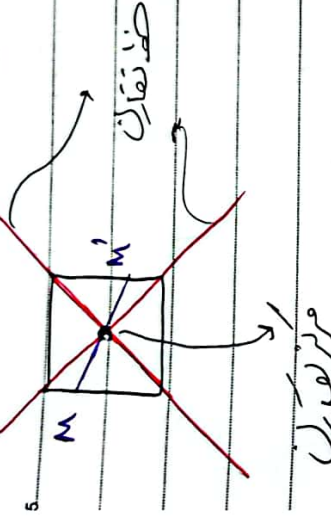
مقعور (کاو) :

اگر یک چندضلعی برای صاف کشیدن آن زاویه بی بزرگتر از ۱۸۰° باشد بدان چندضلعی مقعور می گویند

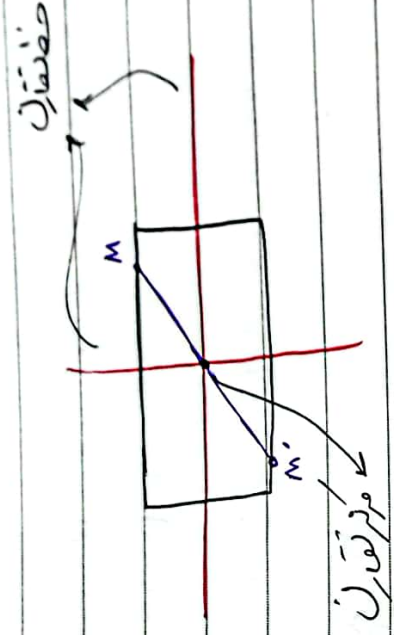


مهر تقارن عمود صلیبی:

البرقعهای قائمه در داخل یک ضلع صلیبی و صورت داشته باشد به طوری که قدرتی هر ضلع را از آن سطح سبب به بقای آن روی خود شکل واقع شود می گویم آن ضلع صلیبی دارای مهر تقارن عمود است.



به طریقتال در مربع در مقلیل:

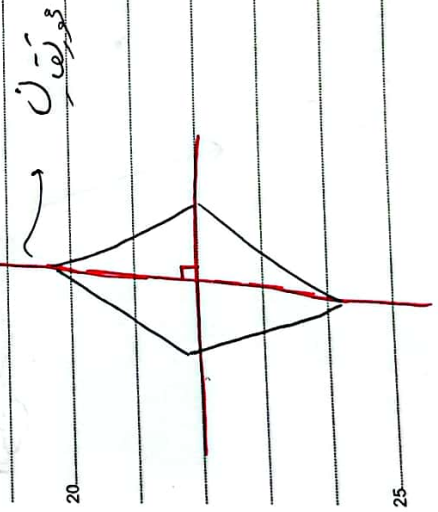


نقطه: صورتی که برای در خود تقارن عمود بر هم باشد

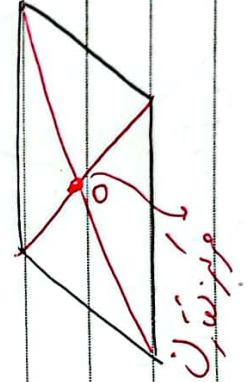
نقطه: صورتی که برای در خود تقارن عمود بر هم باشد با هم تقاطع یا در خود دو خط تقارن عمود بر هم آن شکل، مرکز تقارن آن شکل است.

اما: عکس این مطلب در دست نیست

همین اثر شرطی برای مرکز تقارن باشد یعنی آنی نیست که صفا آن شکل دارای دو خط تقارن عمود بر هم است



مثال:

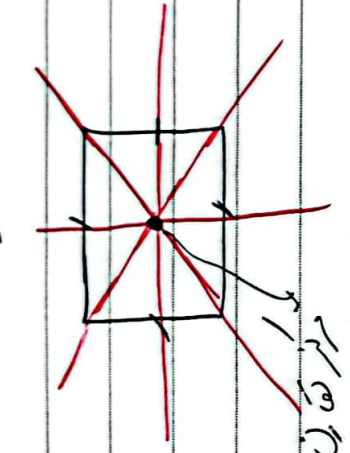


نقطه چهارم:

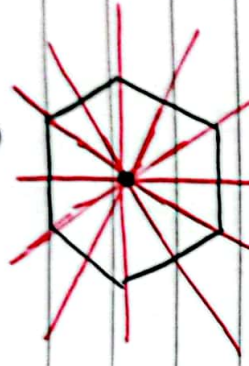
① همه ضلعی منظم تعداد اضلاعش را در حفظ تقارن دارد یعنی:

تقاطع تمام n تا خط تقارن $\rightarrow n$ تا محور \rightarrow اصله منظم

۴ تا ضلع منظم \rightarrow ۴ تا خط تقارن \rightarrow ۴ تا محور \rightarrow اصله منظم: مثل



مربع تقارن - ۴ خط تقارن



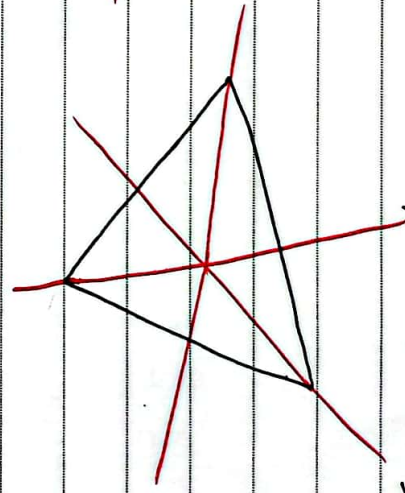
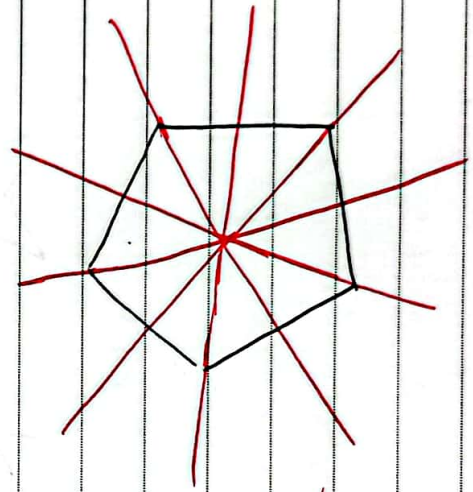
ششگونی و مرکز تقارن

② در n ضلعی ها که منظم \rightarrow تعداد اضلاع برابر باشد \rightarrow کل در حضور یا نبود

تقاطع حفظ همه تقارن همان مرکز تقارن هم هست

تعداد اضلاع برابر باشد \rightarrow مرکز تقارن ندارد

یعنی بعضی تقاطع خطوط تقارن مرکز تقارن نیست



اصلی منظم \rightarrow خط تقارن دارد

در اما مرکز تقارن ندارد

کتاب های ضمیمه اولی :

۱- کدام نادرست است ؟

الف- صورتش مت افوی الاضلاع مرکز تقارن دارد .

ب- صورتش متقین مرکز تقارن دارد .

ج- صورتش متقین الاضلاع مرکز تقارن دارد .

د- صورتش مرکز تقارن دارد .

۲- کدام نادرست است ؟

الف- هشتگوشی فقط از زاویه های ۹۰ درجه خط را ثابت نمی کند .

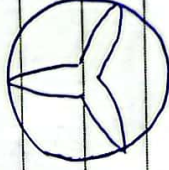
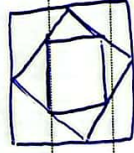
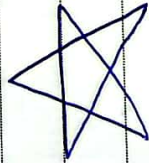
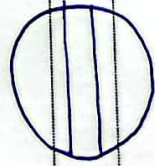
ب- هشتگوشی فقط از زاویه های ۹۰ درجه را ثابت نمی کند .

ج- هشتگوشی هم از زاویه های ۹۰ درجه و هم از زاویه های ۱۲۰ درجه را ثابت نمی کند .

د- در هشتگوشی اگر یک ضلع را تغییر دهیم بقیه ضلع ها را هم تغییر می دهد .

15

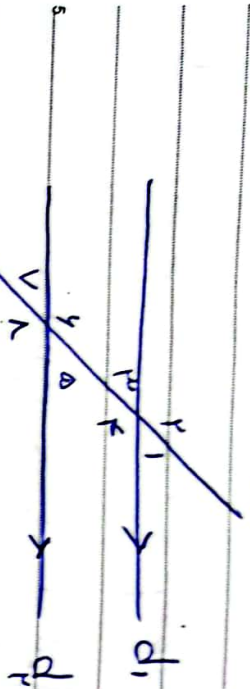
۳- کدام شکل محور تقارن بی نهایت دارد ؟



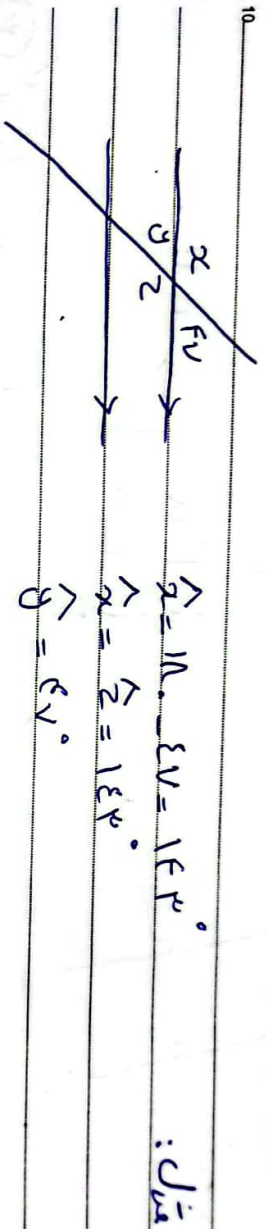
20

25

نقطه: از این دو خط موازی که در یک راستای هم قرار می‌گیرند، یک خط عمود بر هر دو خط می‌کشیم و آن را خط عمود مشترک می‌نامیم.

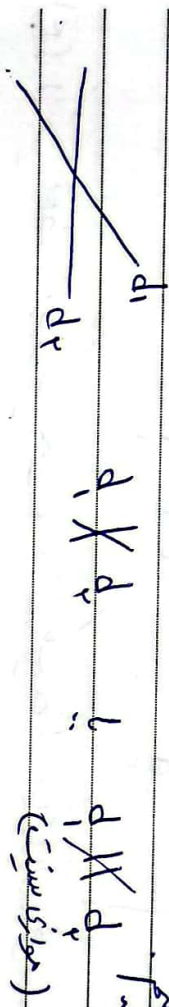


$$\begin{aligned} \hat{\alpha} + \hat{\gamma} &= 180^\circ & \hat{\alpha} + \hat{\delta} &= 180^\circ \\ \hat{\gamma} + \hat{\beta} &= 180^\circ & \hat{\gamma} + \hat{\delta} &= 180^\circ \\ \hat{\alpha} + \hat{\beta} &= 180^\circ & \hat{\alpha} + \hat{\delta} &= 180^\circ \end{aligned}$$

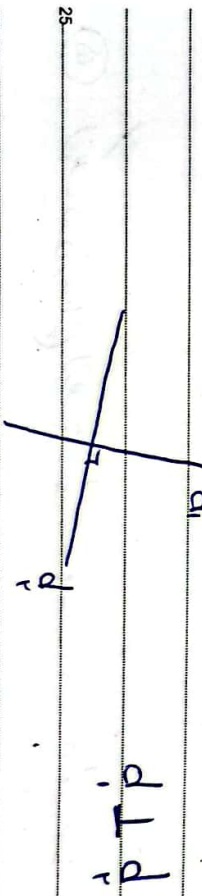


$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= 110^\circ & \hat{\gamma} &= 143^\circ \\ \hat{\alpha} &= \hat{\gamma} & & \\ \hat{\gamma} &= 4V^\circ & & \end{aligned}$$

نقطه: اگر دو خط موازی را با یک خط عمود مشترک قطع کنیم، دو زاویه متقابل داخلی را می‌توانیم نشان دهیم.



نقطه: اگر دو خط موازی را با یک خط عمود مشترک قطع کنیم، دو زاویه متقابل داخلی را می‌توانیم نشان دهیم.



اول آبیاری:

① دو خط میانی خط با هم میزنند.

$$\left. \begin{array}{l} d' \parallel a \\ d \parallel a \end{array} \right\} \rightarrow d' \parallel d$$

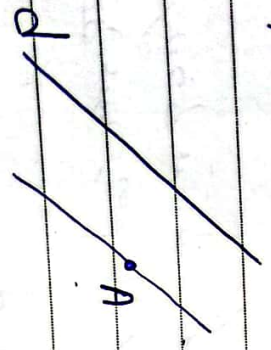
② دو خط عمود بر خط با هم میزنند.

$$\left. \begin{array}{l} d \perp a \\ d' \perp a \end{array} \right\} \rightarrow d' \parallel d$$

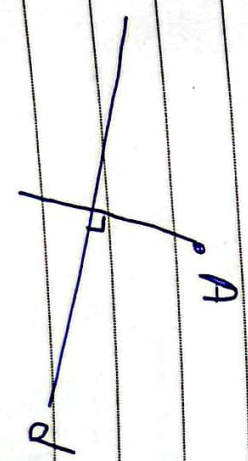
③ اگر خط بر یک خط عمود باشد و بر خطی دیگر هم عمود است.

$$\left. \begin{array}{l} d \perp a \\ d' \perp a \end{array} \right\} \rightarrow d \parallel d'$$

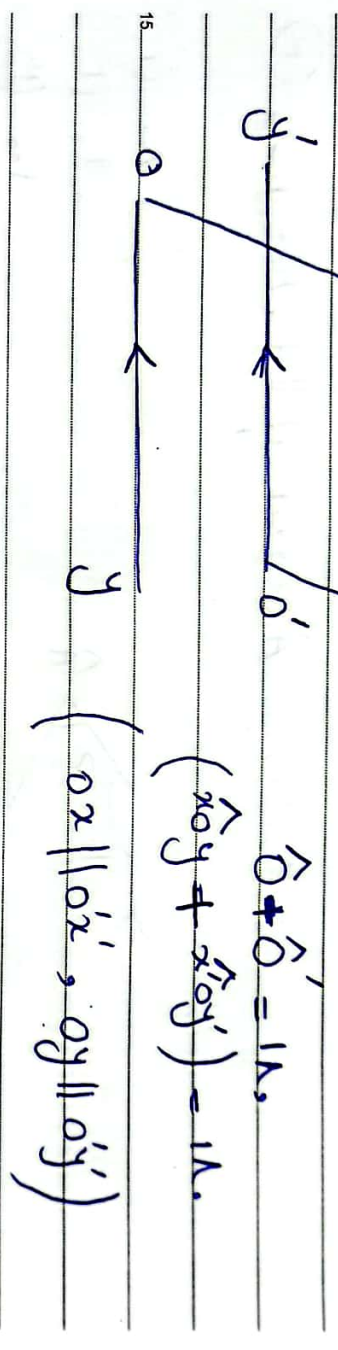
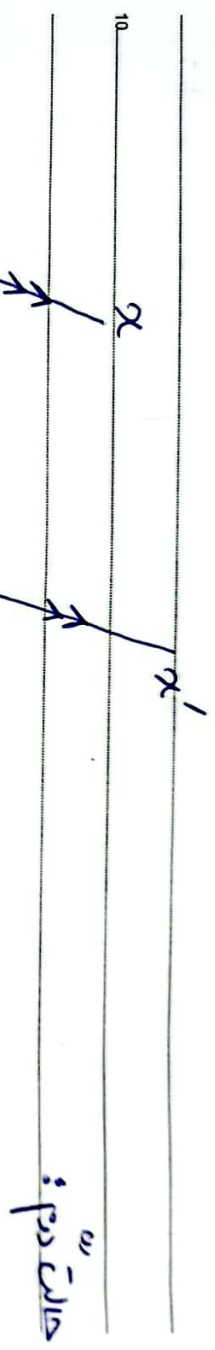
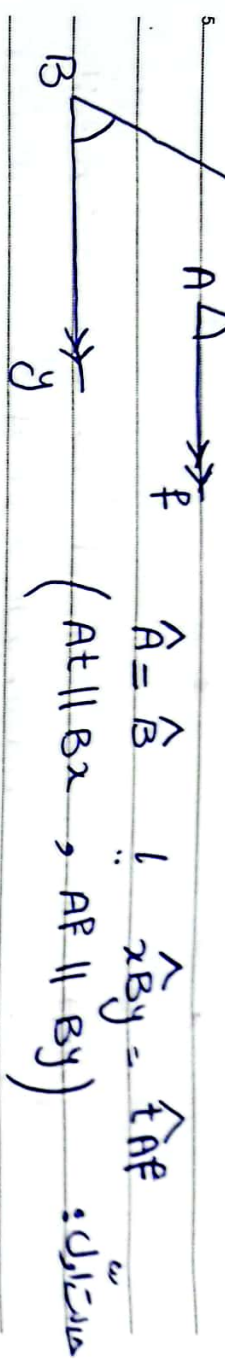
④ زین - نقطه برخورد خط - نقطه میانی خط میانی میزنند



⑤ زین - نقطه برخورد خط - خط عمود بر خط میانی میزنند



درستی هم: در امتداد دو زاویه متقابل با هم برابرند اما در امتداد دو زاویه مجاور با هم برابرند
 مثل
 سطح شیب در حالت موازی با هم نیست:

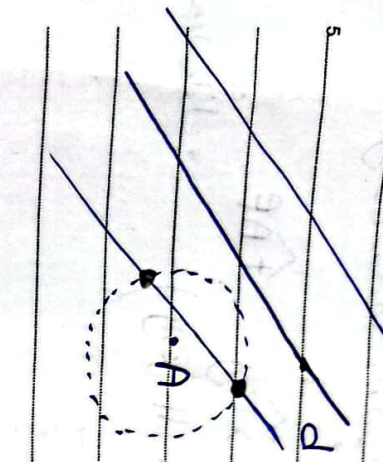


نسبت های مربوطه: [

1) خطی که حالت موازی است
 اولی: اولی || ثانیی || سومی || رابعی ||
 ثانیی: اولی || ثانیی || سومی || رابعی ||
 سومی: اولی || ثانیی || سومی || رابعی ||
 رابعی: اولی || ثانیی || سومی || رابعی ||

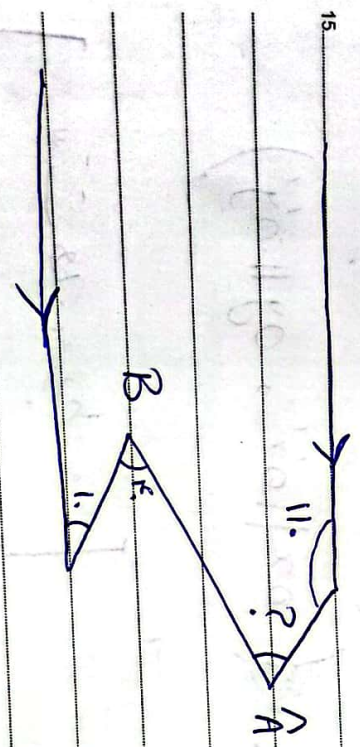
1) اولی || ثانیی || سومی || رابعی ||

د ۱۰ cm و ۱ cm
 در سطح A از نقطه A می توان گفت در آنجا یک
 موازی ۱۵۰ cm باشد ؟
 موازی ۱۲۰ cm ✓
 موازی ۱۰۰ cm ✓



۱۰ cm
 از نقطه A روی سطح موازی
 در سطح موازی خط موازی آن بود موازی
 موازی ۱۲۰ cm ✓
 موازی ۱۰۰ cm ✓

۱۱ در سطح A از نقطه A می توان گفت در آنجا یک
 موازی ۱۵۰ cm باشد ؟
 موازی ۱۲۰ cm ✓
 موازی ۱۰۰ cm ✓



۱۵
 موازی ۱۵۰ cm
 موازی ۱۲۰ cm
 موازی ۱۱۰ cm ✓

25

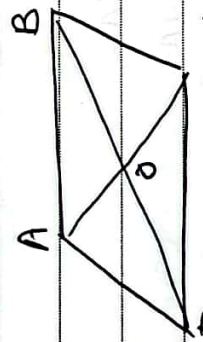
درسنامه - صفحه سوم
۷، ۸، ۹

فصل ۴ درین قسم :
تجربا نویسی ها :
کها ارضاعی های معروف عبارتند از :
متوزک الاضلاع - مستطیل - مربع - لوزی - ذوزنقه - کابک

① متوزکی الاضلاع :
هر چهار ضلعی که اضلاع مقابل آن دو به دو متوزکی باشد متوزکی الاضلاع است

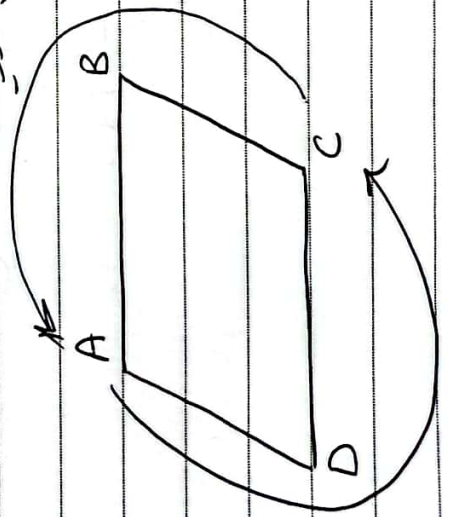


مخارص متوزکی الاضلاع :
(۱) قطرهما کبیر و نصفی لند



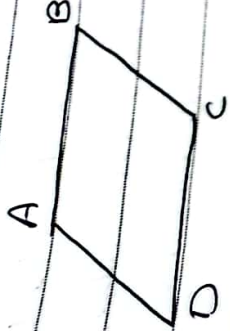
صغنا نفضای (عمل بتامی قطرها) کز تقاطع عموداتی الاضلاع D است

(۲) امر متوزکی الاضلاع اصول فقط ۵ به ایزدی ۱۸ درم دوران دهم تصویر حاصل از دوران بر خود مثل منطبق می شود به طوریکه :



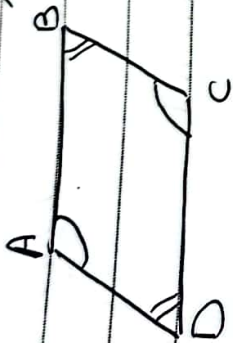
تصویر ضلع AB روی ضلع CD
تصویر ضلع CD روی ضلع AB
تصویر ضلع BC روی ضلع AD
تصویر ضلع AD روی ضلع BC
تصویر A روی C و تصویر C روی A
تصویر B روی D و تصویر D روی B

(۳) در متوازی الاضلاع، ضلعهای روبرو مساوی هستند.



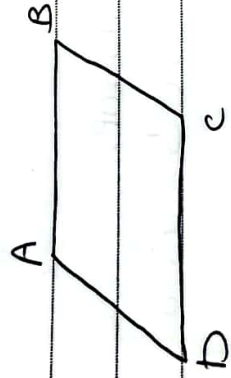
$$\overline{AB} = \overline{CD}, \quad \overline{BC} = \overline{AD}$$

(۴) در متوازی الاضلاع، زوایای روبرو برابرند.



$$\hat{A} = \hat{C}, \quad \hat{B} = \hat{D}$$

(۵) با توجه به قضیه خطوط موازی و متوازی، در متوازی الاضلاع زاویه‌های مجاور (سنگ‌آب) متساوی هستند.



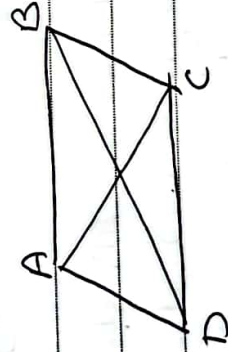
$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$$

$$\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\hat{C} + \hat{D} = 180^\circ$$

$$\hat{D} + \hat{A} = 180^\circ$$

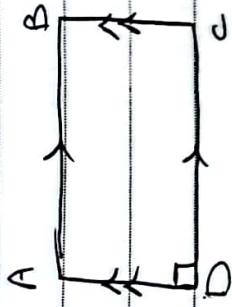
(۶) در متوازی الاضلاع، قطرها با هم برابر نیستند.



$$AC \neq BD$$

مستطیل

متوازی الاضلاعی است نه لب زاویه قائم دارد



$$AB \parallel DC \quad \angle D = 90^\circ$$

$$AD \parallel BC$$

یا : لب هار ضلعی که تمام زوایای آن 90 باشند

نقطه : با فرض به اسم مستطیل زوای متوازی الاضلاع است پس تمام خواص متوازی الاضلاع را داراست

10

نقطه : در مستطیل قطرها برابرند

تعریفی دیو : مستطیل لب هار ضلعی که اضلاع روبرو در دو متوازی و زاویه ای بین هر دو ضلع خارج آن قائم است

15

مربع : مستطیلی که همه ضلعی که همصورتی روبرو در دو متوازی و مساوی هستند و اضلاع خارج با هم برابرند زاویه ای بین هر دو ضلع خارج قائم است

20

مربع زوای متوازی الاضلاع است نه لب زاویه قائم دارد و اضلاع خارج برابرند

25

مختصات : 1) همه ضلع مساوی

2) همه زاویه قائم

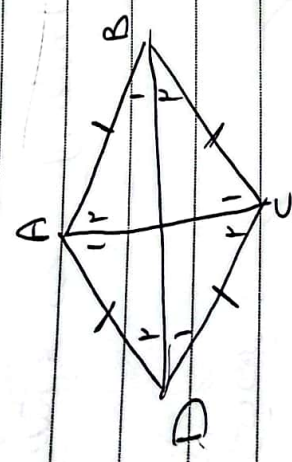
3) قطر هار برابر هم عمودند

4) قطرها همسایه زوایای قطری خود هستند

دقیقی درجہ ازواج : متقابل
متوازی الاضلاعی کہ ہم خاص لوزی وہم خاص متقابل

لا اشارة باشہ کہ مربع است۔
مربع لوزی متقابل نہ ضلعوں کی حالت میں
مربع لوزی لوزی کہ زمایا کی حالت میں

لوزی؟
بہا متعلق کہ ضلعوں کی رو سے دو متوازی و ہا متعلق ہیں
بہ عبارت رقم :
لوزی ، متوازی الاضلاعی است کہ ہر دو ضلع ان باہم ہیں

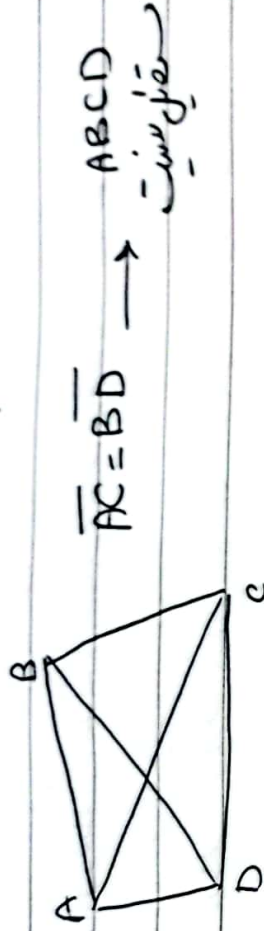


ABCD کی لوزی است
 $AB \parallel DC$, $\bar{AD} \parallel \bar{BC}$
و $\bar{AB} = \bar{AD} = \bar{BC} = \bar{DC}$

- لوزی حفاظت پر بار بار ؟
- ۱) ہر ضلع برابر
 - ۲) قطر ہا ہر ہم عمود
 - ۳) قطر ہا ہر فیصلہ زاویہ تقسیم عمود ہوتے

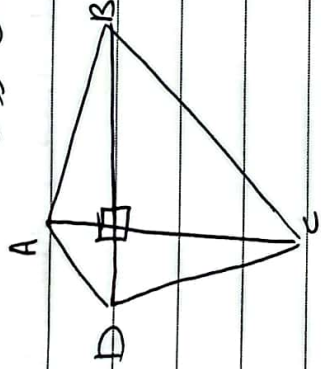
مقابل: آیا می توان گفت هر چهار ضلعی که اضلاعش مساوی باشند متقابل است؟

خیر: زیرا در مثلث دو قطر مساوی اند اما چهار ضلعی متقابل نیست.



مقابل: آیا می توان گفت هر چهار ضلعی که قطرهایش بر هم عمودند یک لوزی است؟

خیر: در مثلث مقابل قطرهای عمودند اما چهار ضلعی لوزی نیست.

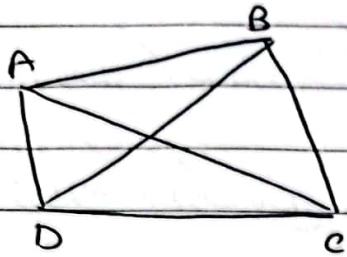


مقابل: لازم گزینند ثابت است؟

- ۱) هر دو متقابل که دارای قطرهای عمود بر هم باشند متقابل است.
- ۲) هر متوازی الاضلاع که دارای قطرهای برابر باشد متقابل است.
- ۳) هر لوزی که دارای قطرهای برابر باشد متقابل است.
- ۴) در هر ذوزنقه که برای محاسبه به هر یک از ضلعی ها با هم ملحق باشند آن ذوزنقه متوازی الاضلاع است.

سؤال: آیا می توان گفت هر چهار ضلعی که اقصایش مساوی باشند متقابل است؟

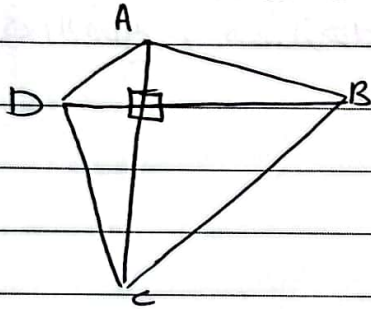
خیر: زیرا در مثلث دو قطر مساوی اند اما چهار ضلعی متقابل نیست



$\overline{AC} = \overline{BD} \rightarrow$ ABCD متقابل نیست

سؤال: آیا می توان گفت هر چهار ضلعی که قطرهایش برهم عمودند یک لوزی است؟

خیر: در مثلث مقابل قطرها عمودند اما چهار ضلعی لوزی نیست

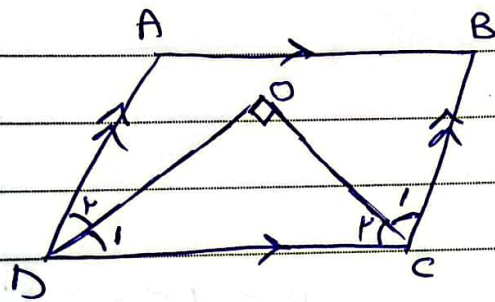


سؤال: کدام گزینه نادرست است؟

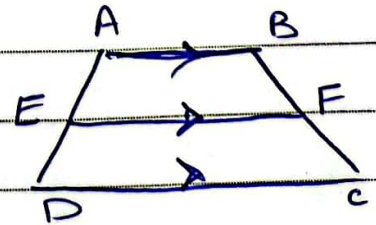
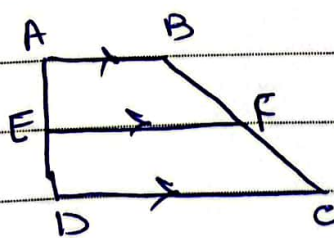
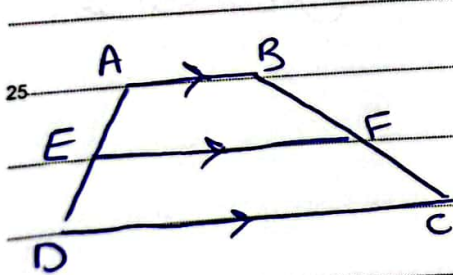
- (۱) هر متقابل که دارای قطرهای عمود برهم باشد مربع است
- (۲) هر متوازی الاضلاع که دارای قطرهای برابر باشد متقابل است
- (۳) هر لوزی که دارای قطرهای برابر باشد مربع است
- (۴) در هر ذوزنقه که زوای مجاوره به هم متمم از نسبی ها با هم مکمل باشند آن ذوزنقه متوازی الاضلاع است

نظرات مهم ۴ ضلعیها

- ① دو ضلع هم‌پهنی، دو ضلع که در یک رأس مشترک هستند، دو ضلع مجاور می‌یابند
- ② دو ضلع هم‌پهنی، دو ضلع که تقاطعی مرکزی نداشته باشند، دو ضلع مقابل می‌یابند
- ③ دو ضلع هم‌پهنی، دو زاویه که در یک ضلع مشترک باشند، دو زاویه مجاور می‌یابند
- ④ دو ضلع هم‌پهنی، دو زاویه که ضلع مرکزی نداشته باشند، دو زاویه مقابل می‌یابند
- ⑤ در متوازی الاضلاع، قطرهای متقاطع نیستند
- ⑥ در متوازی الاضلاع، ضلع‌های درزاویه‌ی مجاور بر هم عمودند



- ⑦ پایه‌حقی که وسط‌های درساق یک ذوزنقه (مربعی ندارد چنانچه ذوزنقه‌ای باشد) بر هم وصل می‌کند با قاعده‌های آن موازی است و مساوی با نصف مجموع دو قاعده است.



$$EF = \frac{AB + DC}{2}$$

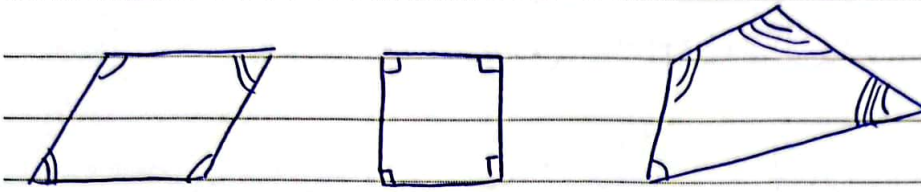
$$EF = \frac{AB + DC}{2}$$

$$EF = \frac{AB + DC}{2}$$

فصل ۳ - درین چهارم - زوایای داخلی :

زاوای داخلی :

زاوای که از برخورد دو ضلع هر چند ضلعی داخلی آن تشکیل می شود را زاوای داخلی می نامیم.



نکته : مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است.

محاسبه ی مجموع زوایای داخلی یک چند ضلعی :
 اگر هر چند ضلعی را به تعدادی مثلث تبدیل کنیم مثلاً هر چه می شود که تعداد مثلثات همیشه از تعداد ضلعها ۲ واحد کمتر است پس

$$\text{مجموع زوایای داخلی } n \text{ ضلعی} = (n-2) \times 180^\circ$$

نکته : در چند ضلعی های منتظم چون تمام زوایا با هم برابر هستند پس باقیمانده ی مجموع زوایای داخلی آن بر عدد n می توان اندازه ی هر زاویه ی داخلی را محاسبه کرد

$$\text{اندازه ی هر زاویه داخلی } n \text{ ضلعی منتظم} = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$$

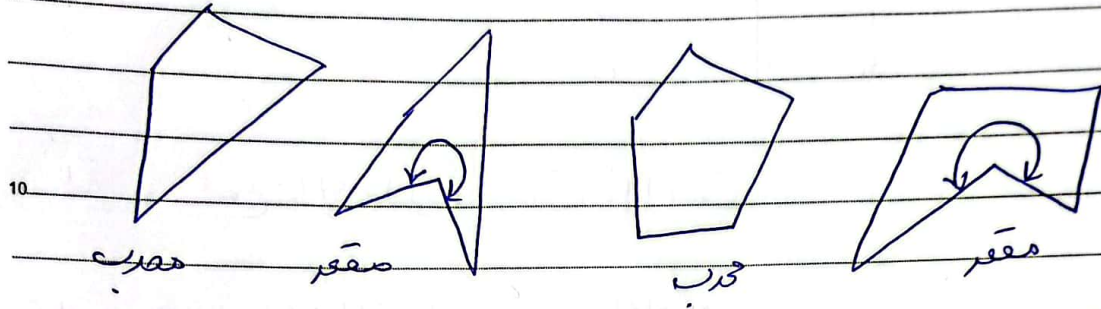
مثال : در ۹ ضلعی منتظم

$$\text{مجموع زوایای داخلی} = (9-2) \times 180^\circ = 1260^\circ$$

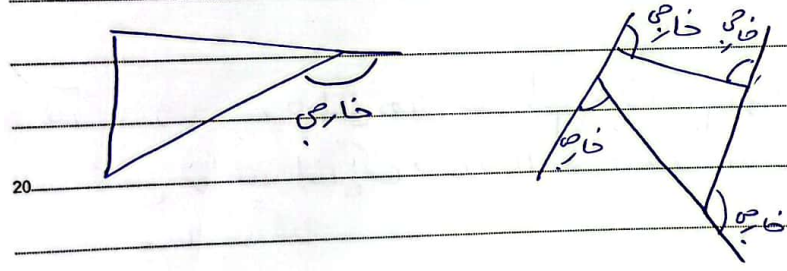
$$\text{اندازه هر زاویه داخلی} = \frac{(9-2) \times 180^\circ}{9} = \frac{7 \times 180^\circ}{9} = 140^\circ$$

الموجہ صلی (ظہر) : جب صید صلی کہ مقابلہ میں زاویہ کی زوایاں 180° دائرہ ہوتی ہیں

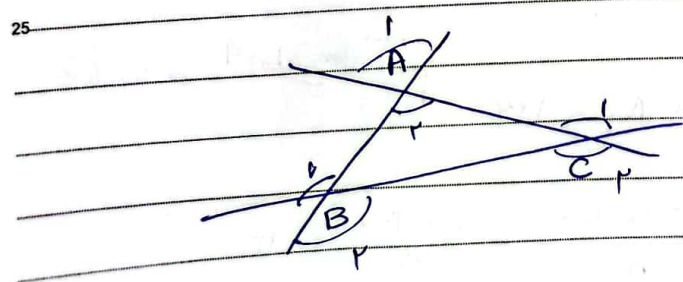
لاصوب (نور) : جب صید صلی کہ تمام زوایاں 180° کے برابر ہوں



زاویہ خارجی : درہ صید صلی موجب ، بہ زاویہ ای کہ بین ایک ضلع و امتداد ضلع کے تشکیل میں ہوتی ہے



و اینہ درہ رأس یک صید صلی موجب دو زاویہ خارجی تشکیل میں ہوتی ہے کہ چون متقابل بہ اس ہوتے ہاں برابر ہوتے



مجموع زوایای خارجی هر ضلع منتهی به
 - مجموع زوایای خارجی هر ضلع منتهی به مساوی 360° است -

نکته: اندازه یک زاویه خارجی در n ضلعی منتظم برابر است با $\frac{360}{n}$

مثال در یک 10 ضلعی منتظم اندازه هر زاویه داخلی و خارجی برابر است آورید.

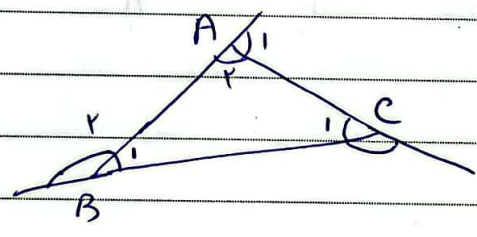
$$\text{اندازه زاویه داخلی} = \frac{(n-2) \times 180}{n} = \frac{(10-2) \times 180}{10} = 8 \times 18 = 144$$

$$\text{اندازه هر زاویه خارجی} = \frac{360}{10} = 36$$

نکته: می بینیم جمع هر زاویه داخلی و خارجی می شود 180°
 $36 + 144 = 180$

نکته مهم:

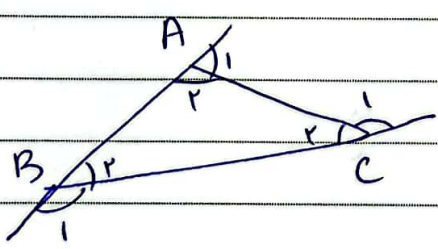
① در هر مثلث منتهی به هر زاویه داخلی با زاویه خارجی مجاورش مکمل اند



$$\begin{aligned} \hat{A} + \hat{A}_1 &= 180 \\ \hat{B} + \hat{B}_1 &= 180 \\ \hat{C} + \hat{C}_1 &= 180 \end{aligned}$$

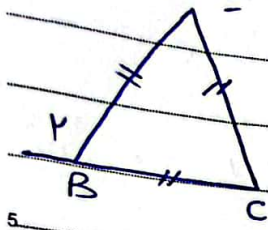
② در هر مثلث:

اندازه هر زاویه خارجی برابر است با مجموع (زوایای داخلی غیر مجاورش)

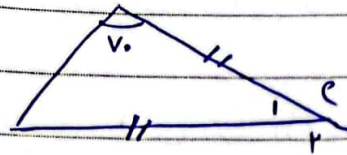


$$\begin{aligned} \hat{A}_1 &= \hat{B}_1 + \hat{C}_1 \\ \hat{B}_1 &= \hat{A}_1 + \hat{C}_1 \\ \hat{C}_1 &= \hat{A}_1 + \hat{B}_1 \end{aligned}$$

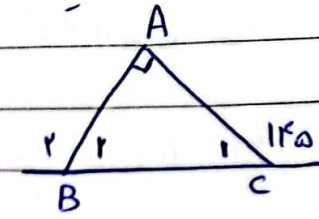
مثال: در هر یک از تصاویر زیر اندازه‌های قوس شده را به دست آورید:



$\hat{B} = ?$

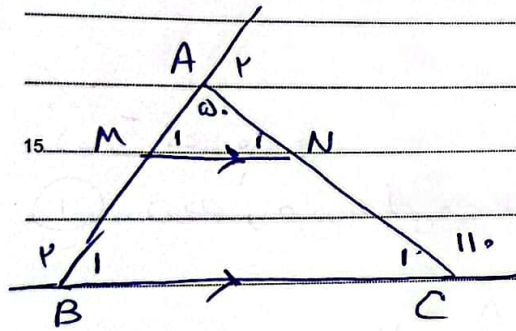


$\hat{C} = ?$
 $\hat{B} = ?$



$\hat{C} = ?$ $\hat{B} = ?$ $\hat{A} = ?$

10



$\hat{C} = ?$

$\hat{N} = ?$

$\hat{M} = ?$

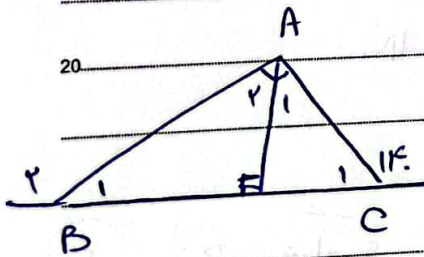
$\hat{B} = ?$

$\hat{B} = ?$

$\hat{A} = ?$

د = 40

20



$\hat{C} = ?$

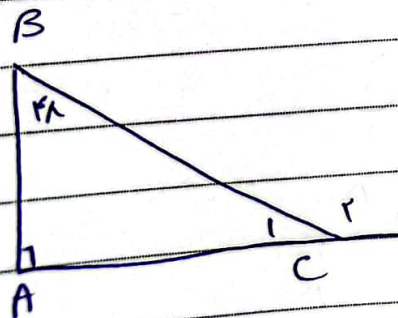
$\hat{A} = ?$

$\hat{A} = ?$

$\hat{B} = ?$

$\hat{B} = ?$

25



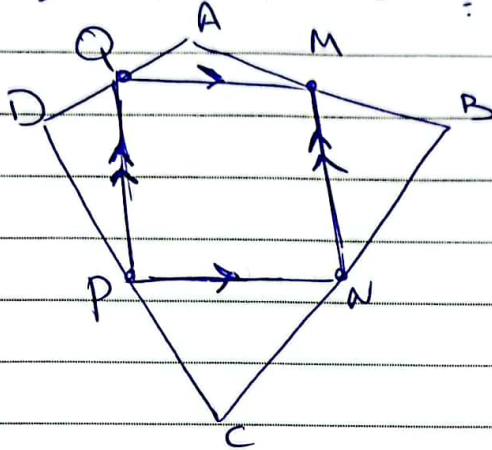
$\hat{C} = ?$

$\hat{C} = ?$

آموزش تلمعی - نظریات تریگونومی

① تعداد مقادیرهای n ضلعی = $\frac{n(n-3)}{2}$

② در وصل کردن روطه‌های هر چهار ضلعی درخواه به طور متوالی، یک مربعی از ضلع حاصل می‌شود



④ کاتبی: یک چهارضلعی که در ضلع مجاورش با هم و در ضلع مجاور دیگرش هم با هم برابرند در کاتبی مظهرها برهم عمودند و فقط یکی از قطرهای عمود منصف قطر دیگر است.