

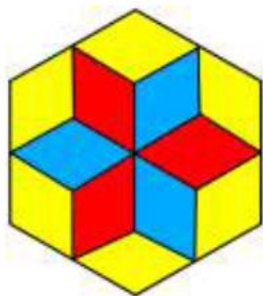


درس چهارم

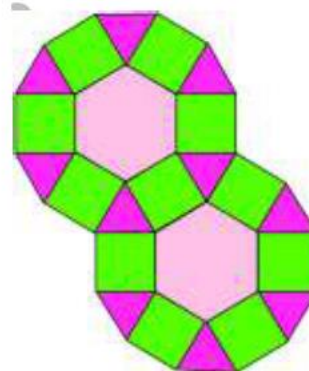
زاویه های داخلی



کاشی کاری: گاهی برای پوشاندن یک سطح از یک یا چند نوع کاشی استفاده می کنند به صورتی که کاشی ها روی هم قرار نگیرند و نیز بین آنها فضای خالی نباشد. مانند شکل های زیر:



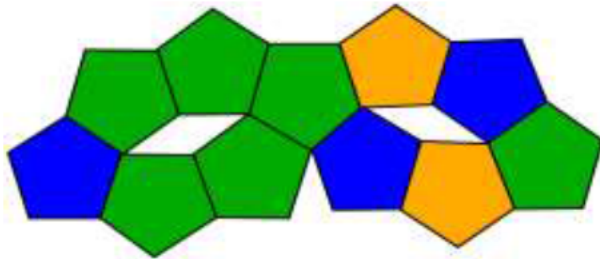
کاشی کاری با استفاده از یک نوع



کاشی کاری با استفاده از سه نوع کاشی

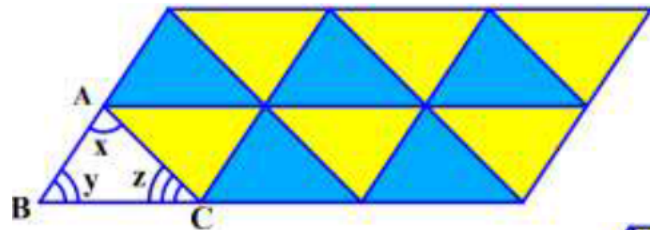
سؤال ۱: به شکل زیر توجه کنید. چرا کاشی کاری با یک نوع کاشی انجام نمی‌شود؟

پاسخ:



زیرا بین کاشی‌ها فضای خالی وجود دارد.

سطح زیر با مثلث‌هایی هم‌نهشت با مثلث ABC کاشی کاری شده است.



مثلث آبی انتقال یافته مثلث ABC است.

مثلث زرد دوران یافته مثلث ABC است.



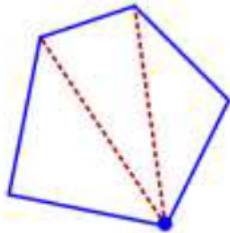
اگر سه مثلث هم‌نهشت را دوباره رسم کنیم،

ملاحظه می‌کنید که سه زاویه « x ، y ، z » که زاویه‌های یک مثلث هستند در کنار هم تشکیل زاویه نیم صفحه را

می‌دهند پس: «مجموع زاویه‌های یک مثلث 180° است» $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

◀ مجموع زاویه‌های داخلی یک چندضلعی:

منظور از زاویه‌های داخلی یک چندضلعی، زاویه‌هایی است که درون چندضلعی قرار دارد و ضلع‌های زاویه، ضلع‌های چندضلعی است. برای محاسبه مجموع زاویه‌های داخلی چندضلعی با رسم تعدادی از قطرهای چندضلعی درون آن تعدادی مثلث ایجاد می‌کنیم و با توجه به اینکه: «مجموع زاویه‌های هر مثلث 180° است. مجموع زاویه‌های داخلی چندضلعی را به دست می‌آوریم.



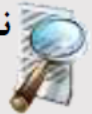
$$3 \times 180 = 540$$

* تذکر: دقت کنید قطرهایی رسم کنید که یکدیگر را قطع نکنند. (بجز در رأس)
برای رسم قطرها یک رأس را در نظر می‌گیریم و به رأسهای مقابل وصل می‌کنیم.

با دقت در مثال بالا متوجه می‌شوید که تعداد مثلثهای ایجاد شده در هر چندضلعی ۲ تا از تعداد ضلع‌ها کمتر است.

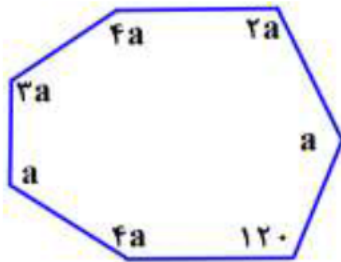
$$\text{مثلاً مجموع زاویه‌های داخلی یک شش‌ضلعی برابر است با: } 4 \times 180^\circ = 720^\circ = (6-2) \times 180^\circ$$

نکته ۱: برای محاسبه مجموع زاویه‌های داخلی چندضلعی از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:



$$180 \times (2 - \text{تعداد ضلع‌ها}) = 180 \times \text{تعداد مثلث‌ها} = \text{مجموع زاویه‌های داخلی هر چندضلعی}$$

سؤال ۲: در شکل مقابل مقدار a را بدست آورید.



پاسخ: $a = 52$

$$\text{مجموع زاویه‌های داخلی هفت ضلعی} = 5 \times 180 = 900$$

$$2a + a + 120 + 4a + a + 3a + 4a = 900$$

به کمک حل معادله مقدار a را بدست می‌آوریم.

$$15a + 120 = 900$$

$$15a = 900 - 120 = 780 \rightarrow a = \frac{780}{15} = 52 \rightarrow a = 52$$

◀ محاسبه اندازه هر زاویه داخلی یک چندضلعی منتظم:

ابتدا مجموع زاویه‌های داخلی چندضلعی منتظم را بدست می‌آوریم و چون در شکل‌های منتظم زاویه‌ها با هم برابرند، مجموع زاویه‌های داخلی را بر تعداد زاویه‌ها تقسیم می‌کنیم تا اندازه هر زاویه بدست آید.

◀ **سؤال ۳:** اندازه هر زاویه داخلی هشت ضلعی منتظم را بدست آورید.

پاسخ: ۱۳۵، مجموع زاویه‌های داخلی $1080 = (8 - 2) \times 180$ ← اندازه هر زاویه $1080 \div 8 = 135$

$$\frac{(n-2) \times 180}{n}$$

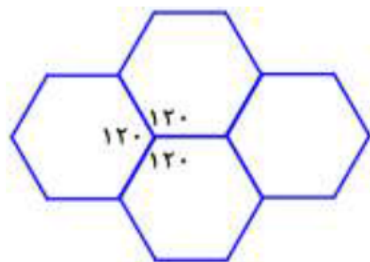
نکته ۲: اندازه هر زاویه داخلی n ضلعی منتظم برابر است با:



◀ سؤال ۴: آیا با کاشی‌هایی به شکل شش ضلعی منتظم می‌توان به تنهایی کاشی‌کاری کرد؟ پاسخ: بله

در کاشی‌کاری با شش ضلعی منتظم به تنهایی، هیچ فضای خالی ایجاد نمی‌شود.

ابتدا اندازه هر زاویه داخلی شش ضلعی منتظم را محاسبه می‌کنیم. شش ضلعی‌های منتظم وقتی کنار هم قرار می‌گیرند در هر گوشه



$$\frac{(6-2) \times 180}{6} = \frac{4 \times 180}{6} = 120$$

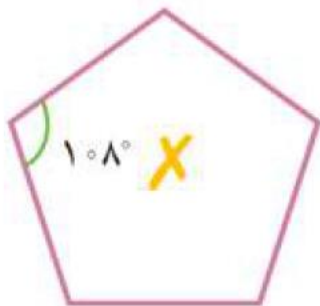
سه تا زاویه 120° داریم که می‌شود $3 \times 120^\circ = 360^\circ$

نکته ۳: اگر بخواهیم فقط با استفاده از یک نوع شکل منتظم کاشی‌کاری کنیم، اندازه هر زاویه داخلی آن باید

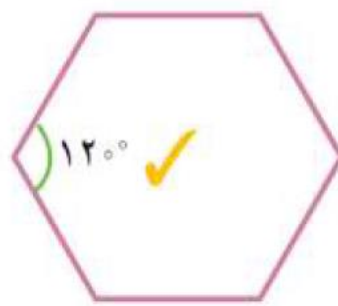


شمارنده 360° باشد. (به عبارتی 360° باید بر اندازه هر زاویه داخلی شکل منتظم بخش پذیر باشد)

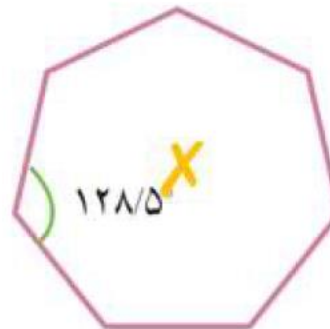
یک نوع کاشی منتظم دیگر پیدا کنید که با آن بتوان کاشی کاری کرد.



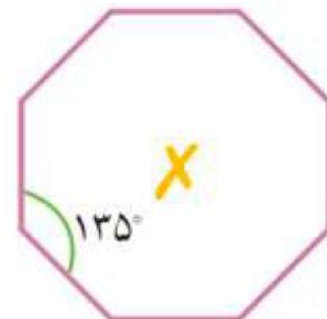
$$360 \div 108 \approx 3/3$$



$$360 \div 120 = 3$$



$$360 \div 128/5 \approx 2/8$$

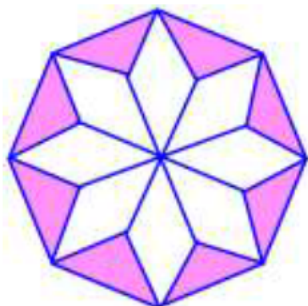


$$360 \div 135 \approx 2/6$$

سؤال ۵: آیا با کاشی‌هایی به شکل پنج‌ضلعی منتظم، می‌توان به تنهایی کاشی‌کاری کرد؟

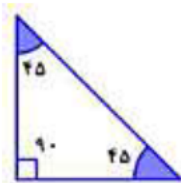
پاسخ: خیر

اندازه هر زاویه داخلی $\frac{(5-2) \times 180}{5} = \frac{3 \times 180}{5} = 108$ (۳۶۰ بر ۱۰۸ بخش‌پذیر نیست).



سؤال ۶: شکل روبه‌رو با یک نوع مثلث و یک نوع لوزی کاشی‌کاری شده است.

اندازه زاویه‌های مثلث و لوزی را محاسبه کنید.



و در مثلث



در لوزی:

پاسخ:

اگر به مرکز طرح کاشی‌کاری دقت کنید، ۸ تا زاویه تند لوزی‌ها که با هم مساویند

در کنار هم تشکیل زاویه ۳۶۰ درجه را می‌دهند.

اندازه زاویه تند در هر لوزی $360 \div 8 = 45$

اندازه زاویه باز در هر لوزی $180 - 45 = 135$ می‌باشد. سپس به گوشه‌ای دقت کنید که از دو زاویه باز لوزی و

$2 \times 135 = 270$

یک زاویه مثلث تشکیل شده است.

$360 - 270 = 90$

اندازه یکی از زاویه‌های مثلث

در مثلث قائم‌الزاویه ای که دو ساق برابر دارد اندازه هر زاویه تند برابرست با: $90 \div 2 = 45$ $180 - 90 = 90$

نکته ۴: برای محاسبه مجموع زاویه های داخلی در n ضلعی های مقعر (کاو) نیز از رابطه $180^\circ \times (n - 2)$



استفاده می کنیم.