

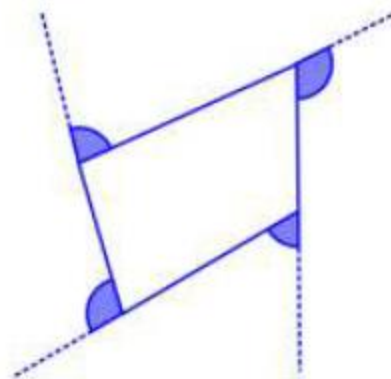
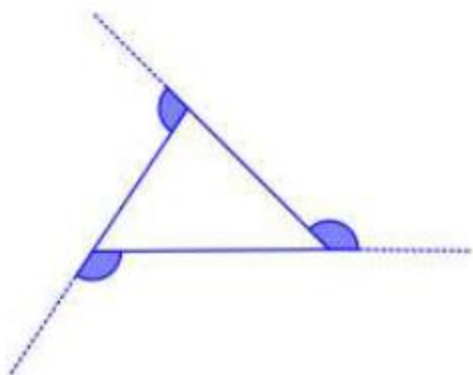


## درس پنجم

### زاویه های خارجی

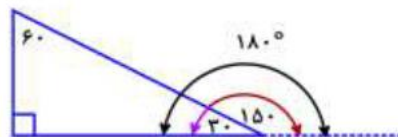


در چندضلعی‌های محدب، زاویه‌ای که در هر رأس بین یک ضلع و امتداد ضلع دیگر تشکیل می‌شود، زاویه خارجی آن رأس نامیده می‌شود.

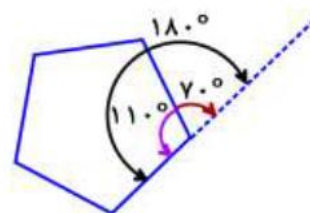


مثال: 

نکته ۱: در چندضلعی‌های محدب مجموع هر زاویه داخلی با زاویه خارجی متناظرش برابر است با  $180^\circ$ .



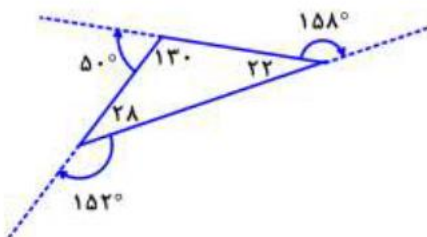
$$30^\circ + 150^\circ = 180^\circ$$



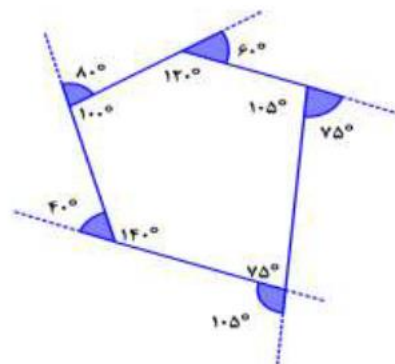
$$110^\circ + 70^\circ = 180^\circ$$

مثال

نکته ۲: در چندضلعی‌های محدب، مجموع زاویه‌های خارجی  $360^\circ$  است.



$$152^\circ + 158^\circ + 50^\circ = 360^\circ$$



$$105^\circ + 140^\circ + 80^\circ + 50^\circ = 360^\circ$$

مثال

سؤال ۱: در شکل مقابل، اندازه  $x$  چند درجه است؟

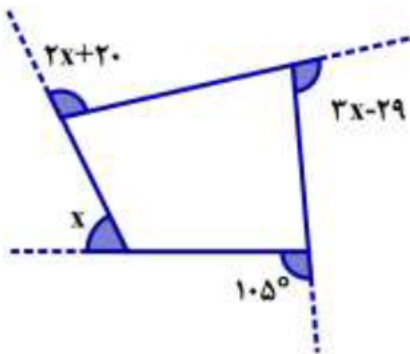
پاسخ:  $x = 44^\circ$

مجموع زاویه‌های خارجی در چندضلعی‌های محدب برابر است با  $360$  درجه

$$(2x + 20) + (3x - 29) + 105 + x = 360$$

با حل معادله مقدار  $x$  را بدست می‌آوریم.

$$6x + 96 = 360 \rightarrow 6x = 360 - 96 = 264 \rightarrow x = \frac{264}{6} = 44 \rightarrow x = 44$$





نکته ۳: در چندضلعی‌های منتظم زاویه‌های خارجی برابرند، بنابراین برای بدست آوردن اندازه یک زاویه خارجی می‌توان  $360^\circ$  را بر تعداد زاویه‌های خارجی تقسیم کرد.

$$\text{اندازه هر زاویه خارجی در } n \text{ ضلعی منتظم} = 360 \div n$$

📖 مثال: اندازه هر زاویه خارجی در ده ضلعی منتظم برابر است با:  $360 \div 10 = 36$

◀ **سؤال ۲:** اگر اندازه یک زاویه داخلی  $n$  ضلعی منتظمی  $156$  درجه باشد، تعداد اضلاع چندضلعی را بیابید.

پاسخ:  $15$  ضلعی منتظم، می‌دانیم مجموع هر زاویه خارجی با زاویه داخلی متناظرش برابر است با  $180^\circ$ .

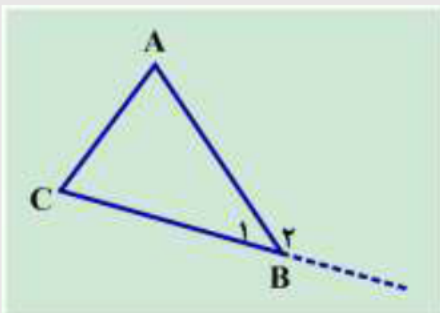
پس: اندازه هر زاویه خارجی  $n$  ضلعی منتظم  $24^\circ = 180 - 156$ . با توجه به اینکه می‌دانیم مجموع زاویه‌های

خارجی باید  $360^\circ$  شود. بنابراین  $n$  ضلعی مورد نظر سؤال  $15$  ضلعی منتظم است  $360 \div 24 = 15$ .

نکته ۴: در هر مثلث، اندازه هر زاویه خارجی با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاورش (دو زاویه داخلی که

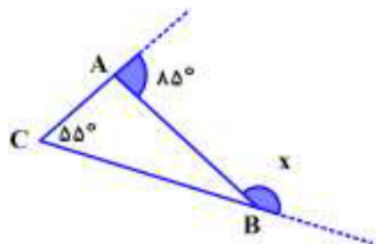


کنارش قرار ندارند) برابر است.



$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{B}_1 + \hat{C} = 180^\circ \\ \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 180^\circ \end{cases} \rightarrow \hat{B}_2 = \hat{A} + \hat{C}$$

سؤال ۳: در شکل مقابل زاویه  $x$  چند درجه است؟



پاسخ:  $\hat{x} = 150^\circ$ ، ابتدا زاویه داخلی A را بدست می آوریم:  $180 - 85 = 95$

حال با استفاده از نکته قبل زاویه  $x$  را تعیین می کنیم  $\hat{x} = 95 + 55 = 150$

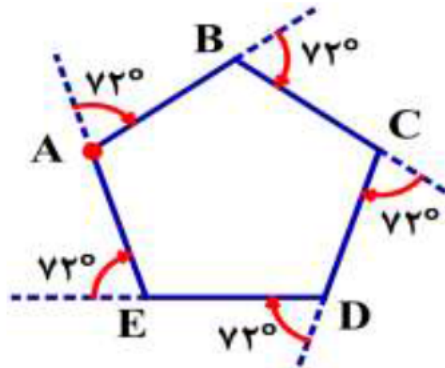


نکته ۵ : هرگاه روی محیط یک چندضلعی محدب حرکت کنیم به اندازه زاویه‌های خارجی شکل می‌چرخیم، یعنی  $(360^\circ)$ .

**مثال:** لاک‌پشتی برای پیمودن محیط ۵ ضلعی منتظم از نقطه A شروع می‌کند وقتی می‌خواهد از روی ضلع

AB روی ضلع BC قرار بگیرد به اندازه زاویه خارجی  $\widehat{B}$  می‌چرخد و بعد به اندازه زاویه خارجی  $\widehat{C}$  و .... پس تا وقتی

دوباره به نقطه A برگردد روی هم  $360^\circ$  می‌چرخد.



$$5 \times 72 = 360^\circ$$

**نکته:** برای به دست آوردن تعداد قطرهای چند ضلعی از رابطه ی  $\frac{n(n-3)}{2}$  استفاده می‌کنیم.

$$\frac{7(7-3)}{2} = \frac{7 \times 4}{2} = 14$$

**مثال:** ۷ ضلعی دارای چند قطر است؟



$$\text{مجموع زاویه‌های داخلی و خارجی } n \text{ ضلعی} = n \times 180^\circ = 180^\circ n$$

$$\text{مجموع زاویه‌های داخلی } n \text{ ضلعی} = (n-2) \times 180^\circ = n \times 180^\circ - 2 \times 180^\circ = 180^\circ n - 360^\circ$$

$$\text{مجموع زاویه‌های خارجی } n \text{ ضلعی} = 180^\circ n - (180^\circ n - 360^\circ) = 180^\circ n - 180^\circ n + 360^\circ = 360^\circ$$