

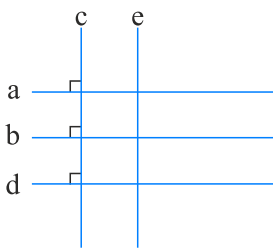
گزینه ۴

۱

وسط‌های هر نوع چهارضلعی را به هم وصل می‌کنیم، همواره متوازی‌الاضلاع تشکیل می‌شود.

گزینه ۳

۲



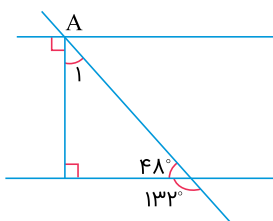
گزینه ۳

۳

پنج ضلعی منتظم دارای ۵ خط تقارن است ولی مرکز تقارن ندارد.

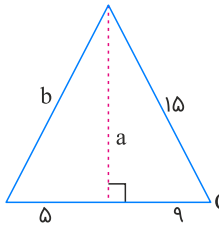
گزینه ۱

۴



$$180 - 132 = 48^\circ$$

$$\hat{A}_1 = 180 - (90 + 48) = 42^\circ$$



$$15^2 = a^2 + 9^2$$

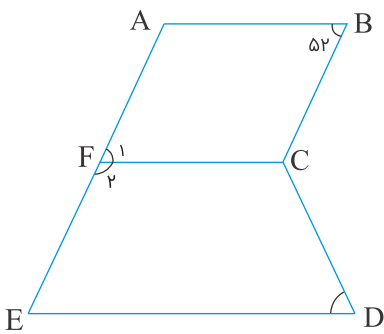
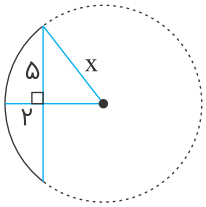
$$a^2 = 225 - 81 = 144 \Rightarrow a = 12$$

$$\text{مثلث سمت چپ: } b^2 = 12^2 + 5^2 \Rightarrow b^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow b = 13$$

$$\text{محیط: } 15 + 14 + 13 = 42$$

$$x^2 = (x - 2)^2 + 5^2 \Rightarrow x^2 = x^2 - 4x + 4 + 25$$

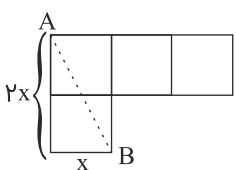
$$\Rightarrow 4x = 29 \Rightarrow x = \frac{29}{4} = 7\frac{1}{4}$$



$$\hat{B} = 52^\circ \Rightarrow \hat{F}_1 = 52^\circ$$

$$\hat{F}_2 = 180 - 52 = 128^\circ$$

$$\hat{E} = \hat{D} = 180 - 128 = 52^\circ$$



$$(2x)^2 + x^2 = (\sqrt{20})^2 \Rightarrow 4x^2 + x^2 = 20 \Rightarrow 5x^2 = 20 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$$

محیط این شکل دارای ۱۰ ضلع مربع است.

$$\text{محیط: } 2 \times 10 = 20$$

در متوازی الاضلاع قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند.

$$2a - 3 = 3 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$$

$$2a + 1 = b + 2 \xrightarrow{a=3} 7 = b + 2 \Rightarrow b = 5$$

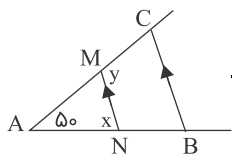
$$a + b = 3 + 5 = 8$$

هر زاویه داخلی ۸ ضلعی منتظم :  $\frac{(8-2) \times 180^\circ}{8} = 135^\circ$

هر زاویه خارجی ۶ ضلعی منتظم :  $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$

اختلاف :  $135^\circ - 60^\circ = 75^\circ$

$\triangle ABC$  متساوی الساقین است، پس:



$$\overline{AB} = \overline{AC} \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C} \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C} = 180 - 50 = \frac{130}{2} = 65^\circ$$

طبق خطوط موازی و مورب  $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$  و  $\overline{AB}$  آن‌ها را قطع می‌کند:

$$\widehat{N} = \widehat{B} = 65 \Rightarrow \widehat{x} = 65^\circ$$

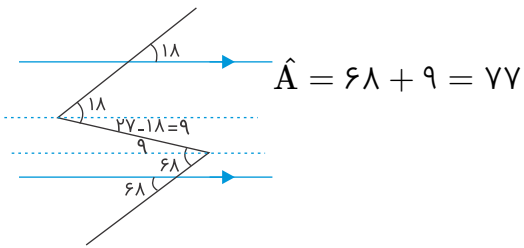
از طرفی  $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$  و  $\overline{AC}$  آن‌ها را قطع می‌کند، پس:

$$\widehat{y} = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ \Rightarrow \widehat{y} - \widehat{x} = 115^\circ - 65^\circ = 50^\circ$$

این دو زاویه مکمل هم هستند.

$$3x - 5 + 2x + 50 = 180$$

$$\Rightarrow 5x + 45 = 180 \Rightarrow 5x = 135 \Rightarrow x = 27$$



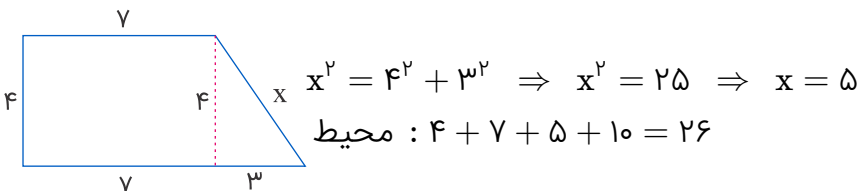
مثلی قائم‌الزاویه است که رابطه فیثاغورس در آن صدق می‌کند.

$$۱) ۳^۲ = ۲^۲ + ۱^۲ \times$$

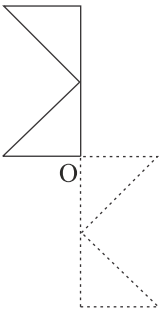
$$۲) \sqrt{۷}^۲ = \sqrt{۵}^۲ + ۲^۲ \times$$

$$۳) ۳^۲ = ۲^۲ + \sqrt{۵}^۲ \checkmark$$

$$۴) \sqrt{۱۴}^۲ = \sqrt{۱۰}^۲ + ۴^۲ \times$$



اگر بتوانیم شکلی را با یک یا چند تبدیل هندسی (تقارن، دوران و انتقال) طوری بر شکل دیگر منطبق کنیم که کاملاً یکدیگر را بپوشانند، می‌توانیم بگوییم که این دو شکل با یکدیگر هم‌نهشت‌اند.



گزینه ۴

۱۸

مجموع هر زاویه داخلی و خارجی ۱۸۰ است.

$$\begin{cases} a + b = 180 \\ a - b = 108 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 144 \\ b = 36 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{360}{36} = 10 \text{ ده ضلعی منتظم}$$

$$\text{مجموع زوایای داخلی} = 1440 = (10 - 2) \times 180$$

گزینه ۲

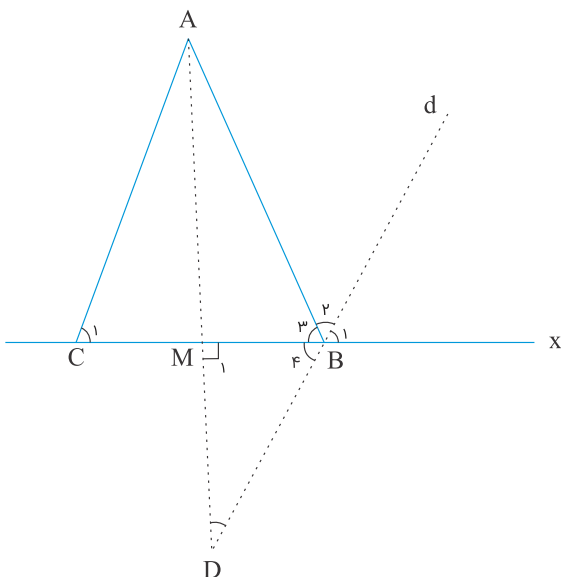
۱۹

شکل (۱): محدب  
 شکل‌های (۲) و (۳): چندضلعی نیستند.  
 شکل (۴): محدب  
 شکل (۵): مقعر  
 پس فقط یک شکل چندضلعی مقعر است.

گزینه ۳

۲۰

نیمساز رأس مثلث متساوی‌الساقین با ارتفاع یکی است. پس:



$$\hat{M}_1 = 90^\circ$$

$$\hat{B}_3 = 64^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 = \frac{180 - 64}{2} = 58^\circ$$

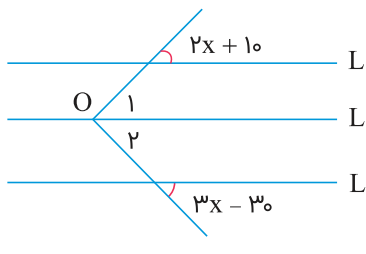
$$\hat{B}_F = 58^\circ$$

$$\hat{D} = 180 - (90 + 58) = 32^\circ$$

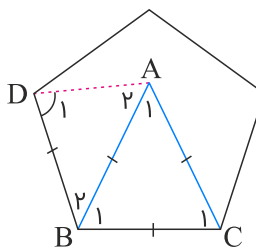
$$\begin{aligned} \text{هر زاویه خارجی} : \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ \xrightarrow{\text{نسبت}} \frac{30^\circ}{150^\circ} = \frac{1}{5} \\ \text{هر زاویه داخلی} : 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ \end{aligned}$$

چندضلعی‌های منتظم به تعداد اضلاع، محور تقارن دارند و چون اضلاع فرد می‌باشد، مرکز تقارن ندارد. متوازی‌الاضلاع نیز مرکز تقارن دارد.

خط  $L_3$  را موازی با  $L_1$  و  $L_2$  رسم می‌کنیم. بر طبق قضیه خطوط موازی و مورب داریم:



$$\begin{aligned} \begin{cases} \hat{O}_1 = 2x + 10^\circ \\ \hat{O}_2 = 3x - 30^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 2x + 10 + 3x - 30 \\ \Rightarrow 3x + 20 = 5x - 20 \Rightarrow 2x = 40 \Rightarrow x = 20 \\ 2x + 10 \xrightarrow{x=20} 2(20) + 10 = 50 \Rightarrow \hat{A}_1 = 180 - 50 = 130^\circ \end{aligned}$$

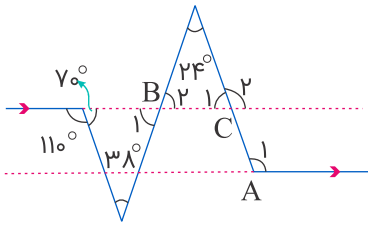


$$\begin{aligned} \text{اندازه هر زاویه داخلی} : \frac{(5-2) \times 180}{5} = 108 \\ \hat{B}_1 = 60 \Rightarrow \hat{B}_2 = 108 - 60 = 48 \\ \text{مثلث ABD متساوی الساقین} : \frac{180 - 48}{2} = \hat{D}_1 \Rightarrow \hat{D}_1 = 66^\circ \end{aligned}$$

اگر از کنار هم قرار دادن چند کاشی در یک رأس بتوان زاویه  $360^\circ$  درجه تشکیل داد، می‌توانیم کاشی‌کاری را با آن کاشی انجام دهیم.

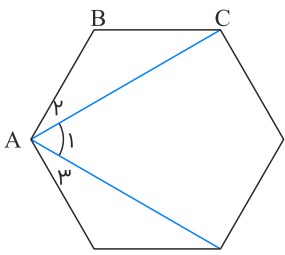
باتوجه به رابطه زیر، در پنج ضلعی منتظم اندازه هر زاویه  $108^\circ$  است که به هیچ حالتی از کنار هم قرار دادن چند پنج ضلعی منتظم  $360^\circ$  درجه تشکیل نمی‌شود، پس با پنج ضلعی منتظم نمی‌توانیم.

$$\frac{(5-2) \times 180}{5} = 108$$



$$\hat{B}_1 = 180 - (38 + 70) = 72 \Rightarrow \hat{B}_y = 72$$

$$\hat{C}_1 = 180 - (72 + 24) = 84 \Rightarrow \hat{C}_y = 180 - 84 = 96 \Rightarrow \hat{A}_1 = 96$$



$$\text{اندازه هر زاویه داخلی شش ضلعی} = \frac{(6-2) \times 180}{6} = 120$$

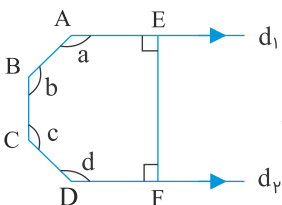
$$\hat{B} = 120 \Rightarrow \hat{A}_y = \widehat{BCA} = \frac{180 - 120}{2} = 30$$

$$\hat{A}_y = 30 \Rightarrow \hat{A}_z = 30$$

$$\hat{A}_1 = 120 - (30 + 30) = 60$$

پاره خط EF را بر خطهای موازی عمود می‌کنیم اکنون یک شش ضلعی به نام ABCDEF داریم. ابتدا مجموع زاویه‌های ۶ ضلعی را به دست می‌آوریم:

$$(n-2) \times 180 \Rightarrow (6-2) \times 180 = 720$$



سپس مجموع  $\hat{E}$  و  $\hat{F}$  را از آن کم می‌کنیم.

$$720 - (90 + 90) = 540 \Rightarrow \hat{a} + \hat{b} + \hat{c} + \hat{d} = 540$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$5^2 = 4^2 + AC^2 \Rightarrow AC = 3 \Rightarrow AD = 6$$

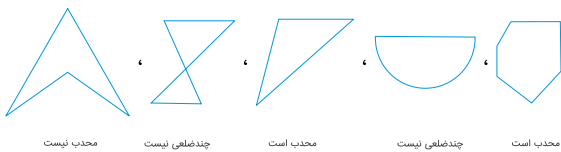
$$ABC \text{ مثلث} : BD^2 = AB^2 + AD^2 \Rightarrow BD^2 = 4^2 + 6^2 \Rightarrow BD^2 = 16 + 36 \Rightarrow BD = \sqrt{52}$$

$$\text{اندازه هر زاویه داخلی} : \frac{(12 - 2) \times 180}{12} = 150$$

$$\text{مجموع زوایای خارجی} : 360$$

$$\Rightarrow 360 - 150 = 210$$

در چندضلعی محدب همه زاویه‌ها کمتر از  $180$  درجه است.

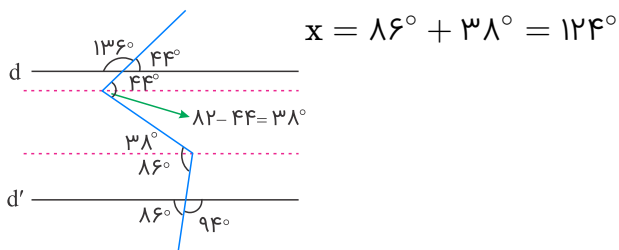


پس دو شکل محدب داریم.

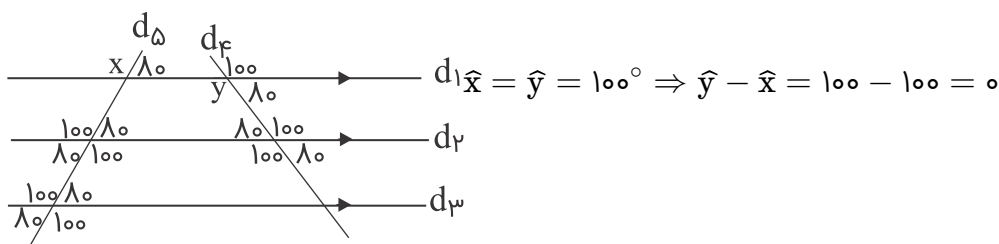
$$\text{فیثاغورس} : x^2 + 13^2 = 15^2 \Rightarrow x^2 = 225 - 169 \Rightarrow x^2 = 56$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{56} \approx 7.5$$

دو خط موازی با  $d$  و  $d'$  رسم می‌کنیم.

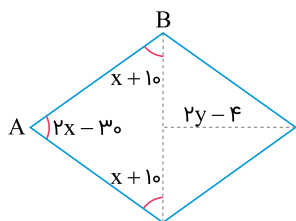


باتوجه به قضیه خطوط موازی و مورب اندازه  $x$  و  $y$  را مطابق شکل به دست می‌آوریم.  
داریم:





$2y - 4$ ، نصف قطر بزرگ است.



$$2y - 4 = \frac{12}{2} \Rightarrow 2y - 4 = 6 \Rightarrow y = 5$$

مثلث  $ABD$  متساوی الساقین است، پس  $\widehat{D} = x + 10$  و مجموع زاویه‌های داخلی مثلث  $180$  درجه است.

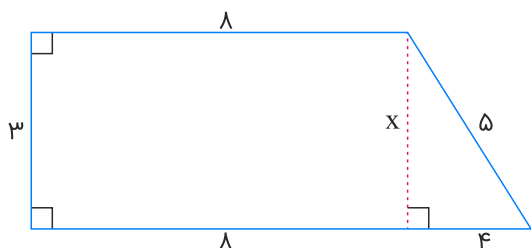
$$2x - 30 + x + 10 + x + 10 = 180 \Rightarrow 4x - 10 = 180$$

$$\Rightarrow 4x = 190 \Rightarrow x = 47/5$$

$$x - y = 47/5 - 5 = 42/5$$

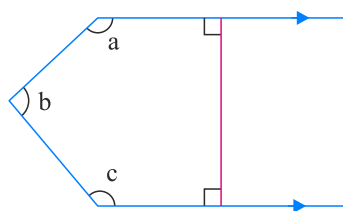
$$5^2 = 4^2 + x^2 \Rightarrow 25 = 16 + x^2$$

$$\Rightarrow 9 = x^2 \Rightarrow x = 3$$



محیط :  $3 + 8 + 5 + 12 = 28$

یک پنج ضلعی به وجود می‌آید.

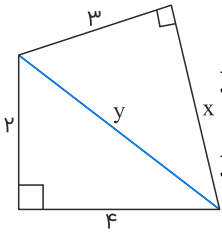


مجموع زاویه‌های ۵ ضلعی :  $(5 - 2) \times 180 = 540^\circ$

دو زاویه  $90$  درجه داریم که باید از  $540$  کم کنیم.

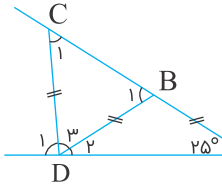
$$a + b + c = 540 - 180 = 360^\circ$$

باید به دنبال زاویه‌های برابر یا مکمل باشیم که  $150$  و  $30$  درجه مکمل هم هستند، پس خطوط  $c$  و  $e$  باهم موازی‌اند.



$$y^2 = 9^2 + x^2 \Rightarrow y^2 = 20 \Rightarrow y = \sqrt{20}$$

$$y^2 = 3^2 + x^2 \xrightarrow{y=\sqrt{20}} \sqrt{20}^2 = 3^2 + x^2 \Rightarrow 20 - 9 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{11}$$

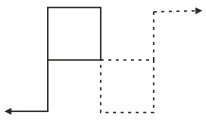


$$\hat{A} = 20^\circ \Rightarrow \hat{D}_2 = 20^\circ$$

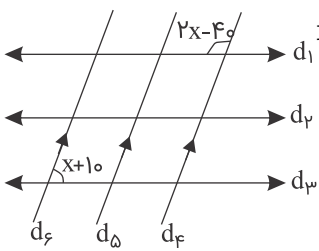
$$\hat{B}_1 = \hat{A} + \hat{D}_2 \Rightarrow \hat{B}_1 = 50^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 = 50^\circ$$

$$\hat{D}_3 = 180 - (50 + 50) = 80^\circ$$

$$\hat{D}_1 = 180 - (80 + 20) = 75^\circ$$



طبق قضیه خطوط موازی و مورب داریم:



$$x + 10 + 2x - 40 = 180^\circ \Rightarrow 3x - 30^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 3x = 180^\circ + 30^\circ = 210^\circ \Rightarrow 3x = 210^\circ \Rightarrow x = 70^\circ$$

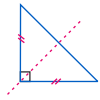
گزینه ۱ صحیح است.

گزینه ۳

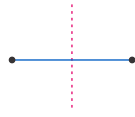
۴۴



(۱)



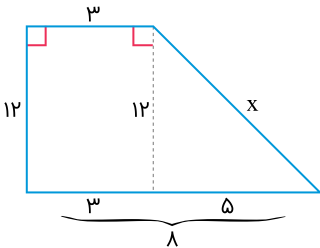
(۲)



(۳)

گزینه ۳

۴۵



$$x^2 = 12^2 + 5^2 \Rightarrow x^2 = 144 + 25$$

$$\Rightarrow x^2 = 169 \Rightarrow x = 13$$

گزینه ۴

۴۶

$$x = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

گزینه ۱

۴۷

$$\text{اندازه هر زاویه داخلی شش ضلعی منتظم: } \frac{(6-2) \times 180}{6} = 120$$

$$\text{اندازه هر زاویه داخلی هشت ضلعی منتظم: } \frac{(8-2) \times 180}{8} = 135$$

پس ۱۵ درجه اضافه می‌شود.

گزینه ۲

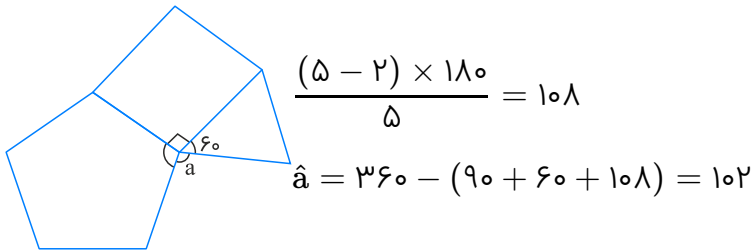
۴۸

مجموع زاویه‌های داخلی:  $(n-2) \times 180$   
مجموع زاویه‌های خارجی همه  $n$  ضلعی‌های محدب:  $360^\circ$

$$(n-2) \times 180 = 2 \times 360 \Rightarrow n-2 = 4 \Rightarrow n = 6$$

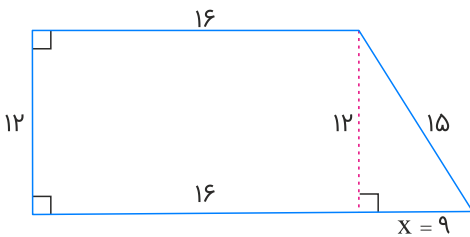
گزینه ۴

۴۹



$$15^2 = 12^2 + x^2 \Rightarrow 225 - 144 = x^2 \Rightarrow x = 9$$

$$\text{محیط: } 12 + 16 + 15 + 9 + 16 = 68$$



می‌دانیم مجموع زوایای خارجی هر چندضلعی برابر با  $360^\circ$  درجه می‌باشد و از آنجایی که در هر  $n$  ضلعی منتظم اندازه ضلع‌ها و زاویه‌های داخلی و خارجی باهم برابر است، داریم:

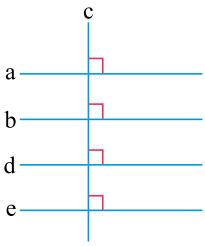
$$360^\circ \text{ خارجی} \Rightarrow \text{اندازه هر زاویه خارجی} = \frac{360}{12} = 30^\circ$$

$$\text{اندازه هر زاویه داخلی} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

$$\text{اختلاف زاویه داخلی و خارجی} = 150^\circ - 30^\circ = 120^\circ$$

$$\begin{cases} \frac{(12-2) \times 180}{12} = 150 \\ \frac{(15-2) \times 180}{15} = 156 \end{cases} \Rightarrow 156 - 150 = 6$$

از رسم استفاده می‌کنیم:



براساس شکل مشخص است که a و e باهم موازی‌اند.

زاویه‌های داده‌شده، مکمل هم هستند.

$$4x - 18 + 2x + 24 = 180 \Rightarrow 6x = 180 - 6 \Rightarrow x = 29$$

گزینه "۱" صحیح است.

$$\text{اندازه هر زاویه خارجی} = 22/5$$

$$\text{تعداد اضلاع} = \frac{360}{22/5} = 16$$

(۱) مرکز تقارن دارد.

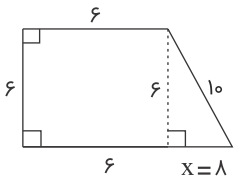
(۲) تعداد خط تقارن ۱۶ تا و تعداد مرکز تقارن ۱ است، پس:  $16 - 1 = 15$

$$\frac{22/5}{157/5} = \frac{1}{7} \quad (3)$$

پس گزینه ۴ نادرست است.

$$10^2 = 6^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 100 - 36 \Rightarrow x = 8$$

$$\text{محیط} : 6 + 6 + 10 + 6 + 8 = 36$$



گزینه ۲

۵۹

نادرست است؛ زیرا دوزنقه متساوی الساقین یک محور تقارن دارد ولی مرکز تقارن ندارد.

گزینه ۲

۶۰

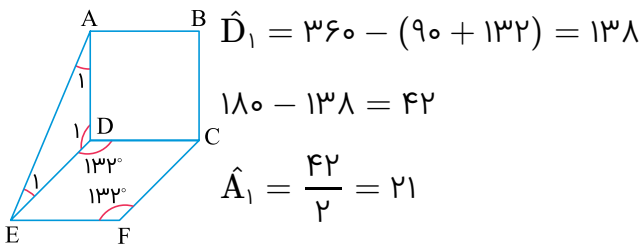
فقط در گزینه "۲" مجذور بزرگترین ضلع با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر برابر است.

$$(\sqrt{13})^2 = 2^2 + 3^2 \Rightarrow 13 = 4 + 9 \Rightarrow 13 = 13$$

گزینه ۲

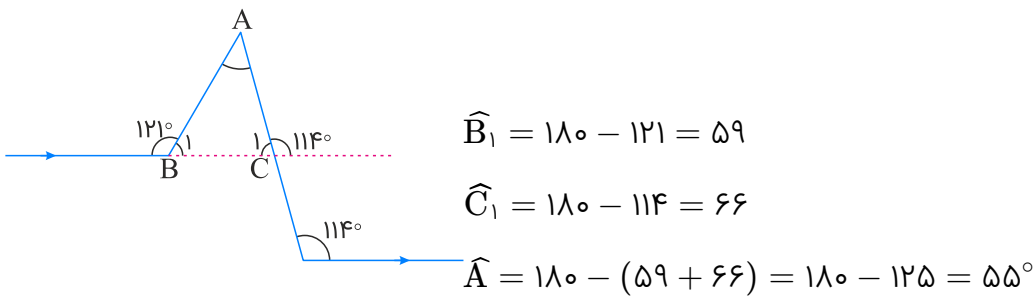
۶۱

چون  $AD = DC$  و  $DE = DC$ ، پس  $AD = DE$  و مثلث  $ADE$  متساوی الساقین است.

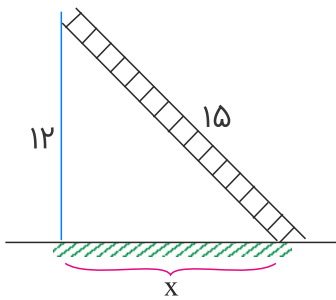


گزینه ۲

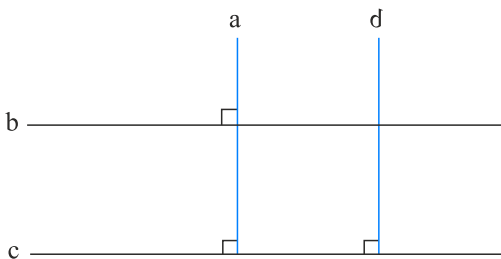
۶۲



$$15^2 = 12^2 + x^2 \Rightarrow 225 - 144 \Rightarrow x = 9$$



بر اساس شکل رسم شده،  $a \parallel c$  نادرست است.



$$AC^2 = 6^2 + 4^2 \Rightarrow AC^2 = 36 + 16 \Rightarrow AC = \sqrt{52}$$

$$CE^2 = 3^2 + \sqrt{3}^2 \Rightarrow CE^2 = 9 + 3 \Rightarrow CE = \sqrt{12}$$

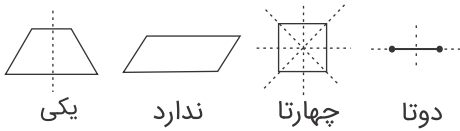
$$AE^2 = CE^2 + AC^2 \Rightarrow AE^2 = 52 + 12 \Rightarrow AE^2 = 64 \Rightarrow AE = 8$$

ابتدا اندازه زاویه  $\hat{F}$  را به دست می‌آوریم.

$$\hat{F} = \frac{(5 - 2) \times 180}{5} = 108^\circ$$

$$\triangle AFB : AF = FB \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B} \Rightarrow \hat{A}_1 = \frac{180 - 108}{2} = 36^\circ$$

$$\hat{F} - \hat{A}_1 = 108 - 36 = 72^\circ$$

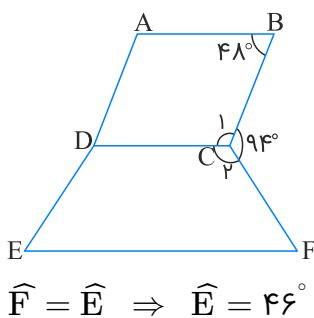


متساوی الاضلاع چون یک چندضلعی منتظم است، دارای مرکز تقارن است.

در متوازی الاضلاع و لوزی قطرها همیشه برابر نیستند. پس ۳ شکل این گونه است.

اعدادی قابل قبول هستند که در رابطه فیثاغورس صدق کنند.

- ۱)  $۳^۲ = ۲^۲ + ۱^۲ \times$
- ۲)  $۳^۲ = \sqrt{۵}^۲ + \sqrt{۲}^۲ \times$
- ۳)  $۴^۲ = ۲^۲ + \sqrt{۱۲}^۲$
- ۴)  $\sqrt{۵}^۲ = \sqrt{۴}^۲ + \sqrt{۳}^۲ \times$



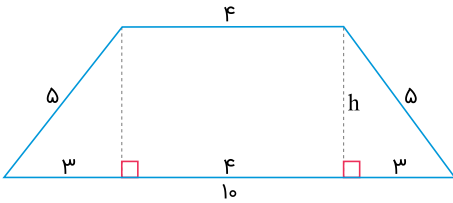
$$\widehat{C}_1 = 180 - 48 = 132$$

$$\widehat{C}_2 = 360 - (94 + 132) = 134^\circ$$

$$\widehat{F} = 180 - 134 = 46^\circ$$

$$\widehat{F} = \widehat{E} \Rightarrow \widehat{E} = 46^\circ$$





$$5^2 = 3^2 + h^2 \Rightarrow h = 4$$

$$\text{مساحت} : \frac{(4 + 10) \times 4}{2} = 28$$

تنها گزینه ۲ صحیح است.

براساس زاویه‌های داده شده متوجه می‌شویم که:

$$AC = DE \Rightarrow 3x - 1 = x + 3 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$AB = DF \Rightarrow 2y - 1 = 7 \Rightarrow 2y = 8 \Rightarrow y = 4$$

$$x + y = 6$$

$$2x + 10 = x + 40 \Rightarrow x = 30$$

$$2x + 10 \xrightarrow{x=30} 70$$

چون زاویه تند ۷۰ درجه است، پس زاویه باز ۱۱۰ درجه است.

$$5y + 25 = 110 \Rightarrow 5y = 85 \Rightarrow y = 17$$