



فصل ۶

مثلث

قُلْ سِيرُوا فِي الْأَرْضِ فَانظُرُوا كَيْفَ بَدَأَ الْخَلْقَ... (سوره عنكبوت، آیه ۲۰)



خداوند در جهان هستی، نشانه‌هایی آفریده، و همواره تفکر و تعقل درباره آنها را از انسان خواسته است.

درس سوم

مثال های هم نهشت





درس سوم: هم نهشتی مثلث ها

برای اینکه نشان دهیم دو مثلث هم نهشت هستند می توانیم از یکی از حالت های زیر استفاده کنیم و لازم نیست برابری تمامی اضلاع و زاویه ها بررسی گردد.
حالت اول: برابری سه ضلع (ض ض ض)

اگر سه ضلع از مثلث اول با اضلاع مثلث دوم دو به دو با هم برابر باشند آن دو مثلث حتما هم نهشت هستند.

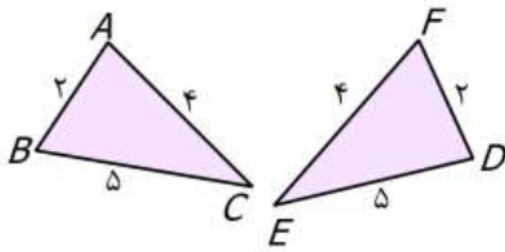
حالت دوم: برابری دو ضلع و زاویه ی بین آن ها (ض ز ض)

اگر دو ضلع از مثلث اول با دو ضلع از مثلث دوم برابر و زاویه ی بین آن دو ضلع در هر دو مثلث برابر باشد، آن دو مثلث حتما هم نهشت هستند.

حالت سوم: برابری دو زاویه و ضلع بین آن ها (ز ز ز)

اگر دو زاویه از مثلث اول با دو زاویه از مثلث دوم برابر و ضلع بین آن دو زاویه در هر دو مثلث برابر باشد، آن دو مثلث حتما هم نهشت هستند.

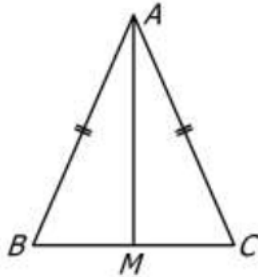
مثال ۱: دو مثلث ABC و DEF هم نهشتند زیرا:



$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{FD} = 2 \\ \overline{AC} = \overline{FE} = 4 \\ \overline{BC} = \overline{ED} = 5 \end{array} \right\} \text{بنا به حالت (ض ض ض)} \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle FDE$$

مثال ۲: مثلث ABC متساوی الساقین و AM میانه ی وارد بر قاعده BC است. چرا دو مثلث ABM و ACM

هم نهشتند؟



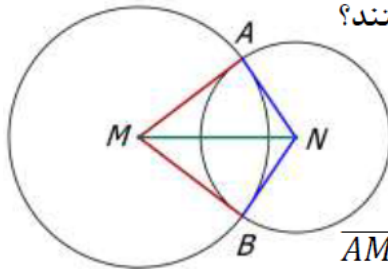
پاسخ:

ابتدا توجه کنیم که میانه قاعده را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند بنابراین داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{AC} \text{ زیرا مثلث متساوی الساقین است} \\ \overline{BM} = \overline{CM} \text{ زیرا } AM \text{ میانه است} \\ \overline{AM} = \overline{AM} \text{ زیرا ضلع مشترک دو مثلث است} \end{array} \right\} \text{بنا به حالت (ض ض ض)} \Rightarrow \triangle ABM \cong \triangle ACM$$



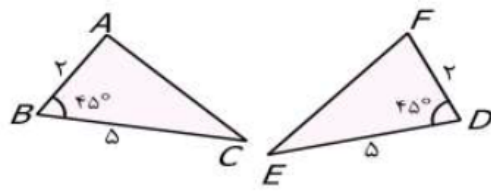
مثال ۳: نقاط M و N مرکز دو دایره هستند. چرا دو مثلث AMN و BMN هم نهشتند؟



پاسخ: دقت کنیم در یک دایره شعاع ها با هم برابرند. بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AM} = \overline{BM} \text{ چون شعاع دایره بزرگ هستند} \\ \overline{AN} = \overline{BN} \text{ چون شعاع دایره کوچک هستند} \\ \overline{MN} = \overline{MN} \text{ چون ضلع مشترک دو مثلث است} \end{array} \right\} \text{بنا به حالت (ض ض ض)} \Rightarrow \triangle AMN \cong \triangle BMN$$

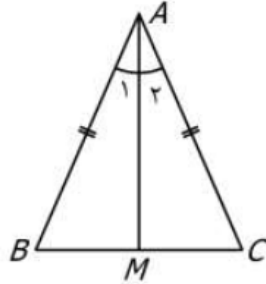
مثال ۱: دو مثلث زیر هم نهشتند زیرا:



$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{FD} = 2 \\ \widehat{B} = \widehat{D} = 45^\circ \\ \overline{BC} = \overline{ED} = 5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{بنا به حالت (ض ض ض)} \\ \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle FDE \end{array}$$



مثال ۲: مثلث ABC متساوی الساقین و AM نیمساز زاویه ی A است. چرا دو مثلث ACM و ABM هم نهشتند؟



هم نهشتند؟

پاسخ:

ابتدا توجه کنیم که نیم ساز زاویه ی A را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند.

بنابراین داریم:

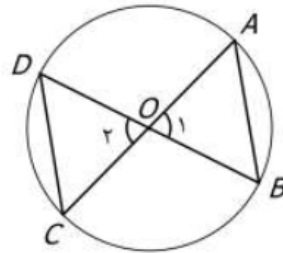
زیرا مثلث متساوی الساقین است $\overline{AB} = \overline{AC}$

زیرا AM نیمساز \widehat{A} است $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$

زیرا ضلع مشترک دو مثلث است $\overline{AM} = \overline{AM}$

بنا به حالت (ض ض ض)

$$\Rightarrow \triangle ABM \cong \triangle ACM$$



مثال ۳: نقطه ی O مرکز دایره و AC و BD قطر های دایره هستند.

چرا دو مثلث OAB و OCD هم نهشتند؟

پاسخ: دقت کنیم به زوایایی مانند دو زاویه ی \widehat{O}_1 و \widehat{O}_2 متقابل به راس می گویند و دو زاویه ی متقابل به راس

همیشه با هم برابرند. بنا براین داریم:

زیرا شعاع دایره هستند $\overline{OB} = \overline{OC}$

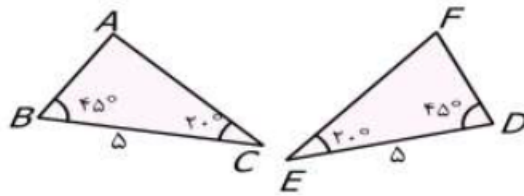
زیرا متقابل به راس هستند $\widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$

زیرا شعاع دایره هستند $\overline{OA} = \overline{OD}$

بنا به حالت (ض ض ض)

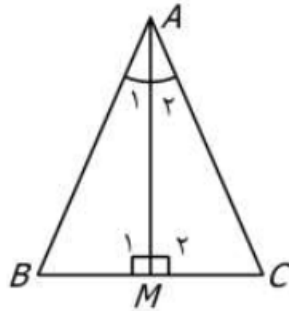
$$\Rightarrow \triangle OAB \cong \triangle ODC$$

مثال ۱: دو مثلث زیر هم نهشتند زیرا :



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{B} = \widehat{D} = 45^\circ \\ \overline{BC} = \overline{ED} = 5 \\ \widehat{C} = \widehat{E} = 20^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{بنا به حالت (ز ض ز)} \\ \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle FDE \end{array}$$

مثال ۲: در مثلث ABC پاره خط AM نیمساز زاویه ی A و بر BC عمود است. چرا دو مثلث ACM و ABM هم نهشتند؟



هم نهشتند؟

پاسخ:

ابتدا توجه کنیم که نیم ساز AM زاویه ی A را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند

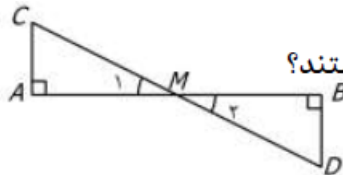
و چون بر قاعده ی BC عمود است زوایای \widehat{M}_1 و \widehat{M}_2 قائمه هستند.

بنابراین داریم:

$$\widehat{M}_1 = \widehat{M}_2 = 90^\circ \text{ زیرا } AM \text{ بر } BC \text{ عمود است}$$

$$\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \text{ زیرا } AM \text{ نیمساز } \widehat{A} \text{ است} \Rightarrow \triangle ABM \cong \triangle ACM$$

$$\overline{AM} = \overline{AM} \text{ زیرا ضلع مشترک دو مثلث است}$$



مثال ۳: نقطه ی M وسط پاره خط AB است. چرا دو مثلث ACM و BDM هم نهشتند؟

پاسخ:

$$\widehat{M}_1 = \widehat{M}_2 \text{ زیرا متقابل به راس هستند} \quad \text{بنا به حالت (ز ض ز)}$$

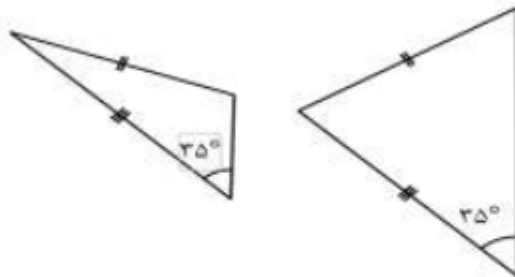
$$\widehat{A} = \widehat{B} = 90^\circ \Rightarrow \triangle ACM \cong \triangle BDM$$

$$\overline{AM} = \overline{MB} \text{ زیرا M وسط پاره خط AB است}$$



نکته: دقت کنیم در این حالت (ض ز ض) زاویه ی مساوی باید حتما بین دو ضلع متناظر قرار داشته باشد.

به این مثال توجه کنید.



در این مثال زاویه ی مساوی در دو مثلث بین اضلاع مساوی قرار ندارد و این دو مثلث هم نهشت نیستند.

نکته: دو مثلث با سه زاویه برابر (ZZZ) همنهشت نیستند.