



## فصل ۶

## مثلث

قُلْ سِيرُوا فِي الْأَرْضِ فَانظُرُوا كَيْفَ بَدَأَ الْخَلْقَ ... (سوره عنكبوت، آیه ۲۰)



خداوند در جهان هستی، نشانه‌هایی آفریده، و همواره تفکر و تعقل درباره آنها را از انسان خواسته است.

## درس چهارم

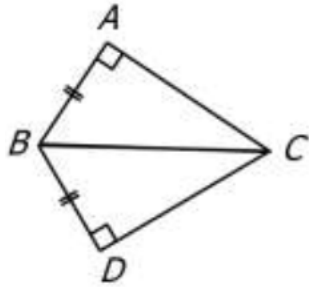
هم نهشتی مثلث های قائم الزاویه



## حالت چهارم: برابری وتر و یک ضلع زاویه قائمه در مثلث قائم الزاویه ( و ض )

دقت کنیم این حالت فقط مخصوص مثلث های قائم الزاویه است.

**مثال ۱:** با توجه به شکل داده شده چرا دو مثلث ABC و DBC هم نهشتند؟ (طبق شکل  $\overline{AB} = \overline{DB}$ )

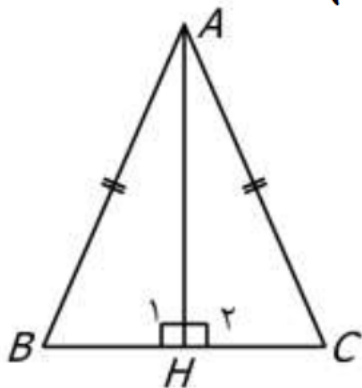


پاسخ: با توجه به این که دو مثلث قائم الزاویه هستند و وتر هر دوی آن ها  $BC$  است داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{D} = 90^\circ \\ \overline{BC} = \overline{BC} \\ \overline{AB} = \overline{DB} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{بنا به حالت ( وتر و یک ضلع )} \\ \Rightarrow \Delta ABC \cong \Delta DBC \end{array}$$



**مثال ۲:** مثلث ABC متساوی الساقین و AH ارتفاع آن است. چرا دو مثلث ABH و ACH هم نهشتند؟



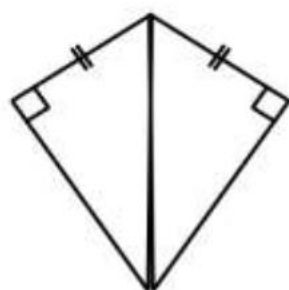
پاسخ:

ابتدا توجه کنیم چون AH ارتفاع است پس دو مثلث ABH و ACH قائم الزویه هستند و

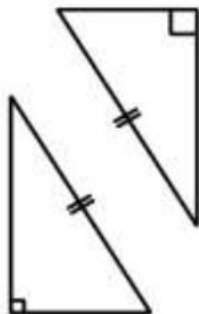
AB و AC در دو مثلث وتر هستند

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{H}_1 = \widehat{H}_2 = 90^\circ \\ \overline{AB} = \overline{AC} \\ \overline{AH} \text{ مشترک دو مثلث است} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{بنا به حالت ( وتر و یک ضلع )} \\ \Rightarrow \Delta ABC \cong \Delta ACH \\ \text{بنابراین داریم:} \end{array}$$

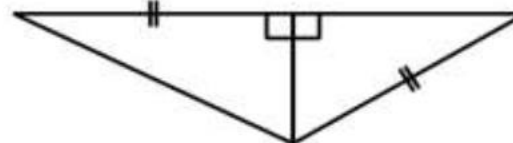
**مثال ۳:** با توجه به اطلاعات داده شده برای هم نهشتی کدام مثلث ها دلایل کافی داریم؟



الف



ب



ج

پاسخ:

الف) دو مثلث وتر مشترک دارند و یک ضلع زاویه ی قائمه در هر دو مثلث با هم برابرند.

بنا بر این به حالت وتر و یک ضلع که برای خلاصه تر شدن به صورت (و ض) نوشته می شود ، هم نهشتند.

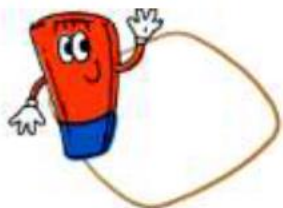
ب) وتر دو مثلث قائم الزاویه در هر دو برابر است ولی در مورد تساوی اضلاع دیگر اطلاعات مساله کافی نیست

پس در این حالت دو مثلث هم نهشت نیستند.

ج) دو مثلث قائم الزاویه هستند و یک ضلع زاویه ی قائمه در هر دو مشترک است ولی اضلاعی که با هم مساوی

هستند و تساوی آن ها با علامت مشخص شده در یکی از مثلث ها وتر و در دیگری ضلع زاویه ی قائمه است.

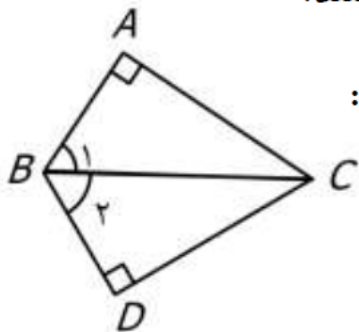
پس دو مثلث هم نهشت نیستند.



## حالت پنجم: برابری وتر و یک زاویه ی تند از مثلث قائم الزاویه (وز)

دقت کنیم این حالت هم مانند حالت قبل فقط مخصوص مثلث های قائم الزاویه است.

**مثال ۱:** در شکل داده شده BC نیمساز زاویه ی B است. چرا دو مثلث ABC و DBC هم نهشتند؟

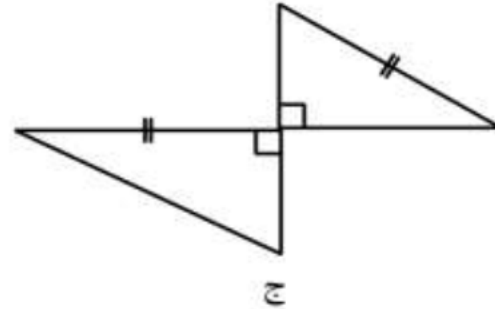
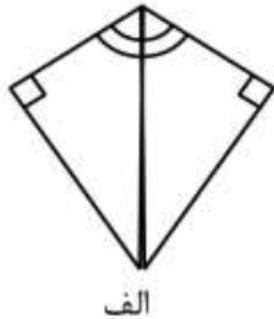


پاسخ: با توجه به این که دو مثلث قائم الزاویه هستند و وتر هر دوی آن ها BC است داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{D} = 90^\circ \\ \overline{BC} = \overline{BC} \\ \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{بنا به حالت ( وتر و یک زاویه ی تند)} \\ \Rightarrow \Delta ABC \cong DBC \end{array}$$



**مثال ۲:** با توجه به اطلاعات داده شده برای هم نهشتی کدام مثلث ها دلایل کافی داریم؟



پاسخ:

الف) دو مثلث وتر مشترک دارند و یک زاویه ی تند در هر دو مثلث با هم برابرند.

بنا بر این به حالت وتر و یک زاویه ی تند دو مثلث هم نهشتند.

ب) یک ضلع و یک زاویه در هر دو مثلث برابرند ولی در مورد تساوی اجزای دیگر اطلاعات مساله کافی نیست

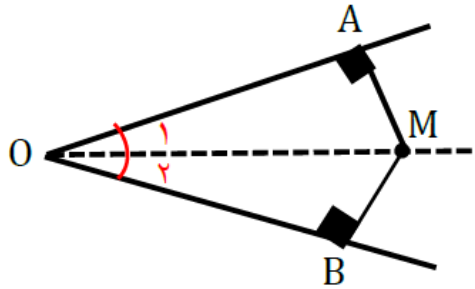
پس در این حالت دو مثلث هم نهشت نیستند.

ج) دو مثلث قائم الزاویه هستند و وترهای دو مثلث برابرند ولی اطلاعات سوال در مورد تساوی دیگر اجزاء کافی

نیست . پس دو مثلث هم نهشت نیستند.

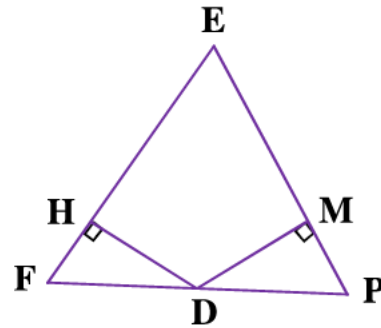


**نکته:** هر نقطه روی نیمساز زاویه از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.



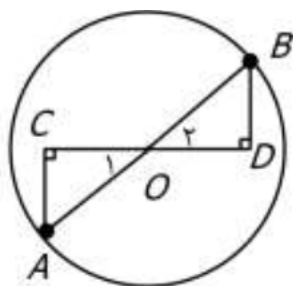
$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ (نیمساز } OM) \\ \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \text{ درجه} \\ OM = OM = \text{ضلع مشترک} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \triangle OAM \cong \triangle OBM \\ \text{(وز)} \end{array} \Rightarrow MA = MB \text{ (اجزای متناظر)}$$

**مثال:** مثلث EFP متساوی الاضلاع و نقطه D وسط FP است چرا دو مثلث FHD و DPM هم نهشت اند؟



$$\left. \begin{array}{l} \overline{FD} = \overline{DP} \text{ (D وسط FP)} \\ \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ \text{ (مثلث متساوی الاضلاع)} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \triangle FHD \cong \triangle DMP \\ \text{وتر و یک زاویه تند} \end{array}$$



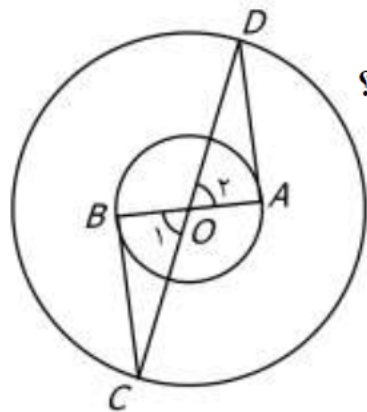


**تمرین ۱:** در شکل مقابل قطر دایره است. چرا دو مثلث  $OAC$  و  $OBD$  هم نهشتند؟

پاسخ:

دقت کنیم  $OA$  و  $OB$  شعاع دایره و وترهای این دو مثلث قائم الزاویه هستند پس برای نشان دادن هم نهشتی دو مثلث از حالت‌های مخصوص مثلث قائم الزاویه با داشتن وتر

$$\left. \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \overline{OA} = \overline{OB} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{بنا به حالت ( وتر و یک زاویه ی تند)} \\ \Rightarrow \Delta OAC \cong \Delta OBD \end{array} \quad \text{مساوی استفاده می کنیم. داریم:}$$



**تمرین ۲:** دو دایره ی داده شده هم مرکز هستند و چرا دو مثلث  $OBC$  و  $OAD$  هم نهشتند؟

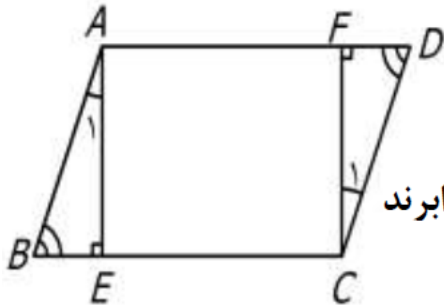
پاسخ:

دقت کنیم  $OB$  و  $OA$  شعاع های دایره ی کوچک و  $OC$  و  $OD$  شعاع های

دایره ی بزرگ هستند و دو زاویه ی  $O$  متقابل به راس هستند. بنا بر این داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{OC} = \overline{OD} \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \overline{OB} = \overline{OA} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{بنا به حالت ( ض ض ض )} \\ \Rightarrow \Delta OBC \cong \Delta OAD \end{array}$$

**تمرین ۳:** چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع و AE و CF بر قاعده های آن عمودند.



الف) چرا دو مثلث ABE و CDF هم نهشتند؟

**پاسخ:** می دانیم در هر متوازی الاضلاع اضلاع و زاویه های رو به رو به دو به دو با هم برابرند از طرفی دو مثلث قائم الزاویه و AB و CD وترهای آن هستند. پس داریم:



$$\left. \begin{array}{l} \hat{E} = \hat{F} = 90^\circ \\ \overline{AB} = \overline{CD} : \text{وتر} \\ \hat{B} = \hat{D} : \text{دو زاویه تند} \end{array} \right\}$$

بنا به حالت ( وتر و یک زاویه ی تند )  
 $\Rightarrow \triangle ABE \cong \triangle CDF$

ب) با توجه به قسمت الف و هم نهشتی دو مثلث تساوی های زیر را کامل کنید.

$$\overline{AE} = \underline{\underline{\overline{FC}}} \qquad \overline{FD} = \underline{\underline{\overline{BE}}} \qquad \hat{A}_1 = \underline{\underline{\hat{C}_1}}$$