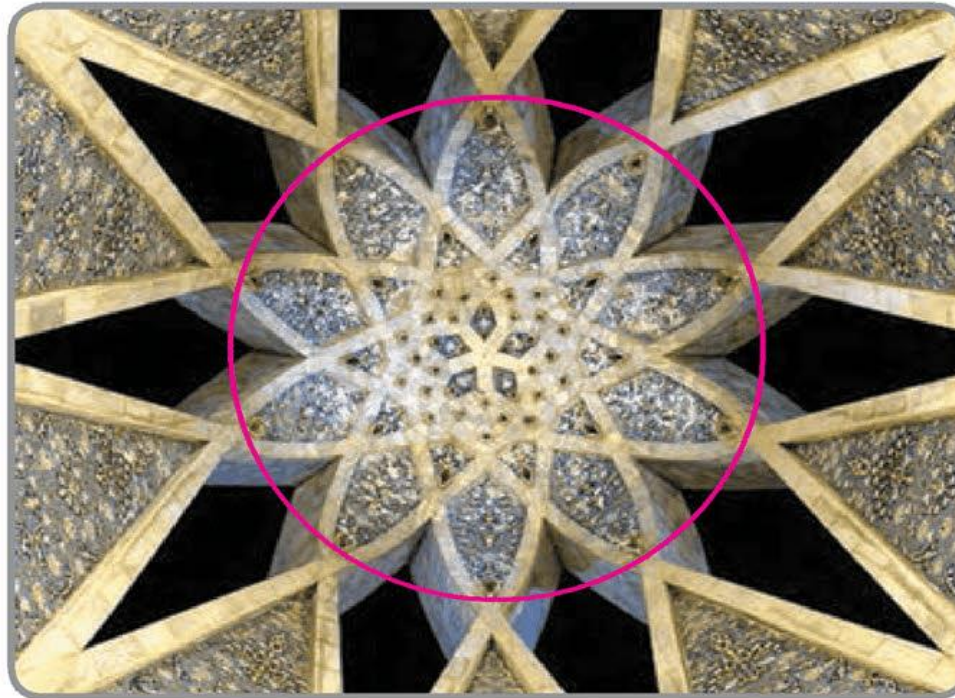


# دایره

## فصل ۹



زاویه‌های محاطی و مرکزی و ارتباط آنها با کمان‌ها در دایره، کاربرد بسیاری در طراحی نقش فرش‌ها و دیگر صنایع دستی و معماری دارد.

در تصویر بالا نمای داخلی سقف آرامگاه حکیم خیام نیشابوری را مشاهده می‌کنید. خیام، فیلسوف، ریاضی‌دان، ستاره‌شناس و رباعی‌سرای ایرانی قرن پنجم هجری شمسی است. یکی از برجسته‌ترین کارهای وی اصلاح گاهشماری ایران در زمان وزارت خواجه نظام الملک در دوره سلجوقی است.

درس اول

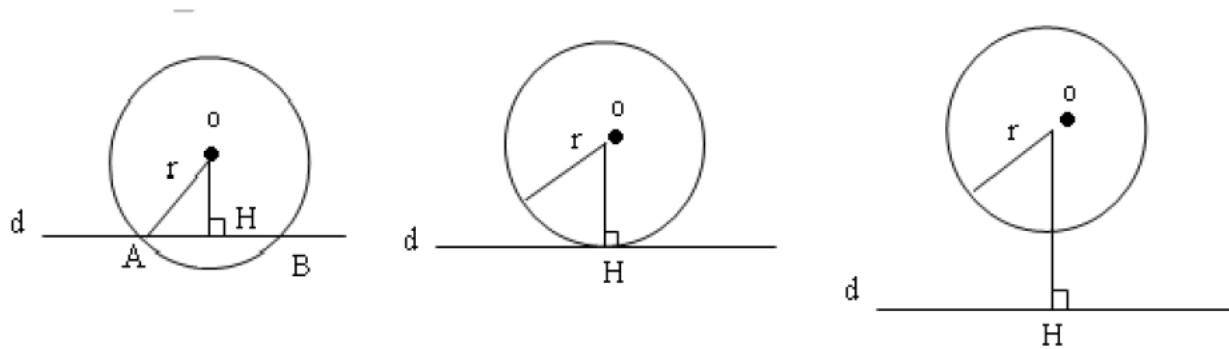
خط و دایره



**دایره:** مکان هندسی تمام نقاطی از صفحه است که از یک نقطه به نام مرکز دایره به یک فاصله است . این فاصله شعاع دایره نامیده می شود.

**نکته:** فاصله یک نقطه از یک خط (کوتاه ترین فاصله) طول پاره خطی است که از آن نقطه بر خط عمود می شود.

### وضعیت خط و دایره



<p>(۱) خط از داخل دایره می گذرد.</p> <p>(۲) <math>OH &lt; r</math></p> <p>(۳) خط و دایره دو نقطه مشترک دارند.</p>	<p>(۱) خط بر دایره مماس است.</p> <p>(۲) <math>OH = r</math></p> <p>(۳) خط و دایره یک نقطه مشترک دارند.</p>	<p>(۱) خط خارج از دایره است.</p> <p>(۲) <math>OH &gt; r</math></p> <p>(۳) خط و دایره هیچ نقطه مشترکی ندارند.</p>
---	--	--

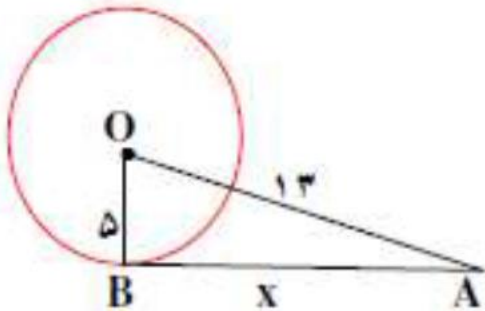
مثال) در شکل زیر  $AB$  بر دایره مماس است. مقدار  $x$  را به دست آورید؟

مثلث  $AOB$  قائم الزویه است  $\Rightarrow OB \perp AB$

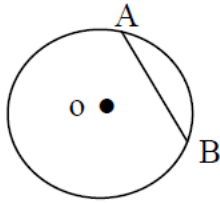
$$13^2 = x^2 + 5^2$$

$$169 = x^2 + 25$$

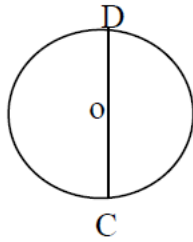
$$x^2 = 169 - 25 = 144 \Rightarrow x = \sqrt{144} = 12$$



**تذکره ۱:** شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است.



**تذکره ۲:** وتر دایره، پاره خطی است که دو سر یک کمان را به هم وصل می کند.

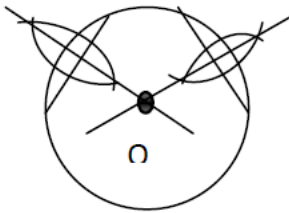


**تذکره ۳:** بزرگترین وتر دایره، قطر دایره است که از مرکز آن می گذرد

و دایره را به دو کمان مساوی  $180^\circ$  درجه تقسیم می کند.

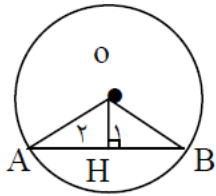
$$\overline{CD} \text{ وتر} = \text{قطر دایره}$$

**تعیین مرکز دایره:** دو وتر غیرموازی رسم کرده و سپس عمود منصف هر دو وتر را رسم می کنیم. محل



برخورد دو عمود منصف مرکز دایره است (O مرکز دایره است).

**سوال ۱:** نشان دهید اگر خطی از مرکز دایره بر وتر عمود شود، آن را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند



(O مرکز دایره است).

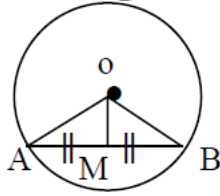
به حالت وتر و یک ضلع (شعاع دایره) فرض مسئله  $\overline{OA} = \overline{OB}$   $\Delta AOH \cong \Delta BOH$   
 ضلع مشترک  $\overline{OH} = \overline{OH}$  استدلال

بنابراین  $AH = HB$  ←

نتیجه: اگر خطی از مرکز دایره بر وتر عمود شود، آن را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند.

$$\widehat{H}_1 = \widehat{H}_2 = 90 \rightarrow \overline{AH} = \overline{HB}$$

**سوال ۲:** نشان دهید اگر خطی از مرکز دایره به وسط وتر رسم کنیم بر آن وتر عمود می شود (O مرکز دایره است).



$$\widehat{O\hat{A}} = \widehat{O\hat{B}} \text{ شعاع دایره} \quad \text{و} \quad \widehat{M_1} = \widehat{M_2} = 90$$

$$\overline{AM} = \overline{MB}$$

$$\overline{OA} = \overline{OB} \text{ (شعاع دایره) فرض مسئله}$$

به حالت (ض ض ض)

$$\Delta AOM \cong \Delta BOM$$

استدلال

$$\overline{OM} = \overline{OM} \text{ ضلع مشترک}$$

$$\overline{AM} = \overline{MB} \text{ فرض مسئله}$$

$$M_1 = M_2 = 90 \leftarrow \text{بنابراین}$$

نتیجه: اگر خطی از مرکز دایره به وسط یک وتر رسم کنیم، بر آن وتر عمود می شود.

$$\overline{AM} = \overline{MB} \rightarrow M_1 = M_2 = 90$$

و در آخر از دو سوال بالا نتیجه می گیریم:

فاصله مرکز دایره از وتر، طول پاره خطی است که از مرکز دایره بر وتر عمود شده و آن را نصف می کند.

نکته: از هر نقطه خارج از دایره، دو مماس می توان بر دایره رسم کرد که طول هر دو مماس با هم برابر است.

