

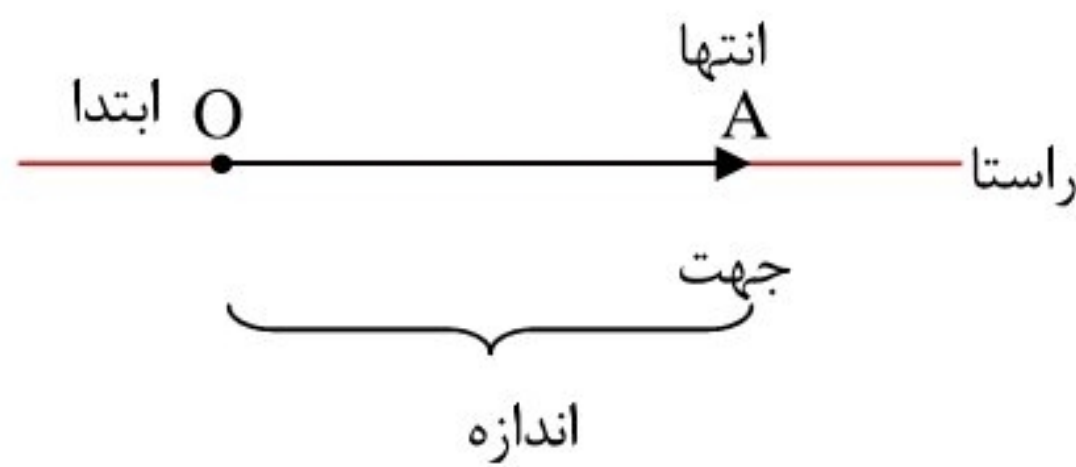
فصل ۸

بردار و مختصات

* بردار :

بردار پاره خط جهت داری است که نشان دهنده ی حرکت از یک نقطه به نقطه ی دیگر است.

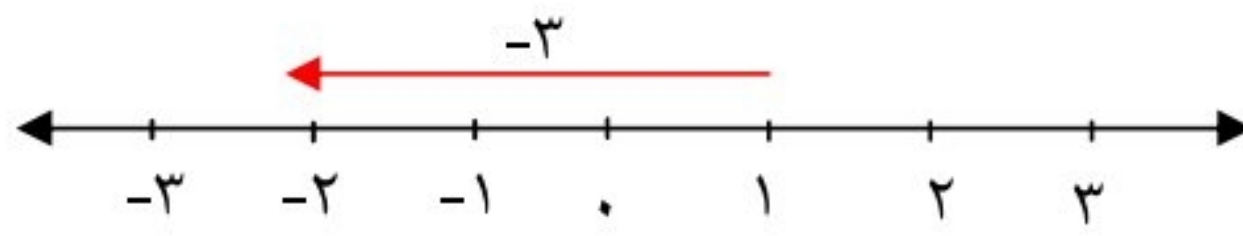
مثال : بردار OA را به صورت $\overrightarrow{OA}$ نشان می دهیم.



* جمع متناظر با بردار :

عدد انتهای بردار = عدد بردار + عدد ابتدای بردار

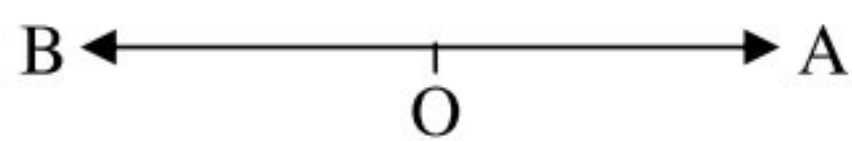
مثال : $(+1) + (-3) = -2$



* دو بردار قرینه :

دو بردار را قرینه گویند هرگاه هم راستا و هم اندازه بوده ولی جهت آن ها مخالف هم باشند.

مثال : $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$ قرینه یکدیگرند.



$\overrightarrow{MN}$ و $\overrightarrow{HD}$ قرینه یکدیگرند.



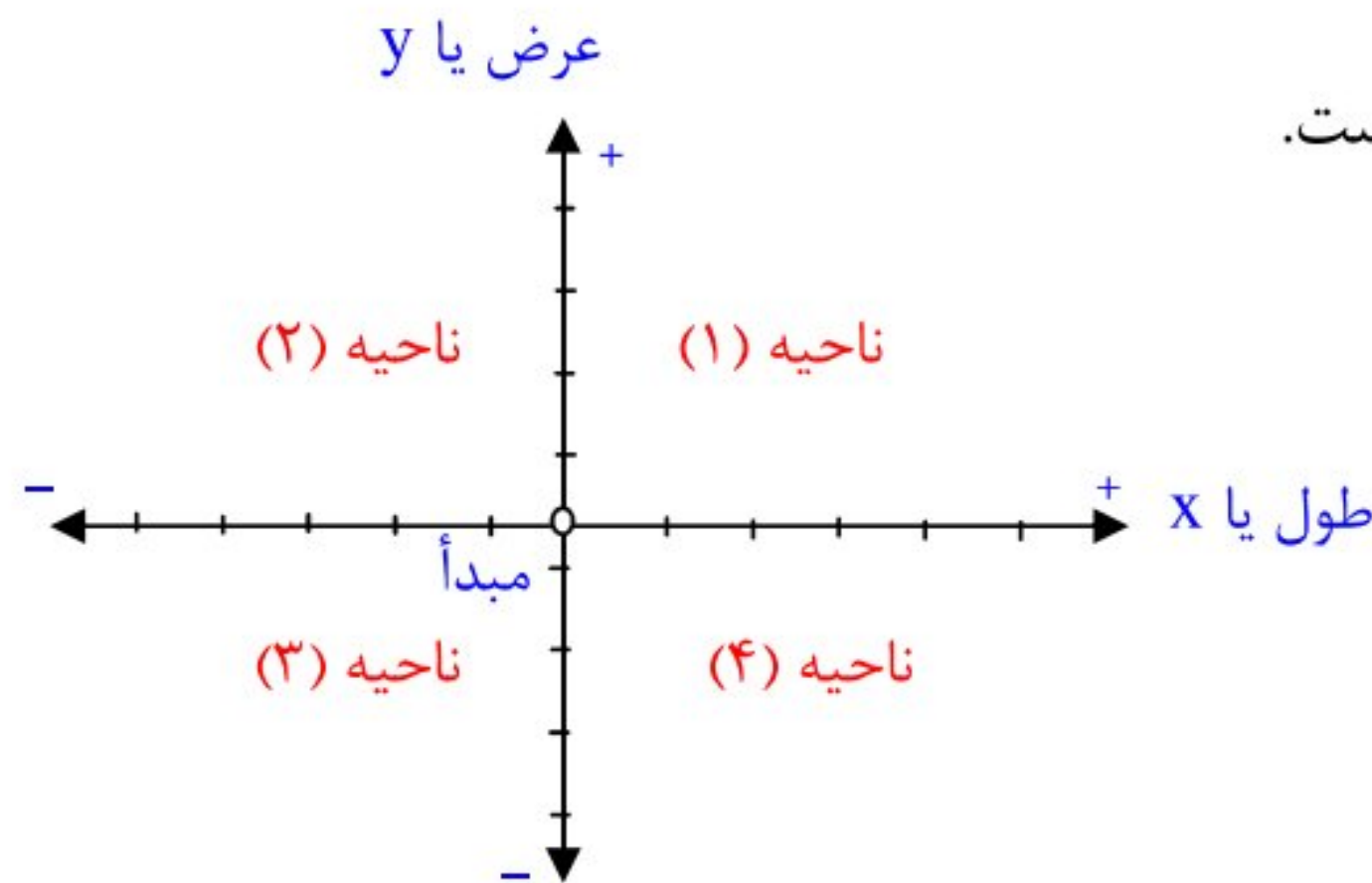
دو بردار مساوی :

دو بردار را مساوی گویند هرگاه هم راستا، هم اندازه و هم جهت باشند.

مثال : بردارهای زیر همگی با هم مساوی اند.



* دستگاه محورهای مختصات :



- این دستگاه از دو محور عمود بر هم تشکیل شده است.

- محور افقی را محور طول یا x گویند.

- محور عمودی را محور عرض یا y گویند.

- دستگاه صفحه را به ۴ قسمت (ناحیه) یا ربع تقسیم می کند که از بالا سمت راست، خلاف

حرکت عقربه های ساعت شماره گذاری می شوند.

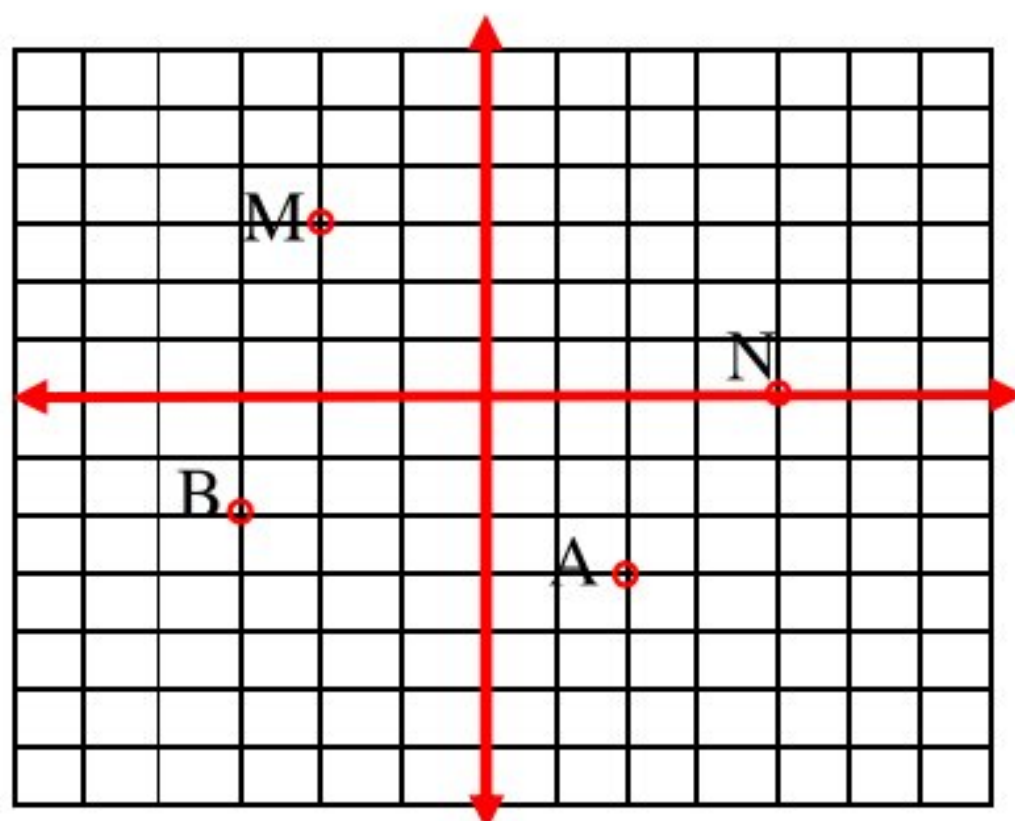
نمایش نقطه روی محورهای مختصات :

ابتدا طول نقطه را روی محور طول ها و بعد عرض نقطه را روی محور عرض ها مشخص می کنیم

سپس از این دو نقطه دو خط موازی محورها رسم می کنیم، محل برخورد این دو خط جای نقطه را

مشخص می کند. $\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \text{طول} \\ \text{عرض} \end{bmatrix}$

مثال : الف) نقاط $A = \begin{bmatrix} +2 \\ -3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}$ را روی محور مختصات نشان دهید.



ب) مختصات نقطه های M, N را بنویسید.

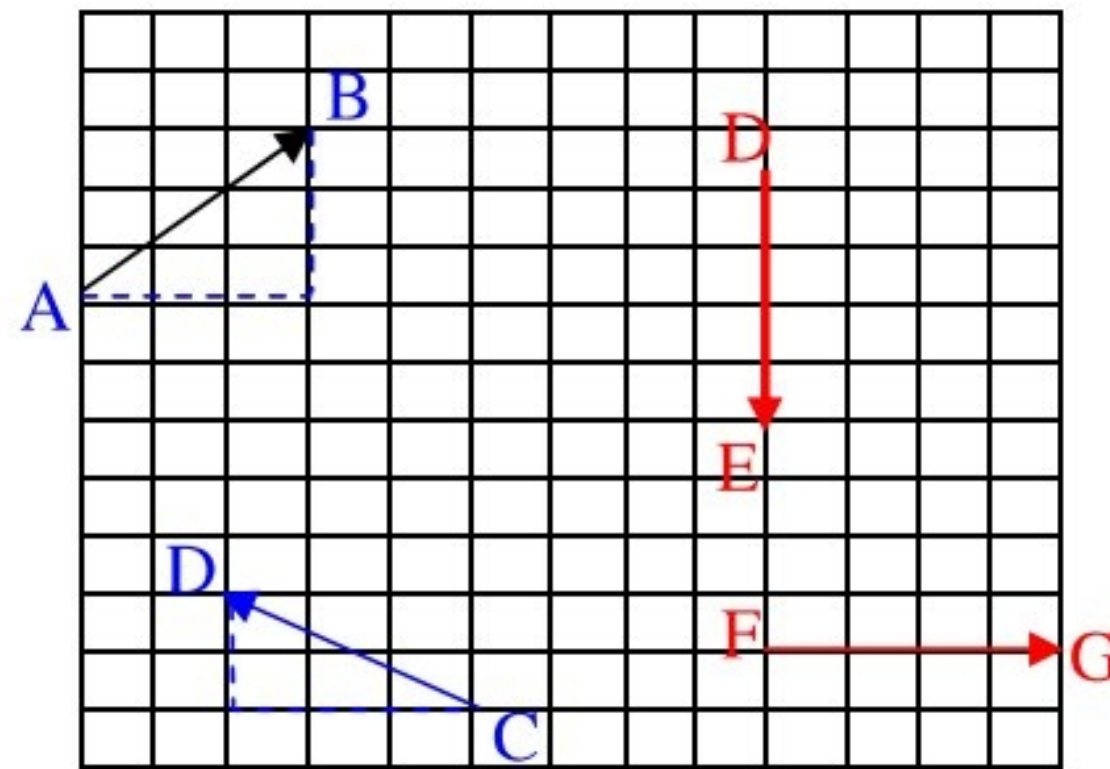
$$M = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad N = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

نکته : اگر نقطه ای روی محور طول ها باشد، عرض آن صفر و اگر روی محور عرض ها باشد، طول

آن صفر است.

مختصات بردار: برای به دست آوردن مختصات هر بردار، از ابتدای بردار حرکت افقی و سپس حرکت عمودی را می‌شماریم. (مثلاً قائم الزاویه ای درست می‌شود). جهت حرکت، علامت بردار را مشخص می‌کند و اندازه‌ی حرکت، عدد بردار را تعیین می‌کند.

مثال:



$$\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} +3 \\ +3 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{CD} = \begin{bmatrix} -3 \\ +2 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{DE} = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{FG} = \begin{bmatrix} +3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

* اگر بخواهیم جمع متناظر با بردار $\overrightarrow{AB}$ را بنویسیم، از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

مختصات انتهای بردار = مختصات بردار + مختصات ابتدای بردار

$$\begin{bmatrix} +2 \\ -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \\ +1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} \quad \text{جمع متناظر با } \overrightarrow{AB} \text{ (مثال صفحه قبل):}$$

تذکر (۱): همه‌ی بردارهایی که فقط حرکت افقی دارند، عرض آن‌ها صفر است.

(۲) همه‌ی بردارهایی که فقط حرکت عمودی دارند، طول آن‌ها صفر است.

قرینه‌ی بردار:

* در قرینه‌ی هر بردار نسبت به محور طول‌ها، عرض بردار قرینه می‌شود. $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} a \\ -b \end{bmatrix}$

* در قرینه ی هر بردار نسبت به محور عرض ها، طول بردار قرینه می شود. $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -x \\ y \end{bmatrix}$

* در قرینه هر بردار نسبت به مبدأ مختصات، طول و عرض بردار قرینه می شوند. $\begin{bmatrix} z \\ t \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -z \\ -t \end{bmatrix}$

جمع مختصات ها :

در جمع مختصات ها، طول ها با هم و عرض ها با هم جمع می شوند.

$$\begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m + a \\ n + b \end{bmatrix}$$

مثال : مقدار مجهول را به دست آورید .

$$\begin{bmatrix} x \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 \\ +11 \end{bmatrix}$$

$$x - 5 = -12 \Rightarrow x = -12 + 5 = -7 \Rightarrow x = -7$$

$$-4 + y = 11 \Rightarrow y = 11 + 4 = 15 \Rightarrow y = 15$$

سوال) اشیاء به مختصات $C = [3]$ - $B = [-1, 2]$ و $A = [1, 5, 2]$ ایستاده اند.

قطر A را با بردار $\overrightarrow{BC}$ منتقل کنید و مختصات قطر منتقل شده را بنویسید.

بدون رسم شکل ابتدا مختصات بردار $\overrightarrow{BC}$ را بیابید.

بدون رسم شکل انتقال را انجام دهید.

۲- بردار خواسته شده را رسم کنید.

بردار $\overrightarrow{AB} = [-1, 2]$ ابتدا در $[-1, 2]$

بردار $\overrightarrow{CD} = [3, 5]$ آنها در $[2, 1]$