

# کار در کلاس

۱ درستی عبارت‌های زیر را با  و نادرستی آن‌ها را با  مشخص کنید.

الف  پاره خطی که دو نقطه روی دایره را به هم وصل کند، گمان است.

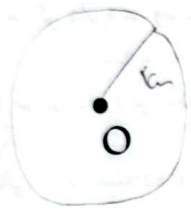
ب  مجموعه نقاطی از صفحه که از یک نقطه‌ی ثابت روی صفحه، فاصله‌ی برابر دارند را دایره می‌گویند.

۲ جاهای خالی زیر را با استفاده از کلمات مناسب کامل کنید.

الف شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس  است.

ب اگر از نقطه‌ای خارج از دایره دو مماس بر دایره رسم کنیم، آن دو مماس با هم  هستند.

۳ مجموعه‌ی نقاطی را پیدا کنید که فاصله هر کدام از نقطه O، برابر ۲ سانتی‌متر باشد.



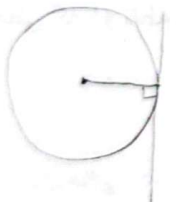
۴ طریقه‌ی پیدا کردن مرکز یک دایره را با رسم شکل توضیح دهید.

نقطه‌ی برخورد دو نصف‌های دایره در مرکز است



۵ فاصله‌ی مرکز دایره از خطی برابر شعاع آن دایره است. وضعیت خط و دایره را با رسم شکل توضیح دهید.

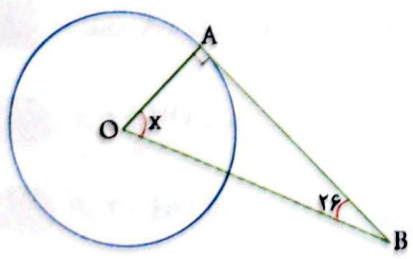
خط مماس است



۶ در شکل مقابل اندازه‌ی زاویه‌ی  $\hat{x}$  را به دست آورید.

(خط AB بر دایره مماس است.)

$$x = 90 - 24 = 66$$



۷ در دایره‌ای به شعاع ۵، دو وتر به طول‌های ۶ و ۸ رسم شده است. کدام وتر به مرکز دایره نزدیک‌تر است؟

در ۸۵، دو وتر در یک دایره نزدیک‌تر است، بزرگتر است، (بزرگتر نزدیک‌تر است)



# پرسش‌های طبقه‌بندی



۱ درستی عبارت‌های زیر را با  و نادرستی آن‌ها را با  مشخص کنید.

الف  قسمتی از محیط دایره را کمان دایره می‌گوییم.

ب  باره‌خطی که دو نقطه درون دایره را به هم وصل کند، وتر نامیده می‌شود.

ب  خطی که از مرکز دایره بر وتری دلخواه عمود شود، آن وتر را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند.

ت  وترى که به مرکز دایره نزدیک‌تر باشد، کوچک‌تر از وترى است که دورتر از مرکز دایره باشد.

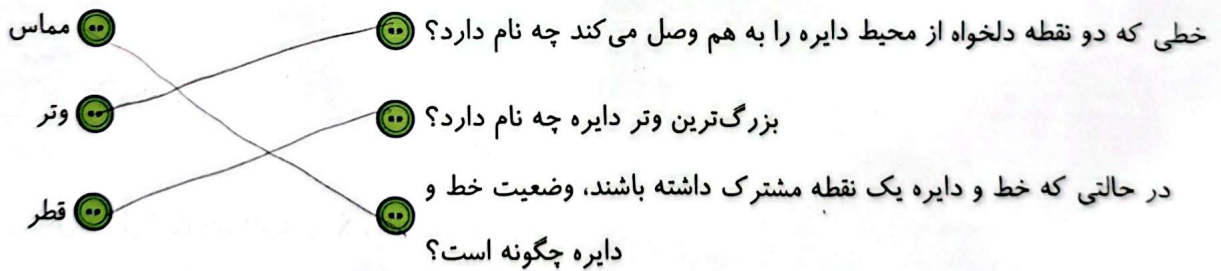
۲ جاهای خالی را با استفاده از کلمات مناسب پر کنید.

الف اگر فاصله‌ی مرکز دایره تا خط  $d$  بزرگ‌تر از شعاع دایره باشد، آن خط و دایره ... نقطه مشترک دارند.

ب هرچه طول وترى از دایره بزرگ‌تر باشد، به مرکز دایره ... است.

ب شعاع عمود بر وتر دایره آن را ... می‌کند.

۳ موارد مرتبط را به هم وصل کنید.



۴ نقطه  $A$  و دایره  $C$  به مرکز  $O$  و شعاع  $r$  مفروض‌اند. جملات زیر را کامل کنید.

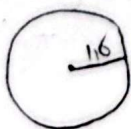
الف اگر  $OH > r$  باشد، پس ...

ب اگر  $OH = r$  باشد، پس ...

پ اگر  $OH < r$  باشد، پس ...

۵ مجموعه نقاطی را پیدا کنید که فاصله هر کدام از نقطه  $O$  برابر  $1/5$  سانتی‌متر باشد.

۰

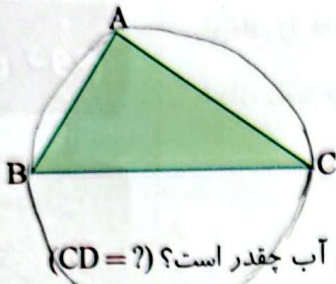


دایره ► فصل نهم

نقطه‌ای را پیدا کنید که فاصله آن از سه رأس A و B و C از مثلث ABC مساوی باشد.

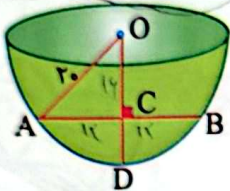
۶

باید ثابت کرد که در دایره  $ABC$  مرکز دایره همان نقطه است که فاصله آن از سه رأس  $A, B, C$  یکسان است.



در کاسه‌ی زیر مقداری آب ریخته‌ایم.  $\overline{AB}$  برابر ۲۴ سانتی‌متر شده است. حداکثر عمق آب چقدر است؟ ( $CD = ?$ )

۷



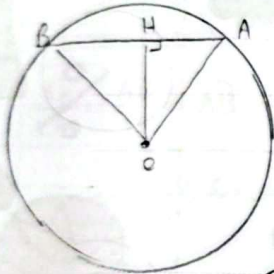
شعاع دایره در دایره آن نصف می‌شود پس  $AC = BC = 14$

$$OA^2 = OC^2 + AC^2 \Rightarrow 14^2 = OC^2 + 14^2 \Rightarrow OC^2 = 14^2 - 14^2 = 0 \Rightarrow OC = 0$$

نقطه آب

ثابت کنید در یک دایره اگر خطی از مرکز دایره بر وتری دلخواه عمود شود، آن وتر را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند.

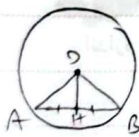
۸



$\left. \begin{array}{l} OA = OB = r \\ OH = OH \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAH \cong \triangle OBH \Rightarrow BH = AH$

ثابت کنید پاره‌خطی که از مرکز دایره به وسط وتر متصل می‌شود، بر آن وتر عمود است.

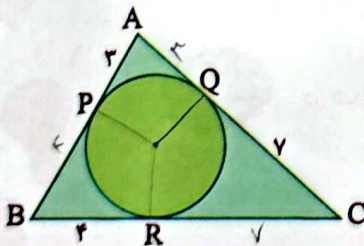
۹



$\left. \begin{array}{l} OA = OB \\ AH = BH \\ OH = OH \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAH \cong \triangle OBH \Rightarrow \hat{H}_1 = \hat{H}_2$ 
 $\hat{H}_1 + \hat{H}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$

در شکل زیر، دایره بر هر سه ضلع مثلث مماس است. محیط مثلث را به دست آورید.

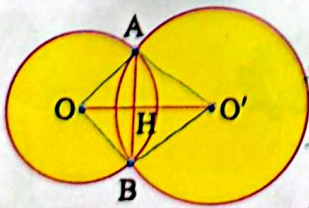
۱۰



$$x + x + x + x + y + y = x + y + z + x + z + y = 2x + 2y + 2z = 2(x + y + z) = 2 \times 19 = 38$$

در شکل زیر، ثابت کنید  $OO'$  عمود منصف  $AB$  است.

۱۱

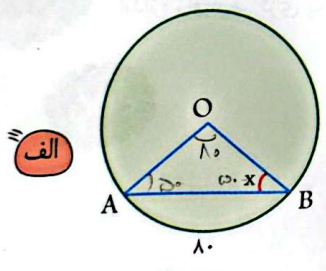
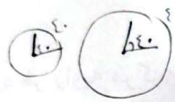


$\left. \begin{array}{l} OA = OB \\ O'A = O'B \\ OO' = OO' \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAO' \cong \triangle OBO' \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$

$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ OH = OH \\ OA = OB \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAH \cong \triangle OBH \Rightarrow AH = BH$ 
 $\hat{H}_1 = \hat{H}_2$   
 $\hat{H}_1 + \hat{H}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$

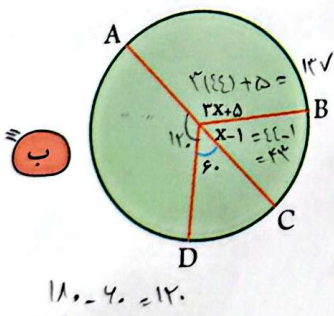
**کار در کلاس**

- ۱ // درستی عبارت‌های زیر را با  و نادرستی آن‌ها را با  مشخص کنید.
- الف // زاویه‌ای که رأس آن روی دایره و اضلاع، وترهای دایره باشند زاویه مرکزی است.
- ب // اگر دایره را به ۶ قسمت مساوی تقسیم کنیم، اندازه‌ی هر کمان ۶۰ درجه است.
- ۲ // جاهای خالی زیر را با عدد یا کلمه‌ی مناسب کامل کنید.
- الف // در هر دایره وترهای برابر کمان‌ها را هم دارند. ؟
- ب // دو کمان با اندازه زاویه‌های مساوی در دو دایره با شعاع‌های متفاوت طول برابر ندارند.....
- ۳ // در هر شکل اندازه‌ی کمان یا زاویه‌ی خواسته شده را به دست آورید.



$$\widehat{OAB} = \frac{110 - (110)}{2} = 0 = 50 \quad \text{OA} = \text{OB} = r$$

$$\widehat{OBA} = 50$$



$$\widehat{AD} = 120$$

$$\widehat{AB} = 137$$

$$\widehat{BC} = 43$$

$$110 - 40 = 120$$

$$110 + 12x + 5 + x - 1 = 340$$

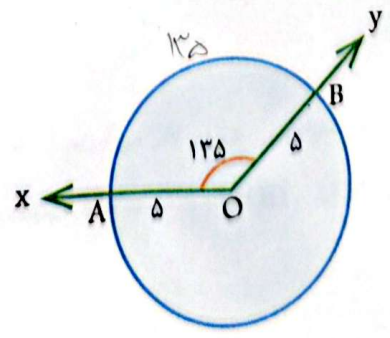
$$4x + 115 = 340$$

$$4x = 225$$

$$x = 56.25$$

۴ // ثابت کنید در یک دایره اگر اندازه دو کمان با هم برابر باشد، اندازه دو وتر نظیر آن‌ها با هم برابرند.

۵ // در شکل زیر طول کمان خواسته شده را به دست آورید.



$$\frac{\text{طول کمان AB}}{\text{شعاع}} = \frac{\text{اندازه کمان}}{360}$$

$$\frac{x}{5} = \frac{135}{360}$$

$$2x = 14x5$$

$$x = 11.75$$

$$360 - 135 = 225$$



# پرسش‌های طبقه‌بندی

درس

۲



۱. درستی عبارت‌های زیر را با  و نادرستی آن‌ها را با  مشخص کنید.

الف  اندازه هر زاویه مرکزی کمان روبه‌رویش است.

ب  فقط یک زاویه مرکزی روبه‌رو به یک کمان وجود دارد.

پ  در هر دایره کمان‌های مساوی دارای وترهای مساوی هستند.

ت  زاویه‌ای که رأس آن روی دایره و اضلاع وترهای دایره باشند، زاویه مرکزی است.

ث  دو کمان با اندازه‌های مساوی ممکن است طول‌های متفاوتی داشته باشند.

۲. جاهای خالی را با استفاده از اعداد یا کلمات مناسب پر کنید.

الف اندازه هر زاویه مرکزی برابر کمان روبه‌رویش است.

ب در یک دایره کمان‌های نظیر وترهای مساوی برابر هستند.

پ اندازه هر زاویه شش ضلعی منتظم  $\frac{4 \times 180}{6} = 120$  درجه است.

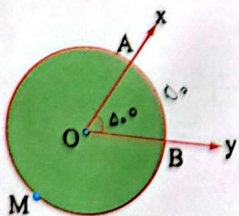
ت اندازه هر زاویه یک پنج ضلعی منتظم  $\frac{3 \times 180}{5} = 108$  درجه است.

۳. موارد مرتبط را به هم وصل کنید.

اگر دایره را به هشت قسمت مساوی تقسیم کنیم، اندازه هر کمان چند درجه است؟  $22.5^\circ$

اگر در یک دایره دو شعاع عمود بر هم را رسم کنیم کمان بزرگ دایره چند درجه است؟  $270^\circ$

اگر قطر دایره را رسم کنیم، اندازه هر کمان چند درجه است؟  $180^\circ$

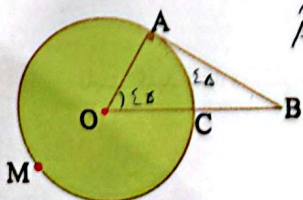


$$\widehat{AB} = \widehat{AOB} = 50^\circ$$

$$\widehat{AMB} = 360^\circ - 50^\circ = 310^\circ$$

۴. در شکل زیر، اندازه کمان‌های  $\widehat{AB}$  و  $\widehat{AMB}$  را به دست آورید.

۵. با توجه به شکل اندازه زوایای B و O را به دست آورید. مثلث ABO چه نوع مثلثی است؟ ( $\widehat{AMC} = 315^\circ$ )



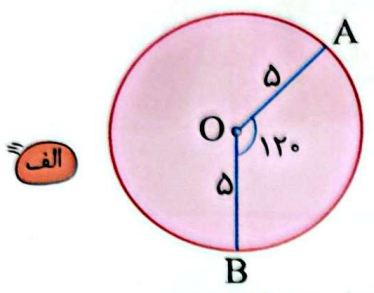
$$\widehat{AC} = 360^\circ - 315^\circ = 45^\circ$$

$$\widehat{A} = 90^\circ$$

$$\widehat{B} = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$$

مثلث ABO قائم الزامی  
مساوی الساقین است

در هر یک از شکل‌های زیر، طول کمان‌های خواسته شده را به دست آورید. ۶



$$\text{طول دایره} = 2\pi r = 2 \times 3.14 \times 5 = 31.4$$

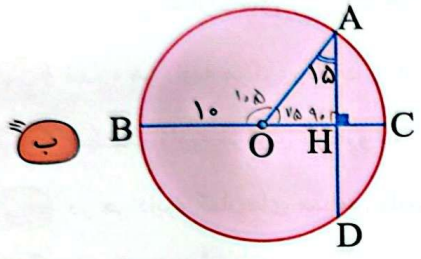
$$\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$$

$$\widehat{AB} = 31.4 \times \frac{1}{3} = 10.47$$

فرمول

$$\frac{\widehat{AB}}{360} = \frac{AB \text{ کمان}}{2\pi r} \Rightarrow \frac{120}{360} = \frac{AB \text{ کمان}}{2 \times 3.14 \times 5}$$

$$AB \text{ کمان} = \frac{120 \times 2 \times 3.14 \times 5}{360} = 10.47$$



$$\text{طول دایره} = 2\pi r = 2 \times 3.14 \times 10 = 62.8$$

$$\frac{15}{90} = \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

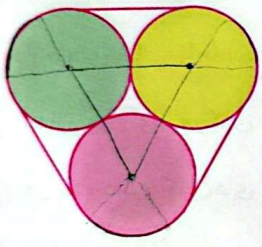
$$\widehat{AB} = 62.8 \times \frac{1}{6} = 10.47$$

فرمول

$$\frac{15}{90} = \frac{AB \text{ کمان}}{2 \times 3.14 \times 10} \Rightarrow$$

$$AB \text{ کمان} = \frac{15 \times 2 \times 3.14 \times 10}{90} = 10.47$$

در شکل زیر، طنابی دور سه دایره کشیده‌ایم تا آن‌ها را کنار هم قرار دهد. اگر شعاع دایره‌ها برابر ۲ سانتی‌متر باشد، طول طناب را حساب کنید. ۷

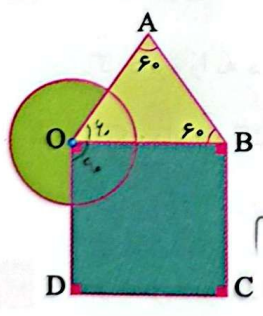


$$\text{طول طناب} = \text{شعاع دایره} + 3 \times \text{نصف قطر}$$

$$\text{طول طناب} = 2 \times 3.14 \times 2 + 3 \times 2 = 24.56$$

«شعاع دایره‌ها با هم برابرند.»

در شکل زیر، اگر مساحت دایره ۲۴ سانتی‌متر مربع و مساحت پنج‌ضلعی ABCDO ۲ برابر ناحیه مشترک دایره و پنج‌ضلعی باشد، مساحت پنج‌ضلعی چقدر است؟ ( $\pi = 3$ ) ۸



$$= \frac{4}{4} \times 24 = 4$$

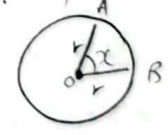
$$\frac{4}{4} \times 24 = 4$$

$$4 + 10 = 14$$

مساحت مشترک

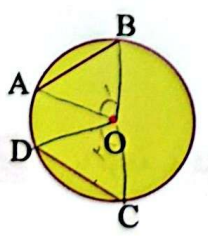
$$\text{مساحت پنج‌ضلعی} = 2 \times 10 = 20$$

مساحت ناحیه مشترک دایره با مربع را با زاویه مرکزی معلوم از این شکل

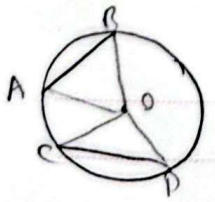


$$\text{مساحت } AOB = \frac{\widehat{AOB}}{360} \times (\text{مساحت دایره}) = \frac{24}{360} \times \pi r^2$$

در شکل زیر،  $\widehat{AB} = \widehat{CD}$  است، نشان دهید  $AB = CD$  خواهد بود. ۹



$$\widehat{AB} = \widehat{CD} \Rightarrow \begin{cases} \angle A_1 = \angle C_1 \\ OA = OC \\ OB = OD \end{cases} \Rightarrow \Delta OAB \cong \Delta ODC \Rightarrow AB = CD$$



ثابت کنید اندازه کمان‌های دو وتر مساوی، برابر است. ۱۰

$$\widehat{AB} = \widehat{CD} \Rightarrow \begin{cases} OA = OC = r \\ OB = OD = r \end{cases} \Rightarrow \Delta OAB \cong \Delta OCD \Rightarrow \angle A_1 = \angle C_1 \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$$