۱ گزینه ۴

مانند معادله:

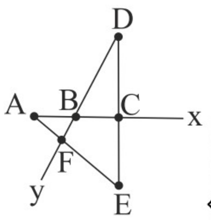
$$BE + AD - ? = BD \Rightarrow BE + AD - BD = ? \Rightarrow BE + AB = AE$$

۲ گزینه ۱

برای بررسی تعداد نیم‌خط‌ها و پاره‌خط‌های موجود روی یک خط فرمول‌هایی هست ولی در شکل زیر خط نداریم پاره‌خط‌ها و نیم‌خط‌ها با شمارش معلوم می‌شوند.

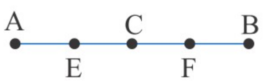
نیم‌خط‌ها: $Ax\ ,\ Bx\ ,\ Cx\ ,\ Dy\ ,\ By\ ,\ Fy$

پاره‌خط‌ها :



$$\begin{cases} AB\ ,\ BC\ ,\ AC \\ BD\ ,\ BF\ ,\ DF \\ DC\ ,\ CE\ ,\ DE \\ AF\ ,\ AE\ ,\ FE \end{cases}$$

۳ گزینه ۱



$$\begin{cases} AF = ...CB \Rightarrow .... = \frac{۳}{۲} \\ AC = ...AB \Rightarrow .... = \frac{۲}{۴} \end{cases} \Rightarrow \frac{۳}{۲} + \frac{۱}{۲} = ۲$$

۴ گزینه ۳

در رابطهٔ $\overline{EF} < \overline{AB}$ به جای $\overline{EF}$ پاره‌خط $\overline{MN}$ را می‌گذاریم و به جای AB، پاره‌خط مساویش یعنی GH را می‌گذاریم.

۵ گزینه ۳

$$\text{تعداد پاره‌خط‌ها} = (\text{تعداد فاصله‌ها} \times \text{تعداد نقاط}) \div ۲ = \frac{n(n-۱)}{۲}$$

$$= (۶ \times ۵) \div ۲ = ۱۵$$

۶ گزینه ۳

$$۲ \times ۴ = ۸$$

۷ گزینه ۳

تعداد پاره‌خط‌های به‌وجودآمده از قرار دادن n نقطه روی یک خط:

$$\frac{n(n-۱)}{۲} = \frac{۸ \times (۸-۱)}{۲} = ۲۸$$

۸ گزینه ۳

$$\left.\begin{matrix} a > b \\ b = c \end{matrix}\right\} \Rightarrow a > c$$

۹ گزینه ۳

باتوجه‌به شکل گزینهٔ ۳ داریم:

$$\overline{AD} + \overline{DC} + \overline{CK} = \overline{KB} + \overline{BF} + \overline{AF} \Rightarrow \overline{AD} + \overline{CK} - \overline{BF} = \overline{KB} + \overline{AF} - \overline{DC}$$

۱۰ گزینه ۴

از تلفیق نامساوی اول و سوم داریم:

$$\left.\begin{matrix} \overline{EF} < \overline{AB} \\ \overline{AB} < \overline{MN} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \overline{EF} < \overline{AB} < \overline{MN} \Rightarrow \overline{EF} < \overline{MN}$$

$$\left.\begin{matrix} \overline{CD} < \overline{MN} \\ \overline{AB} < \overline{MN} \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$ در مورد $\overline{CD}$ و $\overline{AB}$ نمی‌شود نظر داد

هردوی $\overline{CD}$, $\overline{AB}$ از $\overline{MN}$ کوچک‌ترند، اما در مورد مقایسهٔ آن‌ها اطلاعاتی نداریم.

۱۱ گزینه ۳

استفاده از راهبرد حل مسئلهٔ ساده‌تر:

$$\text{۲ نقطه} \Rightarrow \frac{۲ \times (۲-۱)}{۲} = \text{۱ پاره‌خط}$$

$$\text{۳ نقطه} \Rightarrow \frac{۳ \times (۳-۱)}{۲} = \text{۳ پاره‌خط}$$

$$\text{۴ نقطه} \Rightarrow \frac{۴ \times (۴-۱)}{۲} = \text{۶ پاره‌خط}$$

$$\text{۵ نقطه} \Rightarrow \frac{۵ \times (۵-۱)}{۲} = \text{۱۰ پاره‌خط}$$

$$\text{۱۲ نقطه} \Rightarrow \frac{۱۲ \times (۱۲-۱)}{۲} = ۶ \times ۱۱ = ۶۶$$

۶۶ پاره‌خط ایجاد خواهد شد.

۱۲ گزینه ۲

باتوجه‌به شکل داریم:

$$AC = ۲CD \quad , \quad CE = ۳AB$$

۱۳ گزینه ۱

$$\frac{AC}{BC} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{۱}{۵}$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{BC}{AB} = \frac{۴}{۵} \\ \frac{CD}{BC} = \frac{۱}{۴} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{CD}{AB} = \frac{۱}{۵}$$

$$\frac{\frac{CD}{AB}}{\frac{AC}{AB}} = \frac{\frac{۱}{۵}}{\frac{۱}{۵}} = ۱ = \frac{CD}{AC}$$

۱۴ گزینه ۳

شکل را رسم می‌کنیم و سپس نام‌گذاری:

$$\text{پاره‌خط‌ها}:\begin{cases}AB\\BC\\CD\\AC\\AD\\BD\end{cases}\Rightarrow \text{مجموعاً شش پاره‌خط}$$

۱۵ گزینه ۳

در مربع همهٔ اضلاع باهم مساوی‌اند، پس:

$$AB = BC = CD = AD$$

شکل درست گزینه ۱ :

$$AM = \frac{۳}{۴}BC$$

شکل درست گزینه ۲ :

$$BC = \frac{۴}{۳}AM$$

شکل درست گزینه ۴ :

$$MB = \frac{۱}{۴}DC$$

۱۶ گزینه ۲

با استفاده از عبارت‌های $a > c$ و $c > b$ نتیجه می‌شود که $a > b$.

۱۷ گزینه ۳

بررسی گزینه‌ها:

$$۱)\begin{cases} AC = AB + BC = AB + ۳AB = ۴AB \\ CD = ۲AB \end{cases} \Rightarrow AC = ۲CD \quad \checkmark$$

$$۲)\begin{cases} BC = ۳AB \\ CD = ۲AB \end{cases} \Rightarrow BC = \frac{۳}{۲}CD \quad \checkmark$$

$$۳)\ AB + BC = AC \neq AD$$

$$۴)\ AB + CD = AB + ۲AB = ۳AB = BC \quad \checkmark$$

۱۸ گزینه ۳

باتوجه‌به نابرابری‌ها در مثلث، عبارت‌های ۱، ۲ و ۴ به ترتیب در مثلث‌های $A\overset{\Delta}{M}D$، $B\overset{\Delta}{C}D$ و $M\overset{\Delta}{B}D$ درست هستند.

عبارت گزینهٔ "۳" نادرست است.

شکل صحیح عبارت گزینهٔ "۳":

$$MD + BD > MB = DC$$

۱۹ گزینه ۳

بررسی موارد:

الف) نادرست - در مثلث ABC داریم:

$$AC < \overset{\overset{AN}{\uparrow}}{AB} + \underset{\underset{CM}{\downarrow}}{BC}$$

ب) درست

$$\begin{cases} AD = BC & \text{مربع} \\ BC = BM & \text{مثلث متساوی‌الاضلاع} \end{cases} \Rightarrow AD = BM$$

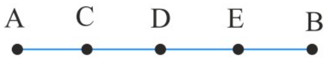
ج) درست

$$\underset{\underset{BN}{\downarrow}}{AB} + \underset{\underset{BM}{\downarrow}}{BC} = BN + BM$$

بنابراین دو مورد درست است.

۲۰ گزینه ۳

شکل موردنظر را رسم می‌کنیم.



$$\begin{cases} \overline{AE} = \frac{۳}{۲}\overline{DB} \\ \overline{CD} = \frac{۱}{۳}\overline{CB} \end{cases} \Rightarrow \frac{۳}{۲} + \frac{۱}{۳} = \frac{۹+۲}{۶} = \frac{۱۱}{۶}$$

۲۱ گزینه ۱

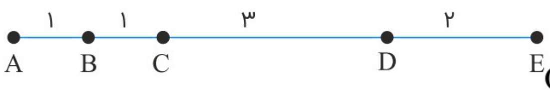
روش اول:

$$\left.\begin{array}{l} CE = CD + DE \\ \frac{CD}{۳} = AB \Rightarrow CD = ۳AB \\ \frac{DE}{۲} = AB \Rightarrow DE = ۲AB \end{array}\right\} \Rightarrow CE = ۳AB + ۲AB = ۵AB$$

$$\left.\begin{array}{l} AD = AB + BC + CD \\ BC = AB \\ CD = ۳AB \end{array}\right\} \Rightarrow AD = AB + AB + ۳AB = ۵AB$$

$$\Rightarrow CE = AD$$

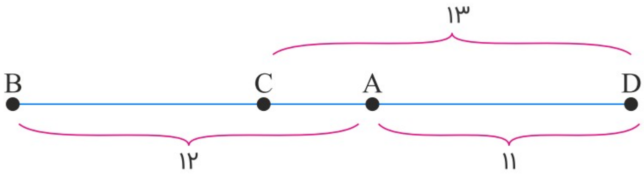
روش دوم: اگر فرض کنیم AB برابر یک باشد مسئله به‌صورت شکل زیر خواهد بود. به راحتی مشخص است که CE و AD باهم برابرند.



$$CE = ۳ + ۲ = ۵$$
$$AD = ۱ + ۱ + ۳ = ۵$$

۲۲ گزینه ۴

از اعداد داده‌شده ترتیب نقاط به شکل زیر است:



پس بیشترین فاصلهٔ دو نقطه مربوط به فاصلهٔ B و D است.

$$\mathrm{BD} = ۱۰ + ۱۳ = ۲۳$$

۲۳ گزینه ۱

$$\frac{\overline{\mathrm{AE}}}{\overline{\mathrm{CD}}} = \frac{۳}{۱}$$

۲۴ گزینه ۱

وقتی ۱۸ نیم‌خط روی یک خط پدید آمده، یعنی ۹ نقطه روی آن وجود داشته است. باتوجه‌به تعداد نقاط، تعداد پاره‌خط‌های روی خط با استفاده از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\text{تعداد نقاط} \times (\text{تعداد نقاط} - ۱)}{۲} = \frac{۹ \times \overbrace{(۹ - ۱)}^{\overset{۴}{\cancel{۸}}}}{\underset{۱}{\cancel{۲}}} = ۳۶$$

۳۶تا پاره‌خط به‌وجود می‌آید.

(برای به دست آوردن رابطه می‌توان از راهبرد الگویابی و حل مسئلهٔ ساده‌تر استفاده کرد.)

۲۵ گزینه ۳

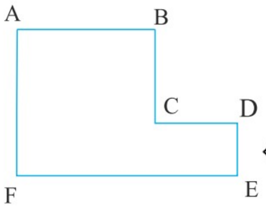
$$\overline{DE} = ۱$$

$$\overline{DE} = \frac{۱}{۲}\overline{CD} \Rightarrow \overline{CD} = ۲$$

$$\overline{DE} = \frac{۱}{۳}\overline{BC} \Rightarrow \overline{BC} = ۳$$

$$\overline{DE} = \frac{۱}{۴}\overline{AB} \Rightarrow \overline{AB} = ۴$$

طبق شکل داریم:



$$\begin{cases} \overline{AF} = \overline{BC} + \overline{DE} = ۳ + ۱ = ۴ \\ \overline{EF} = \overline{AB} + \overline{CD} = ۴ + ۲ = ۶ \end{cases} \Rightarrow ۴ + ۶ = ۱۰$$

۲۶ گزینه ۳

رابطه (۱) $\overline{MN} = \overline{EF}$

رابطه (۲) $\overline{EF} < \overline{AB}$

رابطه (۳) $\overline{GH} = \overline{AB}$

در رابطهٔ ۲ به‌جای $\overline{EF}$ پاره‌خط مساوی‌اش یعنی $\overline{MN}$ را قرار می‌دهیم و به‌جای $\overline{AB}$ پاره‌خط مساوی‌اش یعنی $\overline{GH}$ را قرار می‌دهیم، پس خواهیم داشت $\overline{MN} < \overline{GH}$ که همان رابطهٔ گزینهٔ ۳ است.

۲۷ گزینه ۴

$$\frac{\overline{AG}}{\overline{CF}} + \frac{\overline{BF}}{\overline{EG}} = \frac{۶}{۳} + \frac{۴}{۲} = ۲ + ۲ = ۴$$

۲۸ گزینه ۴

نیم‌خط‌ها: $At\ ,\ Bt\ ,\ Cz\ ,\ Bz\ ,\ Ax\ ,\ Dx\ ,\ Cy\ ,\ Dy$

پاره‌خط‌ها: $\overline{AB}\ ,\ \overline{BC}\ ,\ \overline{CD}\ ,\ \overline{AD}$

تعداد نیم‌خط‌ها: ۸

تعداد پاره‌خط‌ها: ۴

اختلاف آن‌ها: $۸ - ۴ = ۴$

۲۹ گزینه ۴

$$(\overline{AE} - \overline{DE}) = \cdots\cdots (\overline{BD} + \overline{DG}) \Rightarrow \overline{AD} = \cdots\cdots \overline{BG} \Rightarrow \overline{AD} = \frac{۳}{۵}\overline{BG}$$

۳۰ گزینه ۱

در این شکل چهار نیم‌خط به نام‌های Cy , Ey , Dy , Fy وجود دارد.

پاره‌خط‌ها به دو گروه تقسیم می‌شوند:

۱) $\overline{BC}$, $\overline{AB}$, $\overline{AD}$: درمجموع سه پاره‌خط

۲) با نقاط C، E، D و F نیز ۶ پاره‌خط از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\text{تعداد پاره‌خط‌ها} = \frac{n(n-1)}{2} \xrightarrow{n=4} \frac{4(3)}{2} = 6 \qquad \{\overline{CE}\,,\,\overline{CD}\,,\,\overline{CF}\,,\,\overline{ED}\,,\,\overline{EF}\,,\,\overline{DF}\}$$

پس درمجموع ۹ پاره‌خط داریم.

۳۱ گزینه ۴

شکل درست گزینه "۴": $AE - CE = AC$

۳۲ گزینه ۳

مطابق شکل موارد "الف"، "ب"، "د" و "ه" درست هستند و مورد "ج" نادرست است.

۳۳ گزینه ۱

تنها گزینه "۱" درست است. شکل صحیح سایر گزینه‌ها:

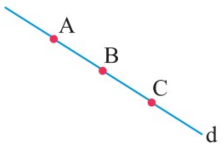
۲) $a > b$

۳) $a > d$

۴) $c < d$

۳۴ گزینه ۳

دلیل نادرستی: ممکن است هر سه نقطه مانند شکل زیر روی یک خط باشد. خط d از نقاط A و B و C گذشته است.



۳۵ گزینه ۳

باتوجه‌به روابط بین اضلاع هر مثلث گزینهٔ "۳" نادرست است و باید داشته باشیم $AC < AD + DC$.

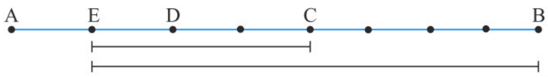
۳۶ گزینه ۱

اندازهٔ هر پاره‌خط را جایگزین می‌کنیم:

$$\frac{AE - CD}{BC + DF} = \frac{۴ - ۱}{۱ + ۲} = \frac{۳}{۳} = ۱$$

۳۷ گزینه ۲

نقاط روی پاره‌خط را کامل می‌کنیم:



$$CE = \frac{۳}{۷}EB$$

۳۸ گزینه ۴

x متمم زاویهٔ $= ۹۰ - x$

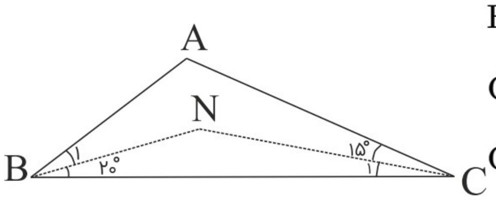
x مکمل زاویهٔ $= ۱۸۰ - x$

تفاضل متمم و مکمل $= (۱۸۰ - x) - (۹۰ - x) = ۷۰ \Rightarrow ۱۸۰ - x - ۹۰ + x = ۷۰ \Rightarrow ۹۰ = ۷۰$ غیرممکن

۳۹ گزینه ۴

در هر n ضلعی مجموع زاویه‌های خارجی ۳۶۰ درجه می‌باشد.

۴۰ گزینه ۲



$\hat{B}$ نیمساز $BN \Rightarrow \hat{B}_۱ = ۲۰^\circ$

$\hat{C}$ نیمساز $CN \Rightarrow \hat{C}_۱ = ۱۵^\circ$

$\hat{C} = \hat{C}_۱ + ۱۵ \Rightarrow \hat{C} = ۱۵ + ۱۵ = ۳۰^\circ$

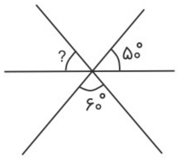
$\hat{B} = \hat{B}_۱ + ۲۰ \Rightarrow \hat{B} = ۲۰ + ۲۰ = ۴۰$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰ \Rightarrow \hat{A} + ۳۰ + ۴۰ = ۱۸۰ \Rightarrow \hat{A} = ۱۸۰ - ۷۰ \Rightarrow \hat{A} = ۱۱۰^\circ$$

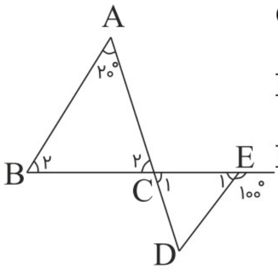
۴۱ گزینه ۴

زاویه‌های ؟ متقابل به رأس و برابرند.

$$۵۰ + ? + ۶۰ = ۱۸۰ \Rightarrow ? = ۷۰^\circ$$



۴۲ گزینه ۴



$CD = DE \Rightarrow$ متساوی‌الساقین $C\overset{\Delta}{D}E \Rightarrow \hat{C}_۱ = \hat{E}_۱$

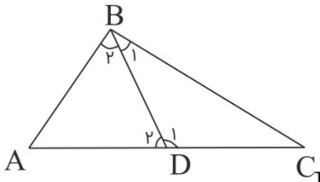
$\hat{E}_۱ = ۱۸۰^\circ - ۱۰۰^\circ = ۸۰^\circ$

$\hat{E}_۱ = \hat{C}_۱ = ۸۰^\circ$

متقابل به رأس $\hat{C}_۱ = \hat{C}_۲ = ۸۰^\circ$

$\hat{B} = ۱۸۰ - (\hat{A} + \hat{C}_۲) = ۱۸۰ - (۲۰ + ۸۰) \Rightarrow \hat{B} = ۱۸۰^\circ - ۱۰۰^\circ = ۸۰^\circ$

۴۳ گزینه ۴



$$\begin{cases} \text{میانه } BD \Rightarrow AD = DC \\ \text{طبق فرض} \Rightarrow BD = DC \end{cases} \Rightarrow AD = BD \quad (۱)$$

$B\overset{\Delta}{D}C$ متساوی الساقین است، درنتیجه: $\hat{B}_۱ = \hat{C}$

$D\overset{\Delta}{B}C = \hat{B}_۱ = ۱۰^\circ = \hat{C}\ ,\ \hat{D}_۱ = ۱۸۰^\circ - (\hat{B}_۱ + \hat{C}) = ۱۸۰^\circ - ۲۰^\circ = ۱۶۰^\circ$

$D_۲ = ۱۸۰ - ۱۶۰ = ۲۰$

طبق رابطه (۱) مثلث $A\overset{\Delta}{B}C$ متساوی الساقین است، درنتیجه:

$AD = BD \Rightarrow \hat{B}_۲ = \hat{A}\ ,\ \hat{D}_۲ = ۲۰$

$\hat{A} + \hat{B}_۲ = ۱۶۰^\circ \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}_۲ = ۸۰^\circ \Rightarrow A\hat{B}C = \hat{B}_۲ + \hat{B}_۱ = ۸۰^\circ + ۱۰^\circ = ۹۰^\circ$

۴۴ گزینه ۴

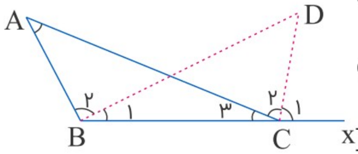
ابتدا مجموع زاویه‌های ۵ ضلعی منتظم را به دست می‌آوریم:

$۳ \times ۱۸۰ = ۵۴۰$

در چندضلعی منتظم تمامی زاویه‌ها برابر هستند.

$$\text{اندازهٔ هر زاویه} = \frac{۵۴۰}{۵} = ۱۰۸^\circ$$

۴۵ گزینه ۴



$$\hat{C}_۱ = ۸۰ \Rightarrow \hat{C}_۲ = ۸۰$$

$$\hat{C}_۳ = ۱۸۰ - ۱۶۰ = ۲۰^\circ$$

$$\hat{B} = ۱۸۰^\circ - (۲۰ + ۴۰) = ۱۲۰^\circ$$

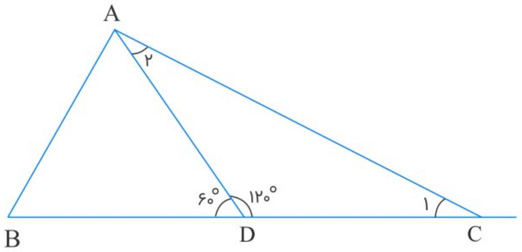
$$\hat{B}_۱ = ۶۰^\circ$$

$$\overset{\Delta}{BDC} \Rightarrow \hat{B}_۱ = ۶۰^\circ \ , \ \hat{C}_۲ + \hat{C}_۳ = ۱۰۰^\circ \Rightarrow \hat{D} = ۱۸۰^\circ - ۱۶۰^\circ = ۲۰^\circ$$

۴۶ گزینه ۲

گزینهٔ ۲ صحیح است.

۴۷ گزینه ۲



مثلث $\overset{\Delta}{ABD} \Rightarrow \widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{D}_۱ = ۶۰^\circ$

$$\widehat{D}_۲ = ۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ = ۱۲۰^\circ$$

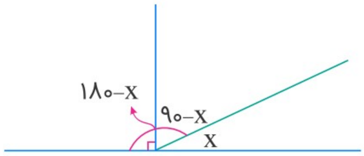
$\overline{AD} = \overline{DC} \Rightarrow ADC$ متساوی‌الاضلاع $\Rightarrow \widehat{A}_۲ = \widehat{C}_۱$

$$۱۸۰^\circ - ۱۲۰^\circ = ۶۰^\circ \Rightarrow ۶۰^\circ \div ۲ = ۳۰^\circ$$

$$\widehat{C}_۱ = ۳۰^\circ$$

۴۸ گزینه ۳

زاویهٔ موردنظر را x می‌گیریم، به کمک معادله داریم:



خود زاویه $\rightarrow x$

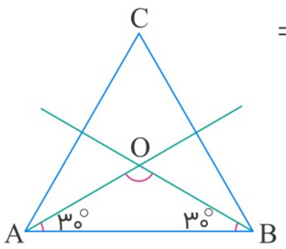
مکمل $\rightarrow ۱۸۰ - x$

متمم $\rightarrow ۹۰ - x$

$$\Rightarrow ۱۸۰ - x = ۴(۹۰ - x) \Rightarrow ۱۸۰ - x = ۳۶۰ - ۴x \Rightarrow ۳x = ۱۸۰ \Rightarrow x = ۶۰^\circ$$

۴۹ گزینه ۳

باتوجه‌به شکل:



$$\Rightarrow \hat{O} = ۱۸۰ - (۳۰ + ۳۰) = ۱۲۰^\circ$$

۵۰ گزینه ۱

مجموع زوایای داخلی مثلث ۱۸۰° است، پس امکان ندارد زاویه‌ای داخلی در آن از ۱۸۰° بیشتر باشد.

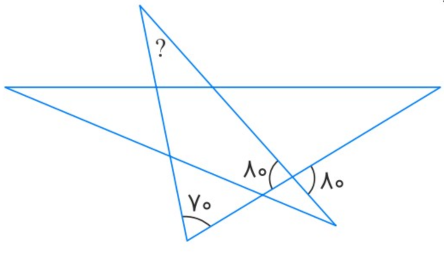
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲ : برای مقعر بودن چند ضلعی، کافی است یک زاویه‌ی داخلی از ۱۸۰° بیشتر باشد.

گزینه ۳ : مکمل مکمل زاویه‌ای برابر خود آن عدد است.

گزینه ۴ : $\text{مکمل ۱۰} + \text{متمم ۱۰} = ۱۷۰ + ۸۰ = ۲۵۰$

۵۱ گزینه ۱



$$\Rightarrow ? = ۱۸۰^\circ - (۷۰^\circ + ۸۰^\circ) = ۳۰^\circ$$

۵۲ گزینه ۲

$$\text{مجموع دو زاویه مکمل} = ۱۸۰^\circ$$

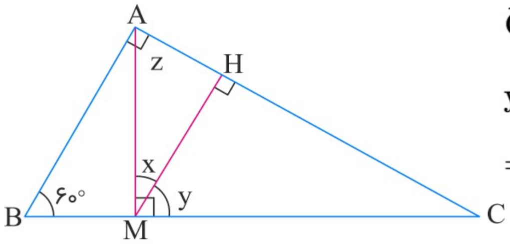
به زاویهٔ بزرگ‌تر سه سهم و به کوچک‌تر یک سهم می‌رسد؛ پس ۱۸۰ درجه بین ۴ سهم تقسیم می‌شود.

$$\frac{۱۸۰^\circ}{۴} = ۴۵^\circ \Rightarrow \begin{cases} \text{زاویه کوچک} : ۴۵ \times ۱ = ۴۵^\circ \\ \text{زاویه بزرگ} : ۴۵ \times ۳ = ۱۳۵^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف} = ۱۳۵^\circ - ۴۵^\circ = ۹۰^\circ$$

۵۳ گزینه ۱

در مثلث قائم‌الزاویه مجموع دو زاویهٔ غیرقائم برابر ۹۰ درجه خواهد بود. پس خواهیم داشت:



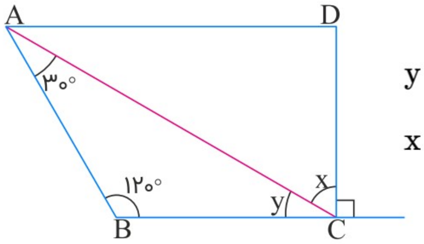
$$\widehat{C} = ۹۰^\circ - \widehat{B} = ۹۰^\circ - ۶۰^\circ = ۳۰^\circ$$

$$y = ۹۰^\circ - \widehat{C} = ۹۰^\circ - ۳۰^\circ = ۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow x = ۹۰^\circ - y = ۹۰^\circ - ۶۰^\circ = ۳۰^\circ$$

۵۴ گزینه ۲

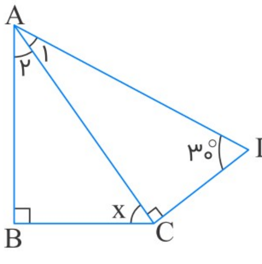
مجموع زوایای داخلی یک مثلث ۱۸۰° است. پس:



$$y = ۱۸۰^\circ - (۳۰^\circ + ۱۲۰^\circ) = ۳۰^\circ$$

$$x = ۹۰^\circ - y = ۹۰^\circ - ۳۰^\circ = ۶۰^\circ$$

۵۵ گزینه ۴



$$\text{در مثلث } \overset{\Delta}{ACD} : \hat{A}_۱ = ۹۰^\circ - ۳۰^\circ = ۶۰^\circ$$

$$\text{نیمساز } AC : \hat{A}_۱ = \hat{A}_۲ = ۶۰^\circ$$

$$\text{در مثلث } \overset{\Delta}{ABC} : x = ۹۰^\circ - \hat{A}_۲ = ۹۰^\circ - ۶۰^\circ = ۳۰^\circ$$

$$\Rightarrow \text{مکمل } x = ۱۸۰^\circ - ۳۰^\circ = ۱۵۰^\circ$$

۵۶ گزینه ۴

دلیل نادرستی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ "۱": یک مثلث می‌تواند حداکثر یک زاویهٔ منفرجه (باز) داشته باشد.

گزینهٔ "۲": مثلث متساوی‌الاضلاع با زاویه‌های ۶۰ درجه، مثال نقض این ادعا است.

گزینهٔ "۳": تنها یک زاویه بیشتر از ۱۸۰ درجه برای مقعر بودن کافی است.

۵۷ گزینه ۳

اگر زاویه را x بگیریم، داریم:

$$x\ \text{متمم} = ۹۰ - x$$

$$x\ \text{مکمل متمم} = ۱۸۰ - (۹۰ - x) = ۱۸۰ - ۹۰ + x = ۹۰ + x$$

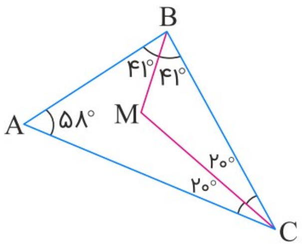
$$x\ \text{با}\ x\ \text{اختلاف مکمل متمم} = ۹۰ + x - x = ۹۰$$

۵۸ گزینه ۲

$$\hat{B} = ۸۲^\circ \Rightarrow ۸۲ \div ۲ = ۴۱^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{B} = ۸۲ + ۵۸ = ۱۴۰^\circ \Rightarrow \hat{C} = ۱۸۰ - ۱۴۰ = ۴۰^\circ \Rightarrow ۴۰ \div ۲ = ۲۰^\circ$$

$$\hat{M} = ۱۸۰ - (۴۱ + ۲۰) = ۱۸۰ - ۶۱ = ۱۱۹^\circ$$



۵۹ گزینه ۱

$$\left.\begin{array}{l}\hat{۲} - \hat{۳} = ۶۰\\ \hat{۲} + \hat{۳} = ۱۸۰\end{array}\right\} \Rightarrow \hat{۲} = ۱۲۰^\circ\ ,\ \hat{۳} = ۶۰^\circ$$

$$\hat{۴} = ۹۰ - ۶۰ = ۳۰^\circ$$

۶۰ گزینه ۳

$$\frac{z\hat{o}x}{x\hat{o}m} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{z\hat{o}x}{۶۹^\circ} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow z\hat{o}x = \frac{۶۹}{۳} = ۲۳^\circ$$

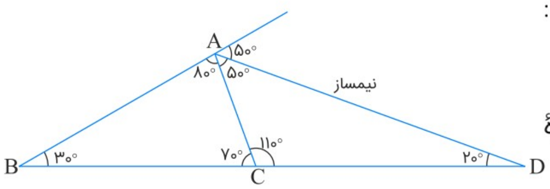
$$z\hat{o}y = ۹۰^\circ - ۲۳^\circ = ۶۷^\circ$$

۶۱ گزینه ۲

با مشخص کردن زاویه‌های نامعلوم جواب مشخص خواهد شد:

چون AD نیمساز است پس اندازهٔ هر یک از زوایای تشکیل شده برابر است با:

$$\frac{۱۸۰^\circ - ۸۰^\circ}{۲} = ۵۰^\circ$$



با مشخص شدن اندازهٔ زاویهٔ $C\hat{A}D$ و معلوم بودن زاویهٔ D می‌توانیم اندازهٔ زاویهٔ $A\hat{C}D = ۱۸۰^\circ - (۵۰^\circ + ۲۰^\circ) = ۱۱۰^\circ$ را به دست آوریم.

بنابراین $A\hat{C}B = ۱۸۰^\circ - ۱۱۰^\circ = ۷۰^\circ$، درنتیجه:

$$\Rightarrow \ x = ۱۸۰^\circ - (۸۰^\circ + ۷۰^\circ) = ۳۰^\circ$$

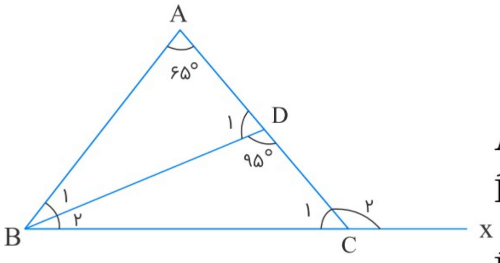
۶۲ گزینه ۲

$$\text{مکمل}\ x\,,\, y \ \Rightarrow \ x + y = ۱۸۰^\circ$$

$$y = ۵x \ \Rightarrow \ x + ۵x = ۱۸۰^\circ \ \Rightarrow \ ۶x = ۱۸۰^\circ \ \Rightarrow \ x = ۳۰^\circ$$

$$\Rightarrow \ y = ۵x = ۱۵۰^\circ \ \Rightarrow \ y - x = ۱۵۰^\circ - ۳۰^\circ = ۱۲۰^\circ$$

۶۳ گزینه ۳



$$\overset{\Delta}{ABD}: \widehat{B}_۱ = ۱۸۰^\circ - (\widehat{A} + \widehat{D}_۱)$$

$$\widehat{D}_۱ = ۱۸۰^\circ - ۹۵^\circ = ۸۵^\circ$$

$$\widehat{B}_۱ \xrightarrow{\overset{\Delta}{ABD}} ۱۸۰^\circ - (۸۵^\circ + ۶۵^\circ) = ۳۰^\circ$$

$$\widehat{B}_۱ = \widehat{B}_۲ \Rightarrow \widehat{B}_۲ = ۳۰^\circ$$

راه اول $\xrightarrow{\text{در مثلث } ABC} \widehat{C}_۱ = ۱۸۰^\circ - (\widehat{A} + \widehat{B})$

$$= ۱۸۰ - (\underbrace{۶۵ + ۶۰}_{۱۲۵}) = ۵۵^\circ$$

$$\Rightarrow x\widehat{C}A = ۱۸۰ - ۵۵ = ۱۲۵^\circ$$

راه دوم $\xrightarrow{\text{در مثلث } \overset{\Delta}{BCD}} \widehat{C}_۱ = ۱۸۰^\circ - (\widehat{D} + \widehat{B}_۲)$

$$= ۱۸۰ - (\underbrace{۹۵ + ۳۰}_{۱۲۵}) = ۵۵^\circ$$

$$\Rightarrow x\widehat{C}A = ۱۲۵^\circ$$

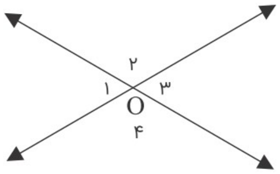
۶۴ گزینه ۲

۳	۴۵°
۴	۶۰°
۵	۷۵°
۱۲	۱۸۰°

مجموع نسبت‌ها $\underbrace{\qquad}_{\times ۱۵}$ مجموع زاویه‌های داخلی مثلث

مکمل زاویه بزرگ‌تر $\Rightarrow ۱۸۰^\circ - ۷۵^\circ = ۱۰۵^\circ$

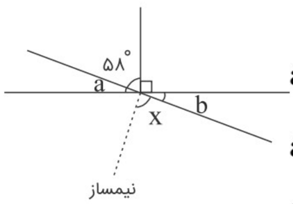
۶۵ گزینه ۳



$$\left.\begin{array}{l}\widehat{O}_{۱}+\widehat{O}_{۲}=۱۸۰^{\circ}\\ \widehat{O}_{۳}+\widehat{O}_{۲}=۱۸۰^{\circ}\end{array}\right\}\Rightarrow \widehat{O}_{۱}=\widehat{O}_{۳}$$

۶۶ گزینه ۲

زاویهٔ b و a متقابل به رأس هستند.



$$\hat{a}=۹۰-۵۸=۳۲$$

$$\hat{a}=\hat{b}\Rightarrow \hat{b}=۳۲$$

$$۱۸۰-۳۲=۱۴۸$$

$$\hat{x}=۱۴۸\div ۲=۷۴^{\circ}$$

۶۷ گزینه ۲

Oz نیمساز $x\hat{o}y$ پس داریم:

$$\hat{۲}=۹۰-۵۷=۳۳^{\circ}$$

$$\hat{۳}=\hat{۲}=۳۳^{\circ}$$

$$\hat{۴}=۹۰-۳۳=۵۷^{\circ}$$

۶۸ گزینه ۳

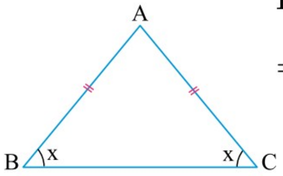
مجموع زاویه‌های ۱ تا ۴ برابر ۱۸۰ درجه است، پس اندازه هرکدام از زاویه‌ها برابر $۱۸۰\div ۴=۴۵^{\circ}$ می‌باشد.

$$\hat{۱}+\hat{۲}=۹۰^{\circ}$$

$$\hat{۲}+\hat{۳}=۹۰^{\circ}$$

$$\hat{۳}+\hat{۴}=۹۰^{\circ}$$

۶۹ گزینه ۴



$$\hat{B} = \hat{C} = x$$
$$\Rightarrow \hat{A} = ۱۸۰^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = ۱۸۰^\circ - (x + x) = ۱۸۰^\circ - ۲x$$

۷۰ گزینه ۳

در متوازی‌الاضلاع، دو زاویهٔ مجاور مکمل یکدیگرند:

$$۱۵x + ۱۴ + ۲x - ۴ = ۱۸۰ \Rightarrow ۱۷x + ۱۰ = ۱۸۰$$
$$\Rightarrow ۱۷x = ۱۸۰ - ۱۰ = ۱۷۰ \Rightarrow x = \frac{۱۷۰}{۱۷} = ۱۰$$

۷۱ گزینه ۳

$$D\hat{O}C = ۱۸۰ - (۴۵ + ۹۰) = ۴۵^\circ$$
متقابل به رأس : $B\hat{O}A = D\hat{O}C = ۴۵^\circ$
$$\hat{A} = ۱۸۰ - (۱۱۵ + ۴۵) = ۱۸۰ - ۱۶۰ = ۲۰^\circ$$

۷۲ گزینه ۳

$$۴x + x + ۳y + ۲y = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۵x + ۵y = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۵(x + y) = ۱۸۰^\circ$$
$$\Rightarrow \quad x + y = \frac{۱۸۰}{۵} \Rightarrow x + y = ۳۶^\circ$$

۷۳ گزینه ۲

$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{B} = ۹۰^\circ \\ \hat{B} + \hat{C} = ۹۰^\circ \\ \hat{A} + \hat{C} = ۹۰^\circ \end{cases}$$
$$\xrightarrow{+} ۲ \times (\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}) = ۲۷۰^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = ۱۳۵^\circ$$

مکمل $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰ - ۱۳۵ = ۴۵^\circ$

۷۴ گزینه ۲

چند ضلعی‌هایی که هیچ زاویهٔ بزرگ‌تر از ۱۸۰ درجه ندارند، محدب نامیده می‌شوند. بنابراین دو شکل محدب است.

۷۵ گزینه ۲

$$\begin{cases} AO = BO \\ \hat{A} = ۶۵^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{مثلث متساوی‌الساقین}} \hat{B}_۱ = ۶۵^\circ$$

$\hat{B}_۲ \; , \; \hat{B}_۱$ متقابل به رأس $\Rightarrow \hat{B}_۱ = \hat{B}_۲ = ۶۵^\circ$

۷۶ گزینه ۱

$$H\hat{A}C = ۱۸۰ - (۹۰ + ۶۰) = ۳۰^\circ$$

$$D\hat{A}H = \underbrace{D\hat{A}C}_{\substack{\downarrow \\ \text{نیمساز AD} \\ \text{زاویهٔ A}}} - H\hat{A}C = ۴۵^\circ - ۳۰^\circ = ۱۵^\circ$$

۷۷ گزینه ۱

برای مقعربودن یک چندضلعی وجود یک زاویه بیشتر از ۱۸۰ درجه کافی است.

۷۸ گزینه ۳

برای مثال، زاویهٔ ۶۰ درجه را در نظر بگیرید:

$$\text{متمم } ۶۰ = ۳۰ \Rightarrow \text{مکمل } ۳۰ = ۱۵۰$$

$$\Rightarrow \; ۱۵۰ = ۶۰$$

۷۹ گزینه ۲

باتوجه‌به تعریف چندضلعی مقعر، موارد ۲، ۳ و ۶ مقعرند، مجموعاً ۳ مورد.

۸۰ گزینه ۲

$$\left.\begin{array}{c} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ \\ \hat{B} = \hat{C} \end{array}\right\} \Rightarrow \underset{۸۰}{\cancel{\hat{A}}} + ۲\hat{C} = ۱۸۰ \Rightarrow \hat{C} = \frac{۱۸۰ - ۸۰}{۲} = ۵۰$$

$$\Rightarrow \; \hat{x} = ۹۰^\circ - \hat{C} = ۹۰^\circ - ۵۰^\circ = ۴۰^\circ$$

۸۱ گزینه ۴

باتوجه‌به شکل:

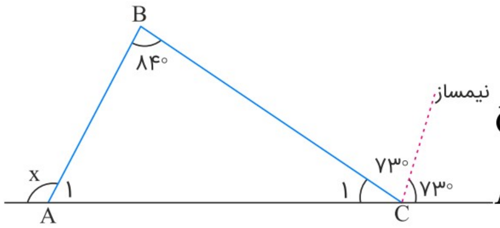
$$\hat{B} = ۹۰^\circ - ۳۰^\circ = ۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow \quad \hat{x} = ۹۰^\circ - \hat{B} = ۹۰^\circ - ۶۰^\circ = ۳۰^\circ$$

$$\hat{y} = ۱۸۰^\circ - ۳۰^\circ = ۱۵۰^\circ$$

$$\hat{x} + \hat{y} = ۳۰^\circ + ۱۵۰^\circ = ۱۸۰^\circ$$

۸۲ گزینه ۱



$$\widehat{C}_۱ = ۱۸۰ - (۷۳ + ۷۳) = ۳۴^\circ$$

$$\widehat{A}_۱ = ۱۸۰ - (\underbrace{۸۴ + ۳۴}_{۱۱۸}) = ۶۲^\circ$$

$$\widehat{x} = ۱۸۰ - ۶۲ = ۱۱۸^\circ$$

۸۳ گزینه ۱

در انتقال جهت شکل تغییر نمی‌کند.

۸۴ گزینه ۲

باتوجه‌به شکل، برای اجزای متناظر داریم:

$$\hat{A} = \hat{D} = ۹۰^\circ$$

$$\hat{B} = \hat{E} = ۶۰^\circ$$

$$\hat{C} = \hat{F} = ۹۰ - ۶۰ = ۳۰^\circ \Rightarrow B = ۲F$$

۸۵ گزینه ۴

بررسی گزینه ها:

گزینهٔ "۱": نادرست - برای مثال در زاویهٔ ۳۰ درجه، مکمل برابر با ۱۵۰ درجه و متمم ۶۰ درجه است؛ ولی $۲ \neq \frac{۱۵۰}{۶۰}$.

گزینهٔ "۲": نادرست - در تقارن محوری جهت شکل تغییر می‌کند.

گزینهٔ "۳": نادرست - در انتقال، مساحت تغییری نمی‌کند.

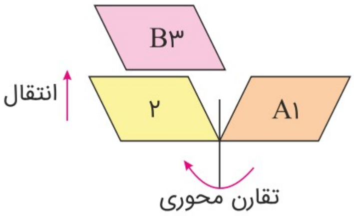
گزینهٔ "۴": درست

۸۶ گزینه ۴

$$\overset{\Delta}{ABC} \cong \overset{\Delta}{MNP} \Rightarrow \hat{C} = \hat{P} \Rightarrow \hat{P} = ۹۰^{\circ}$$
$$\hat{A} = \hat{N} \Rightarrow \hat{N} = ۴۲^{\circ}$$
$$B = M \Rightarrow = M = ۹۰ - N = ۹۰ - ۴۲ = ۴۸$$

۸۷ گزینه ۳

روند تبدیل به‌صورت زیر است:



۸۸ گزینه ۲

اگر اجزای متناظر را بنویسیم:

$$\widehat{A} = \widehat{D}$$
$$\widehat{B} = \widehat{F}$$
$$\widehat{E} = \widehat{C}$$
$$BC = EF$$
$$AB = FD$$
$$AC = ED$$

بنابراین موارد ب و پ درست هستند.

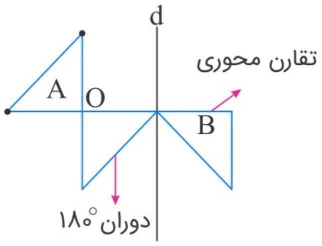
۸۹ گزینه ۱

با استفاده از یک دوران ۹۰ درجه به‌صورت ساعتگرد و سپس انتقال به سمت راست شکل B حاصل می‌شود. گزینه‌های ۲ و ۳ نمی‌توانند جواب باشند زیرا در صورت تقارن قسمت رنگی جابه‌جا خواهد شد.

۹۰ گزینه ۳

باتوجه‌به تعریف، در تقارن شکل نسبت به خط، شکل حاصل مساوی شکل اولیه است و جهت آن تغییر می‌کند.(۱۸۰°)

۹۱ گزینه ۲



۹۲ گزینه ۴

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱ : در قرینه شکل نسبت به خط جهت تغییر می‌کند.

گزینه ۲ : در چندضلعی منتظم همهٔ اضلاع باید باهم مساوی باشند.

گزینه ۳ : مجموع دو زاویهٔ متمم °۹۰ است.

۹۴ گزینه ۲

دست‌کم یک زاویه بزرگ‌تر از °۱۸۰ برای مقعر بودن چندضلعی کافی است.

۹۵ گزینه ۴

گزینهٔ ۴ صحیح است.

۹۶ گزینه ۴

پاسخ صحیح گزینهٔ ۴ است.

۹۷ گزینه ۴

در دو مثلث $\overset{\Delta}{AFB}$ و $\overset{\Delta}{CDB}$ زوایای متناظر دوبه‌دو باهم برابرند، پس:

$$A\hat{F}B = C\hat{D}B$$
$$F\hat{B}A = D\hat{C}B$$
$$F\hat{A}B = D\hat{B}C$$

بنابراین گزینهٔ "۴" صحیح است.

۹۸ گزینه ۴

وقتی شکلی را با یک یا چند تبدیل در صفحه بر شکل دیگر منطبق کنیم، این دو شکل مساوی (هم‌نهشت) هستند، ولی ممکن است قرینه نباشند.

۹۹

گزینه ۴

فقط با تقارن محوری می‌توان شکل A را به B تبدیل کرد.

۱۰۰

گزینه ۴

با استفاده از یک انتقال و یک تقارن این کار ممکن است.

ابتدا شکل A را ۳ واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم و سپس آن را نسبت به خط d تقارن می‌دهیم.