

گزینه ۴

۱

یال: محل برخورد سطوح

قاعدهٔ ۷ ضلعی منشور دارای ۷ وجه جانبی می‌باشد که هر وجه با وجه کناری خود و قاعده‌ها برخورد دارد یعنی با ۳ سطح برخورد می‌کند. پس:

$$3 \times 7 = 21$$

گزینه ۴

۲

می‌دانیم تعداد یال‌های منشور ۳ برابر تعداد ضلع‌های یک قاعده‌اش است و تعداد وجه‌های منشور برابر با تعداد ضلع‌های یک قاعده (وجه‌های جانبی) به اضافهٔ ۲ (دو قاعده) است.

$x =$ تعداد ضلع‌های یک قاعده

$$\underbrace{3x}_{\text{تعداد یال‌ها}} + \underbrace{x+2}_{\text{تعداد وجه‌ها}} = 30$$

$$4x = 30 - 2 \Rightarrow 4x = 28 \Rightarrow x = \frac{28}{4} = 7$$

پس قاعدهٔ منشور هفت ضلعی است. بنابراین ۲۱ یال و ۹ وجه دارد و تعداد رأس‌های منشور برابر با دو برابر تعداد ضلع‌های قاعده است؛ یعنی $14 = 2 \times 7$. پس این منشور ۱۴ رأس دارد.

گزینه ۳

۳

در منشور n پهلوی، $3n$ یال خواهیم داشت.

گزینه ۴

۴

سطح مقطع یک مخروط اگر موازی قاعده برش زده شود، دایره خواهد بود که این سطح مقطع در کره همواره دایره و در استوانه نیز اگر موازی قاعده انجام شود هم دایره خواهد بود.

گزینه ۳

۵

می‌دانیم تعداد یال‌های منشور n پهلو برابر است با $3n$:

$$3n = 3 \times 5 = 15$$

گزینه ۱

۶

$$\text{منشور } n \text{ پهلو} \begin{cases} \text{تعداد رأس‌ها} = 2n \\ \text{تعداد یال‌ها} = 3n \end{cases} \Rightarrow \frac{2n}{3n} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۲

۷

از نمای راست، گزینه ۲ دیده می‌شود.

گزینه ۲

۸

تعداد رأس‌های منشور n پهلو $= 18$

$$18 = 2n \Rightarrow n = 9$$

پس منشور، ۹ پهلو است.

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد یال‌ها} = 3n = 27 \\ \text{تعداد قاعده} = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow 27 + 2 = 29$$

گزینه ۳

۹

در صورت مقطع مایل زدن در الف، ب و ج، مثلث، مستطیل و بیضی ظاهر خواهد شد. پس گزینه ۳ صحیح خواهد بود.

گزینه ۲

۱۰

حجم‌های هندسی شامل حجم‌های منشوری، کره و هرمی هستند.

گزینه ۱

۱۱

تعداد رأس‌های منشور n پهلو برابر با $2n$ است، بنابراین منشور ۱۱ پهلو $22 = 11 \times 2$ رأس دارد.
تعداد یال‌های منشور n پهلو برابر با $3n$ است، بنابراین منشور ۱۱ پهلو $33 = 11 \times 3$ یال دارد.

$$\Rightarrow 33 + 22 = 55$$

گزینه ۲

۱۲

طبق متن کتاب درسی گزینه "۲" پاسخ صحیح است.

گزینه ۳

۱۳

تعداد یال‌ها، سه برابر تعداد اضلاع قاعده است که ۲۱ یال می‌شود.
تعداد کل وجه‌ها شامل ۷ وجه جانبی و ۲ قاعده است که ۹ وجه می‌شود.

$$12 = 21 - 9 : \text{اختلاف}$$

اگر ما منشوری n پهلو داشته باشیم:

$$\text{تعداد رأس‌ها} = 2n$$

$$\text{تعداد یال‌ها} = 3n$$

$$n = 5 \Rightarrow \text{تعداد رأس‌ها} = 2n = 2 \times 5 = 10$$

$$\text{تعداد یال‌ها} = 3n = 3 \times 5 = 15$$

باتوجه به شکل، نما از راست در گزینه ۳ آورده شده است.

هر مکعب ۱۲ یال برابر با هم دارد. پس اندازه یک یال برابر است با: $48 \div 12 = 4 \text{ cm}$

$$\text{حجم مکعب} = 4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ cm}^3 = 64 \text{ cc}$$

$$24 = \text{یال عمودی وصل کننده قاعده‌ها} + 8 \text{ ضلع قاعده پایین} + 8 \text{ ضلع قاعده بالا} = \text{تعداد یال‌ها}$$

$$10 = \text{قاعده} + 2 \text{ وجه جانبی} = \text{تعداد وجه‌ها}$$

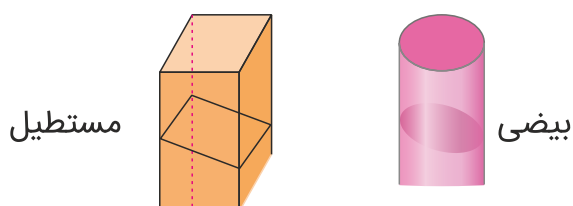
$$\Rightarrow 24 - 10 = 14$$

یک وجه از این ۱۵ وجه قاعده هرم است بنابراین این هرم یک قاعده ۱۴ ضلعی دارد پس ۱۴ یال از رأس هرم به رأس‌های این ۱۴ ضلعی وصل می‌کند و ۱۴ یال دیگر هم ضلع‌های قاعده‌اند: $14 + 14 = 28$

هر مکعب ۸ رأس و ۱۲ یال دارد:

$$8 + 12 = 20$$

در منشور چهارپهلو مستطیل و در استوانه بیضی حاصل می‌گردد.



گزینه ۱

۲۱

۱۲ \rightarrow منشور ۶ پهلو $= 2n$ = تعداد رأس‌های منشور n پهلو

۱۸ \rightarrow منشور ۶ پهلو $= 3n$ = تعداد یال‌های منشور n پهلو

$$\Rightarrow \text{اختلاف} = 18 - 12 = 6$$

گزینه ۳

۲۲

هر منشور دارای ۲ قاعده است.
چون هفت پهلو است، پس $21 = 3 \times 7$ یال دارد.

$$21 + 2 = 23$$

گزینه ۲

۲۳

هرم با قاعده مثلث این ویژگی را دارد که از چهار وجه تشکیل شده است.

گزینه ۳

۲۴

تعداد رأس‌های منشور n پهلو $= 2n$
تعداد یال‌های منشور n پهلو $= 3n$
در نتیجه مجموع یال‌ها و رأس‌های منشور n پهلو برابر است با:

$$3n + 2n = 5n \Rightarrow 5n = 30 \Rightarrow n = 6$$

گزینه ۴

۲۵

شکل داده شده گسترده منشور است.

گزینه ۴

۲۶

وجه e مقابل وجه x قرار می‌گیرد.

گزینه ۱

۲۷

در مکعب ۸ رأس و ۱۲ یال وجود دارد.

$$8 \times 12 = 96$$

گزینه ۴

۲۸

هر سطح دارای ۵ رأس است، پس در کل ۱۰ رأس دارد. هر سطح ۵ یال دارد و ۵ یال نیز آن‌ها را به هم وصل کرده که در کل ۱۵ یال دارد.

گزینه ۲

۲۹

در هر منشور تعداد رأس‌های آن دو برابر تعداد وجه‌های جانبی است.

گزینه ۳

۳۰

هنگامی که تعداد اضلاع زیاد شود، شکل قاعده به دایره نزدیک می‌شود و در نتیجه شکل منشور شبیه استوانه خواهد شد.

گزینه ۱

۳۱

تعداد یال‌ها: ۶ یال قاعده پایین + ۶ یال قاعده بالا + ۶ یال متصل از قاعده پایین به بالا

$$۱۸ = ۳ \times ۶ = \text{مجموع یال‌ها}$$

تعداد وجه‌ها: ۶ وجه جانبی + ۲ قاعده

$$۸ = ۶ + ۲ = \text{مجموع وجه‌ها}$$

$$۲۶ = ۱۸ + ۸ = \text{مجموع یال‌ها و وجه‌ها}$$

گزینه ۲

۳۲

هر مکعب ۸ رأس، ۶ وجه و ۱۲ یال دارد.

$$۲۶ = ۸ + ۶ + ۱۲$$

گزینه ۲

۳۳

حجم‌های منشوری بین دو صفحه موازی قرار می‌گیرند.

گزینه ۳

۳۴

تعداد کل سطح‌های یک منشور از دو قاعده و وجه‌های جانبی تشکیل شده است، پس داریم:

$$۷ = ۹ - ۲ = \text{تعداد وجه‌های جانبی}$$

$$۱۴ = ۷ \times ۲ = \text{تعداد رأس‌ها}$$

گزینه ۳

۳۵

$$\text{وجه جانبی} = \text{دو قاعده} - \text{تعداد وجوه}$$

$$۷ = ۹ - ۲$$

در برخورد هر وجه جانبی با قاعده ۲ رأس به وجود می‌آید.

$$۱۴ = ۲ \times ۷ = \text{تعداد راس‌ها}$$

$$V = a \times a \times a = a^3$$

$$S = 4(a \times a) = 4a^2$$

$$S_{\text{کل}} = S_{\text{جانبی}} + 2S_{\text{قاعده}} = 4a^2 + 2a^2 = 6a^2$$

$$a^3 = 2(6a^2) \Rightarrow a^3 = 12a^2$$

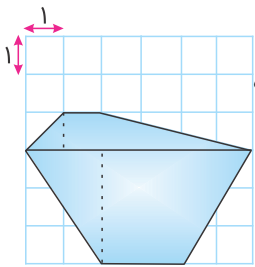
$$a = 12$$

$$S = 4(a \times a) = 4a^2 = 4(12 \times 12) = 4 \times 144 = 576$$

$$\text{حجم} = \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \frac{(4 + 7) \times 6}{2} \times 5 = 33 \times 5 = 165$$

$$\frac{\text{حجم جعبه}}{\text{حجم مکعب}} = \frac{4 \times 6 \times 12}{2 \times 2 \times 2} = 36$$

$$V = \pi r^2 h \Rightarrow V = \pi \times 1^2 \times 9 = 9\pi$$



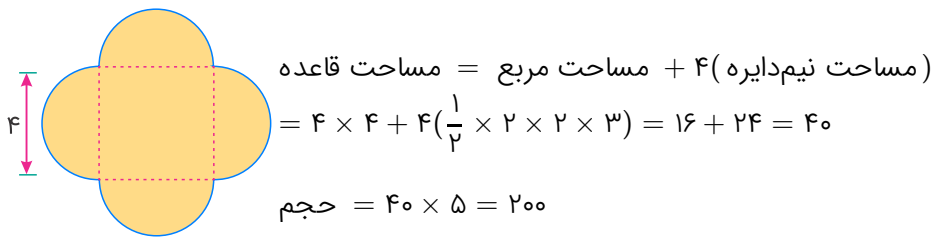
$$\text{مساحت قاعده} = \frac{1}{2}((1 + 6) \times 1) + \frac{1}{2}((6 + 2) \times 3) = \frac{1}{2}(31) = 15.5$$

$$\text{حجم} = 15.5 \times 8 = 124$$

$$\text{حجم ظرف (الف)} : \frac{4 \times 3}{2} \times 6 = 36$$

$$\text{حجم ظرف (ب)} : (2 \times 2 \times 3) \times 50 = 600 \Rightarrow 600 - 4 \times 36 = 600 - 144 = 456$$

ابتدا مساحت قاعده را بدست می‌آوریم.



$$\begin{cases} \text{مساحت مثلث} : \frac{4 \times 3}{2} = 6 \\ \text{مساحت مستطیل} : 5 \times 3 = 15 \end{cases} \Rightarrow \text{مساحت قاعده} : 6 + 15 = 21$$

حجم : $21 \times 2 = 42$

باید حجم هریک از شکل‌ها را حساب کرد:

شکل الف : $\text{حجم} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$

شکل ب : $\text{حجم} = ((1 \times 2) + (0/5 \times 2) + (1 \times 2)) \times 1 = 5 \Rightarrow 60 - 5 = 55$

۵۵ واحد حجم بیرون می‌ریزد.

حجم استخر = $4 \times 6 \times 30 = 720 \text{ m}^3$

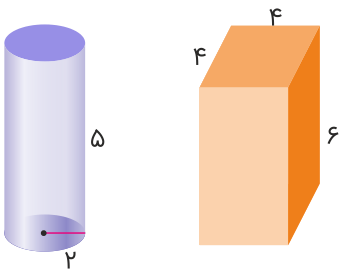
لیتر $720 \times 1000 = 720000$

$1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{حجم باقی مانده} = \frac{1}{4} \times 720000 = 180000$

واحد حجم $= (3 \times 4 \times 4) \times 8 = 48 \times 8 = 384$

واحد حجم منشور $\Rightarrow = (4 \times 5) \times 6 = 20 \times 6 = 120$

پس $384 - 120 = 264$ واحد حجم بیرون می‌ریزد.



ارتفاع = ۶ ، مساحت قاعده = $۴ \times ۴ = ۱۶$

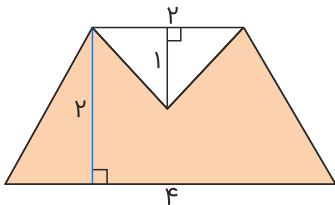
$$\Rightarrow \text{حجم} = ۱۶ \times ۶ = ۹۶$$

ارتفاع = ۵ ، مساحت قاعده = $۲ \times ۲ \times ۳ = ۱۲$

$$\Rightarrow \text{حجم} = ۱۲ \times ۵ = ۶۰$$

$$\Rightarrow \frac{\text{حجم منشور}}{\text{حجم استوانه}} = \frac{۹۶}{۶۰} = \frac{۸}{۵}$$

ابتدا باید مساحت قاعده را حساب کرد. قاعده دوزنقه‌ای است که یک مثلث از آن کم شده است.



$$\text{مساحت قاعده} = \frac{(۲ + ۴) \times ۲}{۲} - \frac{۲ \times ۱}{۲} = ۶ - ۱ = ۵$$

$$\Rightarrow \text{حجم} = \text{مساحت قاعده} \times \text{عمق} = ۵ \times ۶ = ۳۰$$

ابتدا حجم چاه را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{حجم} = \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع}$$

$$\text{حجم} = (۰/۷)(۰/۷) \times ۳ \times ۱۰ = ۱۴/۷ \text{ متر مکعب}$$

هر متر مکعب ۱۰۰۰ لیتر: ۱۴۷۰۰ لیتر

در هر دقیقه ۱۰ لیتر وارد و ۳ لیتر خارج می‌شود، پس ۷ لیتر به حجم اضافه می‌شود.

$$\text{دقیقه} = \frac{۱۴۷۰۰}{۷} = ۲۱۰۰ = \text{میزان زمان پر شدن کامل}$$

$$\text{ساعت} = \frac{۲۱۰۰}{۶۰} = ۳۵ = ۲۱۰۰ \text{ دقیقه}$$

قاعده این منشور دوزنقه است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{مساحت قاعده: } \frac{(2+5) \times 10}{2} = 35 \\ \text{ارتفاع منشور} = 4 \end{array} \right. \Rightarrow 35 \times 4 = 140 \text{ متر مکعب}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{حجم ظرف} = \text{طول} \times \text{عرض} \times \text{ارتفاع} = 4 \times 5 \times 6 = 120 \\ \text{حجم لیوان} = \pi r^2 h = 3 \times 1 \times 1 \times 2 = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{120}{6} = 20 \text{ لیوان}$$

نکته:

ارتفاع \times مساحت قاعده = حجم

مساحت نیم‌دایره کوچک - مساحت نیم‌دایره بزرگ = مساحت قاعده

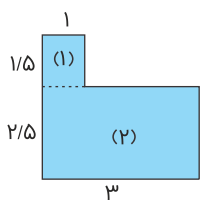
$$\text{مساحت قاعده} = \frac{4 \times 4 \times 3}{2} - \frac{2 \times 2 \times 3}{2} = 24 - 6 = 18 \Rightarrow \text{حجم} = 18 \times 5 = 90$$

$$\text{حجم مکعب} = 40 \times 40 \times 40 = 64000, \quad \text{شعاع} = \frac{40}{2} = 20$$

$$\text{حجم استوانه} = \pi \times r \times r \times h = 3/14 \times 20 \times 20 \times 40 = 50240$$

$$\text{حجم فضای خالی بین استوانه و مکعب} = 64000 - 50240 = 13760$$

حجم منشور از حاصل ضرب مساحت قاعده در ارتفاع به دست می‌آید.



$$\begin{aligned} \text{(۱) مساحت: } & 1 \times 1/5 = 1/5 \\ \text{(۲) مساحت: } & 3 \times 2/5 = 7/5 \\ \text{مساحت کل: } & 1/5 + 7/5 = 9 \\ \text{حجم: } & 9 \times 5 = 45 \end{aligned}$$

$$\text{مساحت قاعده} = \text{مساحت مستطیل بالایی} + \text{مساحت مستطیل پایینی} = (1 \times 7) + (2 \times 4)$$

$$= 7 + 8 = 15 \text{ متر مربع}$$

$$\text{حجم مکعب} = 15 \times 9 = 135$$

گزینه ۳

۵۶

$$\text{حجم توپ} = \text{حجم آب بالاآمده} = \frac{3}{14} \times 20 \times 20 \times 4 = 5024$$

گزینه ۲

۵۷

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \pi r_1 r_1 h_1 = \pi r_2 r_2 h_2$$

$$\begin{cases} r_2 = ar_1 \\ h_2 = 9h_1 \end{cases} \Rightarrow \pi r_1 r_1 h_1 = \pi (ar_1)(ar_1)(9h_1)$$

$$\Rightarrow \cancel{\pi r_1 r_1 h_1} = \cancel{\pi a a r_1 r_1} \times 9 \cancel{h_1} \Rightarrow 1 = 9a \times a$$

$$\Rightarrow a \times a = \frac{1}{9} \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

گزینه ۱

۵۸

فرمول حجم مکعب مستطیل را نوشته و معادله را حل می‌کنیم.

$$(2 \times a) \times (3 \times a) \times (4 \times a) = 24 \Rightarrow 24 \times a \times a \times a = 24$$

$$\Rightarrow a \times a \times a = \frac{24}{24} = 1 \Rightarrow a = 1$$

گزینه ۲

۵۹

هر مکعب از ۱۲ یال مساوی تشکیل شده است، پس:

$$\text{یال} = 36 \div 12 = 3 \text{ cm}$$

$$\text{حجم مکعب} = 3 \times 3 \times 3 = 27 \text{ سانتی‌متر مکعب}$$

گزینه ۲

۶۰

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \cancel{\pi} \times r_1 \times r_1 \times \cancel{h_1} = \cancel{\pi} (xr_1) \times (xr_1) \cancel{9h_1} \Rightarrow \cancel{r_1} \times \cancel{r_1} = x \times x \times \cancel{r_1} \times \cancel{r_1} \times 9$$

$$\Rightarrow x \times x = \frac{1}{9} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

گزینه ۱

۶۱

$$\text{حجم} = \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع} = (\pi \times 1 \times 1) \times 5 = 5\pi$$

گزینه ۱

۶۲

$$(3 \times a) \times (2 \times a) \times a = 6 \Rightarrow 6 \times a \times a \times a = 6 \Rightarrow a \times a \times a = 1 \Rightarrow a = 1$$

گزینه ۲

۶۳

$$\text{حجم منشور با قاعده ربع دایره} : \frac{3 \times 3 \times 3}{4} \times 4 = 27$$

$$\text{حجم مکعب مستطیل} : 3 \times 3 \times 4 = 36 \Rightarrow \text{حجم کل} = 27 + 36 = 63$$

گزینه ۳

۶۴

$$\text{ارتفاع} \times \text{محیط قاعده} = \text{مساحت جانبی} = (6 \times 0/3) \times 3 = 5/4 \text{ m}^2$$

گزینه ۲

۶۵

$$S_{\text{جانبی}} = Ph \Rightarrow S_{\text{جانبی}} = 4x^2$$

$$x \rightarrow 2x \Rightarrow S_{\text{جانبی}} = 4(2x)^2 = 4 \times 4x^2$$

گزینه ۴

۶۶

باید مساحت کل یک نیم‌استوانه را حساب کنیم:

$$\text{مساحت کل استوانه کامل} = (2 \times 3 \times 4 \times 10) + 2(4 \times 4 \times 3) = 240 + 96 = 336$$

$$\Rightarrow \text{مساحت کل شکل} = \frac{336}{2} = 168$$

۱۶۸ واحد سطح پارچه لازم است.

گزینه ۲

۶۷

$$\text{مساحت جانبی} = 2\pi rh = 2 \times 3 \times 5 \times 10 = 300 \Rightarrow \frac{300}{750} = \frac{2}{5} = \%40$$

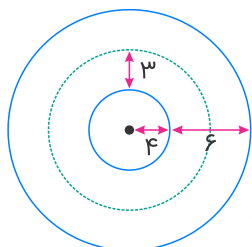
$$\text{حجم} = \pi r^2 h = 3 \times 5 \times 5 \times 10 = 750$$

گزینه ۲

۶۸

برای حل این سؤال ما شعاع میانگین یعنی دایره خط‌چین را در نظر می‌گیریم.

ضخامت کل نوار چسب ۶ سانتی‌متر است، پس در کل $\frac{60 \text{ میلی‌متر}}{5/0 \text{ میلی‌متر}} = 120$ دور نوار چسب داریم.

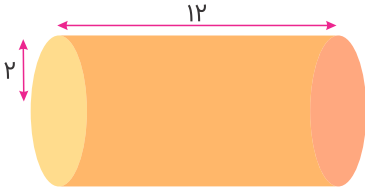


$$\text{شعاع متوسط} = \frac{4 + 10}{2} = 7 \text{ cm}$$

$$\text{محیط یک دور نوار چسب} = 2 \times 3 \times 7 = 42$$

$$\Rightarrow \text{طول چسب} = 120 \times 42 = 5040 \text{ cm} = 50/40 \text{ m}$$

باید سطح جانبی را حساب کرد:



$$\frac{4}{2} = 2$$

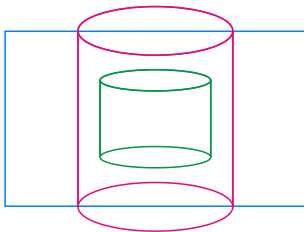
$$\text{مساحت جانبی} = 2\pi rh = 2 \times 3 \times 2 \times 12 = 144$$

باید مجموع طول یال‌ها را محاسبه کرد:

$$\text{مجموع یال‌ها} = (5 \times 2) + \underbrace{2}_{\text{تعداد قاعده}} \times \underbrace{(2 + 3 + 1 + 2 + 2)}_{\text{محیط قاعده}} = 10 + 2 \times 10 = 30$$

۳۰ واحد طول میله لازم داریم.

بعد از دوران یک استوانه تو خالی داریم که نصف شده است.



$$\text{حجم استوانه بزرگ} = (10 \times 10 \times 3) \times 20 = 300 \times 20 = 6000$$

$$\text{حجم استوانه کوچک} = (5 \times 5 \times 3) \times 10 = 75 \times 10 = 750$$

$$\text{حجم شکل} = \frac{1}{2} \times (6000 - 750) = \frac{1}{2} (5250) = 2625$$

ابتدا می‌بایست مساحت جانبی ستون را حساب کنیم:

$$20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

$$2 \text{ mm} = 0.002 \text{ m}$$

$$\text{مترمربع جانبی} = \text{ارتفاع} \times \text{محیط قاعده} = 5 \times (0.2) \times 3 = 1 \times 3 = 3$$

$$\text{مترمکعب رنگ مورد نیاز} = \text{ضخامت رنگ} \times \text{مساحت جانبی} = 3 \times 0.002 = 0.006$$

$$\text{محیط قاعده} = 2\pi r = 2 \times 3 \times 0.1$$

$$\text{ارتفاع} \times \text{محیط قاعده} = \text{مساحت جانبی غلتک}$$

$$= (0.1 \times 2 \times 3) \times 0.5 = 0.3$$

$$\text{مساحت دیوار} = 3 \times 5 = 15$$

$$\text{مرتبه } 50 = \frac{\text{مساحت دیوار}}{\text{مساحت جانبی غلتک}} = \frac{15}{0.3}$$

$$\text{مساحت دوزنقه‌های جانبی} = \left(\frac{4+5}{2}\right) \times 1/5 = 4/5 \times 1/5$$

$$\text{مساحت جانبی} = 4/5 \times 1/5 \times 4 = 27$$

$$\text{مساحت سقف} = 4 \times 4 = 16$$

$$\text{مساحت کل} = 27 + 16 = 43$$

$$\text{مساحت جعبه} = \underbrace{(2x \times 2x)}_{\text{مساحت کف جعبه}} + \underbrace{(4 \times 2x \times x)}_{\text{مساحت دیوارها}} = 4x^2 + 8x^2 = 12x^2$$

$$\text{مساحت مقوا} = 4x \times 5x = 20x^2$$

$$\text{مقوای استفاده نشده} = 20x^2 - 12x^2 = 8x^2$$

$$\text{ارتفاع} \times \text{محیط قاعده} = \text{مساحت جانبی}$$

$$\text{محیط قاعده} = 3 \times 3 = 9 \text{ cm}$$

$$\text{سانتی‌متر مربع} = 9 \times 13/2 = 118/8$$

هر مکعب دارای ۶ وجه و هر وجه دارای مساحت xx است، پس داریم:

$$\text{مساحت کل مکعب} = 6 \times (xx) = 6xx$$

$$S_1 = 2\pi rh$$

$$S_2 = 2\pi(2r)h = 4\pi rh = 2(2\pi rh) = 2S_1$$

$$V_1 = \pi.r.r.h$$

$$V_2 = \pi(2r)(2r)h = 4\pi.r.r.h = 4V_1$$

$$\text{مساحت نیم دایره} = \frac{5 \times 5 \times 3/14}{2} = 39/25 \text{ m}^2$$

$$\text{محیط نیم دایره} = \frac{2 \times 3/14 \times 5}{2} + 10 = 25/7 \text{ m}$$

$$\text{مساحت کل} = \text{مساحت قاعده} + 2 \times \text{مساحت جانبی}$$

$$(25/7 \times 10) + 2 \times (39/25) = 335/5 \text{ m}^2$$

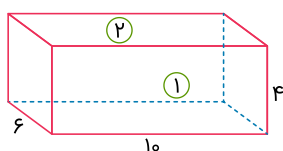
تعداد وجه‌های یک منشور n ضلعی برابر n و دارای ۲ قاعده نیز می‌باشد.

مساحت جانبی استوانه با مساحت مربع برابر است. مساحت مربع ۱۴۴ واحد مربع است، پس ضلع آن برابر ۱۲ واحد است. محیط دایره با ضلع مربع برابر است، در نتیجه داریم:

$$2 \times \pi \times r = 12 \Rightarrow 2 \times 3 \times r = 12 \Rightarrow r = \frac{12}{6} = 2$$

$$\text{قطر} : d = 2 \times r = 2 \times 2 = 4$$

ابعاد مکعب‌مستطیل کوچک $10 \times 4 \times 6$ است. تنها قسمتی که مساحتش از مکعب‌مستطیل اولیه کم شده است، وجه جلویی (شماره ۱) و عقبی (شماره ۲) از مکعب‌مستطیل کوچک هستند. که مساحت هر کدام از این وجه‌ها برابر $4 \times 10 = 40$ است. در این صورت کل مساحت کم‌شده برابر است با: $2 \times 40 = 80$



$$AB \text{ حول} \Rightarrow \text{حجم} = 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 54$$

$$AC \text{ حول} \Rightarrow \text{حجم} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

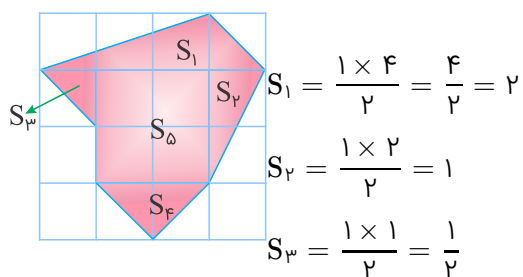
$$\Rightarrow \text{اختلاف} = 54 - 36 = 18$$

شکل حاصل استوانه‌ای خواهد بود که استوانه‌ای دیگر از آن کم شده است.

$$\Rightarrow \text{حجم استوانه کوچک} - \text{حجم استوانه بزرگ} = \text{حجم شکل خاص}$$

$$= (4 \times 4 \times 3 \times 8) - (2 \times 2 \times 3 \times 2) = 384 - 24 = 360$$

اگر شکل را شبکه‌بندی کنیم پاسخ مشخص خواهد شد.



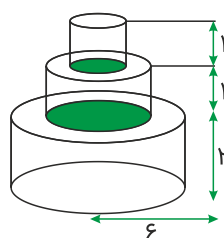
$$S_4 = \frac{2 \times 1}{2} = 1$$

$$S_5 = 2 \times 2 = 4$$

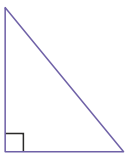
$$S_{\text{کل}} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 = 2 + 1 + \frac{1}{2} + 1 + 4 = 8 + \frac{1}{2} = 8\frac{1}{2}$$

باتوجه به اشکال، گزینه ۲ صحیح خواهد بود.

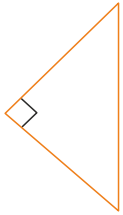
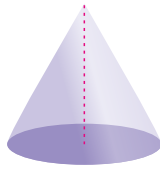
پس از دوران ۳ استوانه مشاهده خواهد شد که روی هم قرار دارند، که شعاع قاعده استوانه‌ها ۲، ۴ و ۶ است:



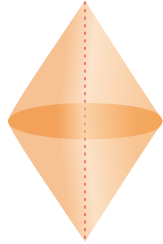
$$\text{حجم شکل‌ها} = (6 \times 6 \times \pi \times 2) + (4 \times 4 \times \pi \times 1) + (2 \times 2 \times \pi \times 1) = 72\pi + 16\pi + 4\pi = 92\pi$$



دوران حول ضلع
قائمه



دوران حول وتر



گزینه ۳

۸۹

اگر ضلع مکعبی را a برابر کنیم، مساحت جانبی و کل آن $a \times a$ برابر و حجم آن $a \times a \times a$ خواهد شد.

گزینه ۱

۹۰

$$\text{حجم} = \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع} = \frac{6 \times 5}{2} \times 9 = 135$$

گزینه ۳

۹۱

از دوران یک مستطیل حول یک ضلع آن، استوانه به دست می‌آید.

گزینه ۲

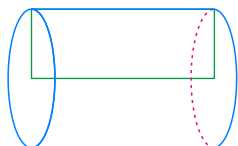
۹۲

$$\text{مساحت جانبی} = \text{محیط قاعده} \times \text{ارتفاع} = 2 \times \pi \times 2 \times 5 = 20\pi$$

$$\text{مساحت کل} = \text{مساحت جانبی} + 2 \times (\text{مساحت قاعده}) = 20\pi + 2(4\pi) = 28\pi$$

$$\Rightarrow \frac{\text{مساحت جانبی}}{\text{مساحت کل}} \times 100 = \frac{20\pi}{28\pi} \times 100 = \frac{5}{7} \times 100 \approx 71\%$$

کمترین حجم ممکن از دوران حول طول به دست می‌آید:



$$\text{حجم} = 3 \times 6 \times 6 \times 8 = 864$$

$$\text{حجم مکعب} = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ cm}^3$$

$$\frac{\text{حجم مکعب}}{\text{حجم مستطیل}} = \frac{2}{5} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = 20 \text{ cm}^3$$

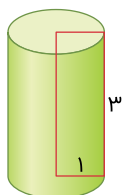
فقط مکعب مستطیلی با ابعاد گزینه ۲ دارای حجم ۲۰ سانتی‌متر مکعب است.

$$1x + 2x + 3x = 6x = 36 \Rightarrow x = \frac{36}{6} = 6$$

$$\text{اضلاع مکعب مستطیل: } 1 \times 6 = 6, 2 \times 6 = 12, 3 \times 6 = 18$$

$$\text{حجم} = 6 \times 12 \times 18 = 1296$$

از دوران این مستطیل یک استوانه به ارتفاع ۳ و شعاع قاعده ۱ به دست می‌آید:



$$\text{حجم استوانه} = (\text{مساحت قاعده}) \times \text{ارتفاع} = (1 \times 1 \times 3) \times (3) = 9$$



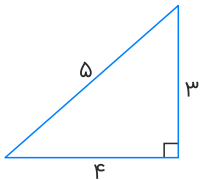
$$V = S \times h = (3 \times 3 \times 3) \times 5 = 27 \times 5 = 135$$

$$\text{حجم منشور} = \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع} = 628 \times 4 = 2512 \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم استوانه} = \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع}$$

$$\Rightarrow \text{ارتفاع} = \frac{\text{حجم استوانه}}{\text{مساحت قاعده}}$$

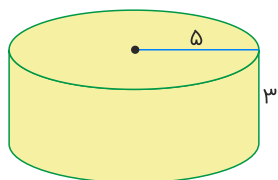
$$\Rightarrow \text{ارتفاع} = \frac{2512}{20 \times 20 \times 3/14} = \frac{2512}{1256} = 2 \text{ cm}$$



$$\text{ارتفاع} \times \text{محیط قاعده} = \text{مساحت جانبی}$$

$$\text{محیط} : 3 + 4 + 5 = 12$$

$$\text{مساحت جانبی} = 12 \times 6 = 72$$



اگر حول عرض دوران دهیم همیشه بیشترین حجم را خواهیم داشت.

$$\text{حجم} = 3 \times 5^2 \times 3 = 225$$