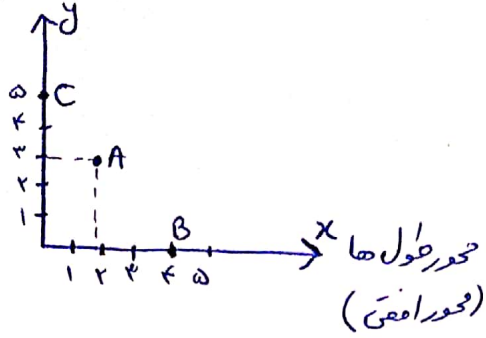


محور مختصات:

محور عرضی (محور عمودی)



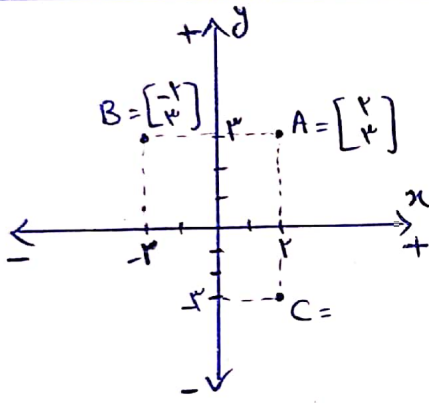
$$A = \begin{bmatrix} +2 \\ +3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \rightarrow x \\ \rightarrow y \end{matrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

نقطه روی محور طولی $\leftarrow \begin{bmatrix} عدد \\ 0 \end{bmatrix} \leftarrow$ مثل نقطه B در شکل بالا یا نقاط $\begin{bmatrix} 7 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}$

نقطه روی محور عرضی $\leftarrow \begin{bmatrix} 0 \\ عدد \end{bmatrix} \leftarrow$ مثل نقطه C در شکل بالا یا نقاط $\begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ 12 \end{bmatrix}$



نقاط A و B قرینه بدین نسبت به محور عمودی (عرضی) هستند.
 \leftarrow پس عرض آنها ثابت و طولها قرینه بدین است.

نقاط A و C قرینه بدین نسبت به محور افقی (طولی) هستند.
 \leftarrow پس طول آنها ثابت و عرض آنها قرینه بدین است.

نسبت: قرینه نقطه $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ نسبت به محور عرضی $\leftarrow \begin{bmatrix} -x \\ y \end{bmatrix} \leftarrow$ عرض ثابت، طول قرینه

نسبت به محور طولی $\leftarrow \begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix} \leftarrow$ طول ثابت، عرض قرینه

مثال: قرینه نقطه $\begin{bmatrix} +4 \\ -3 \end{bmatrix}$ نسبت به محور عرضی $\leftarrow \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \end{bmatrix}$

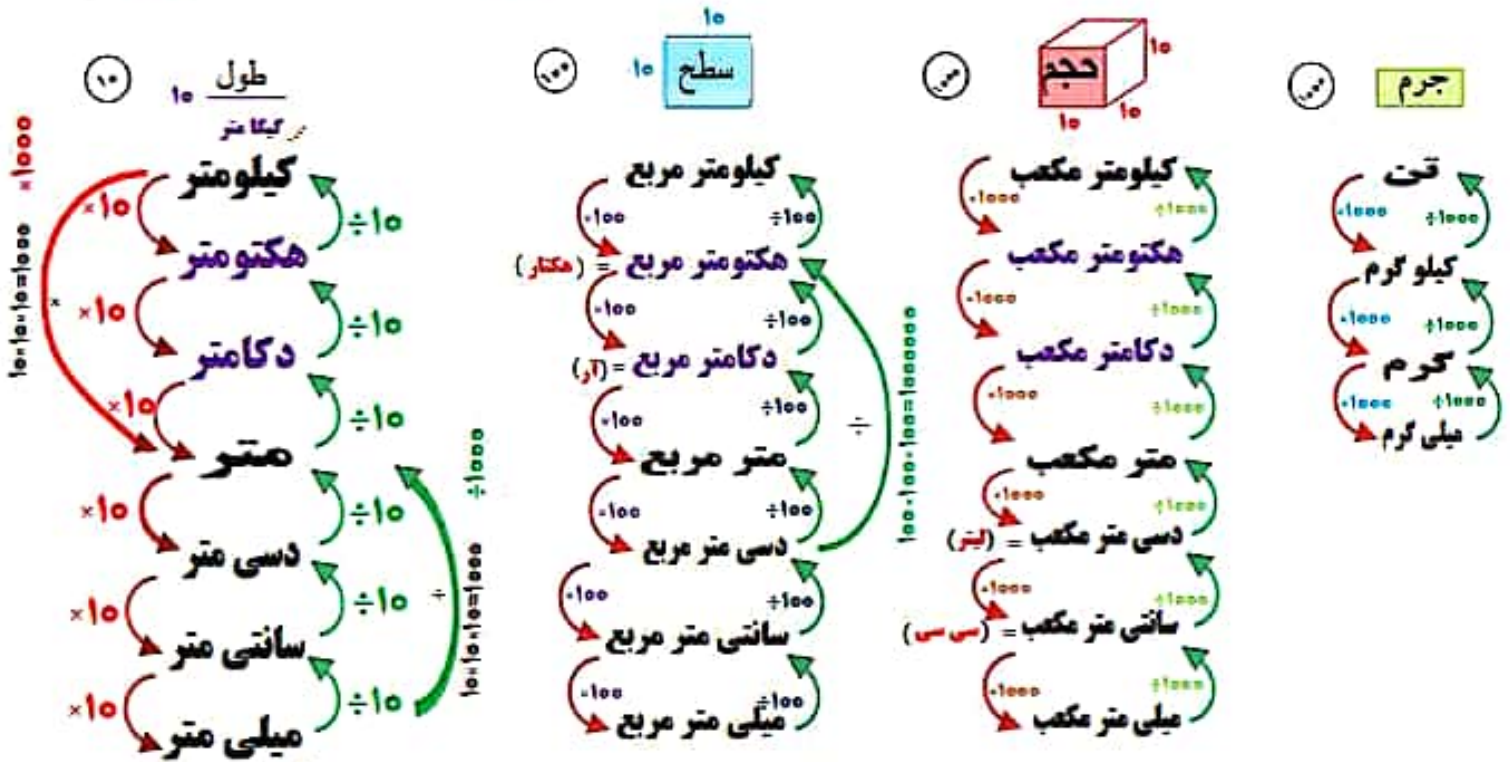
نسبت به محور طولی $\leftarrow \begin{bmatrix} +4 \\ +3 \end{bmatrix}$

قرینه نقطه $\begin{bmatrix} -7 \\ -10 \end{bmatrix}$ نسبت به محور عرضی $\leftarrow \begin{bmatrix} +7 \\ -10 \end{bmatrix}$

نسبت به محور طولی $\leftarrow \begin{bmatrix} -7 \\ +10 \end{bmatrix}$

بلکان تبدیل واحدها در ششم

\div کوچک به بزرگ
 \times بزرگ به کوچک
 بالا به پایین



نمونہ سوال تبدیل واحد:

۱- ۴۸۵۰۰ کلوگرام، چند ٹن است؟ $48500 \div 1000000 = 0.0485$ ٹن

۲- ۳۷ لیٹر، چند دسی لیٹر است؟ $37 \times 10000 = 370000$ دسی لیٹر

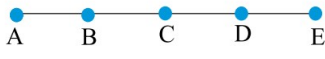
۳- ۴۸۳ سائے میٹر، چند لیٹر است؟ $483 \div 1000000 = 0.000483$ لیٹر

۴- ۷ میٹر مربع، چند سائے میٹر مربع است؟ $7 \times 10000 = 70000$ سائے میٹر مربع

۵- ۷۲،۴۵ سی سی، چند لیٹر است؟ $72,45 \div 1000 = 0.07245$ لیٹر

گزینه ۱

۱



$$AE - \underbrace{(BD + DE)}_{BE} = AE - BE = AB$$

گزینه ۴

۲

مانند معادله:

$$BE + AD - ? = BD \Rightarrow BE + AD - BD = ? \Rightarrow BE + AB = AE$$

گزینه ۳

۳

گزینه ۳ صحیح است.

گزینه ۱

۴

$$\underbrace{\overline{BD} - \overline{CD}}_{\overline{BC}} + \overline{AB} = \overline{BC} + \overline{AB} = \overline{AC}$$

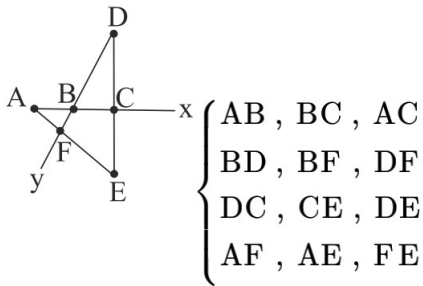
گزینه ۱

۵

برای بررسی تعداد نیم‌خطها و پاره‌خطهای موجود روی یک خط فرمول‌هایی هست ولی در شکل زیر خط نداریم پاره‌خطها و نیم‌خطها با شمارش معلوم می‌شوند.

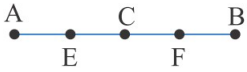
نیم‌خطها: Ax, Bx, Cx, Dy, By, Fy

پاره‌خطها:



گزینه ۱

۶



$$\begin{cases} AF = \dots\dots CB \Rightarrow \dots\dots = \frac{3}{2} \\ AC = \dots\dots AB \Rightarrow \dots\dots = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

گزینه ۳

۷

در رابطه $\overline{EF} < \overline{AB}$ به جای \overline{EF} پاره خط \overline{MN} را می‌گذاریم و به جای AB ، پاره خط مساویش یعنی GH را می‌گذاریم.

گزینه ۳

۸

$$\text{تعداد پاره خطها} = (\text{تعداد فاصلهها} \times \text{تعداد نقاط}) \div 2 = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$= (6 \times 5) \div 2 = 15$$

گزینه ۳

۹

$$\text{تعداد نیم خطها} = \text{تعداد نقاط} \times 2 = 7 \times 2 = 14$$

گزینه ۳

۱۰

$$2 \times 4 = 8$$

گزینه ۳

۱۱

تعداد پاره خطهای به وجود آمده از قرار دادن n نقطه روی یک خط:

$$\frac{n(n-1)}{2} = \frac{8 \times (8-1)}{2} = 28$$

گزینه ۳

۱۲

$$\left. \begin{matrix} a > b \\ b = c \end{matrix} \right\} \Rightarrow a > c$$

گزینه ۳

۱۳

باتوجه به شکل گزینه ۳ داریم:

$$\overline{AD} + \overline{DC} + \overline{CK} = \overline{KB} + \overline{BF} + \overline{AF} \Rightarrow \overline{AD} + \overline{CK} - \overline{BF} = \overline{KB} + \overline{AF} - \overline{DC}$$

گزینه ۴

۱۴

از تلفیق نامساوی اول و سوم داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{EF} < \overline{AB} \\ \overline{AB} < \overline{MN} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{EF} < \overline{AB} < \overline{MN} \Rightarrow \overline{EF} < \overline{MN}$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{CD} < \overline{MN} \\ \overline{AB} < \overline{MN} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{در مورد } \overline{AB} \text{ و } \overline{CD} \text{ نمی شود نظر داد}$$

هردوی \overline{AB} , \overline{CD} از \overline{MN} کوچک ترند، اما در مورد مقایسه آنها اطلاعاتی نداریم.

گزینه ۳

۱۵

استفاده از راهبرد حل مسئله ساده تر:

$$\text{نقطه ۲} \Rightarrow \frac{۲ \times (۲ - ۱)}{۲} = \text{پاره خط ۱}$$

$$\text{نقطه ۳} \Rightarrow \frac{۳ \times (۳ - ۱)}{۲} = \text{پاره خط ۳}$$

$$\text{نقطه ۴} \Rightarrow \frac{۴ \times (۴ - ۱)}{۲} = \text{پاره خط ۶}$$

$$\text{نقطه ۵} \Rightarrow \frac{۵ \times (۵ - ۱)}{۲} = \text{پاره خط ۱۰}$$

$$\text{نقطه ۱۲} \Rightarrow \frac{۱۲ \times (۱۲ - ۱)}{۲} = ۶ \times ۱۱ = ۶۶$$

۶۶ پاره خط ایجاد خواهد شد.

گزینه ۲

۱۶

باتوجه به شکل داریم:

$$AC = ۲CD \quad , \quad CE = ۳AB$$

شکل را رسم می‌کنیم و سپس نام‌گذاری:



مجموعاً شش پاره‌خط \Rightarrow : پاره‌خط‌ها $\left\{ \begin{array}{l} AB \\ BC \\ CD \\ AC \\ AD \\ BD \end{array} \right.$

در مربع همه اضلاع باهم مساوی‌اند، پس:

$$AB = BC = CD = AD$$

شکل درست گزینه ۱:

$$AM = \frac{3}{4}BC$$

شکل درست گزینه ۲:

$$BC = \frac{4}{3}AM$$

شکل درست گزینه ۴:

$$MB = \frac{1}{4}DC$$

با استفاده از عبارتهای $a > c$ و $b > c$ نتیجه می‌شود که $a > b$.

بررسی گزینه‌ها:

$$۱) \begin{cases} AC = AB + BC = AB + ۳AB = ۴AB \\ CD = ۲AB \end{cases} \Rightarrow AC = ۲CD \quad \checkmark$$

$$۲) \begin{cases} BC = ۳AB \\ CD = ۲AB \end{cases} \Rightarrow BC = \frac{۳}{۲}CD \quad \checkmark$$

$$۳) AB + BC = AC \neq AD$$

$$۴) AB + CD = AB + ۲AB = ۳AB = BC \quad \checkmark$$

باتوجه به نابرابری‌ها در مثلث، عبارت‌های ۱، ۲ و ۴ به ترتیب در مثلث‌های $\triangle AMD$ ، $\triangle BCD$ و $\triangle MBD$ درست هستند.
عبارت گزینه "۳" نادرست است.
شکل صحیح عبارت گزینه "۳":

$$MD + BD > MB = DC$$

بررسی موارد:

الف) نادرست - در مثلث ABC داریم:

$$AC < \overset{AN}{\uparrow} AB + \underset{CM}{\downarrow} BC$$

ب) درست

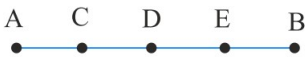
$$\begin{cases} AD = BC \text{ مربع} \\ BC = BM \text{ مثلث متساوی‌الاضلاع} \end{cases} \Rightarrow AD = BM$$

ج) درست

$$\underset{BN}{\downarrow} AB + \underset{BM}{\downarrow} BC = BN + BM$$

بنابراین دو مورد درست است.

شکل موردنظر را رسم می‌کنیم.



$$\begin{cases} \overline{AE} = \frac{3}{2} \overline{DB} \\ \overline{CD} = \frac{1}{3} \overline{CB} \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{3} = \frac{9+2}{6} = \frac{11}{6}$$

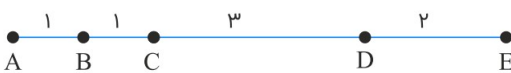
روش اول:

$$\left. \begin{array}{l} CE = CD + DE \\ \frac{CD}{3} = AB \Rightarrow CD = 3AB \\ \frac{DE}{2} = AB \Rightarrow DE = 2AB \end{array} \right\} \Rightarrow CE = 3AB + 2AB = 5AB$$

$$\left. \begin{array}{l} AD = AB + BC + CD \\ BC = AB \\ CD = 3AB \end{array} \right\} \Rightarrow AD = AB + AB + 3AB = 5AB$$

$$\Rightarrow CE = AD$$

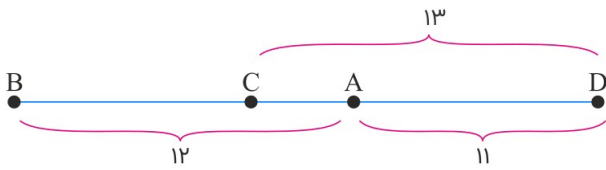
روش دوم: اگر فرض کنیم AB برابر یک باشد مسئله به صورت شکل زیر خواهد بود. به راحتی مشخص است که AD و CE باهم برابرند.



$$CE = 3 + 2 = 5$$

$$AD = 1 + 1 + 3 = 5$$

از اعداد داده شده ترتیب نقاط به شکل زیر است:



پس بیشترین فاصله دو نقطه مربوط به فاصله B و D است.

$$BD = 12 + 13 = 25$$

$$\frac{\overline{AE}}{\overline{CD}} = \frac{3}{1}$$

وقتی ۱۸ نیم خط روی یک خط پدید آمده، یعنی ۹ نقطه روی آن وجود داشته است. باتوجه به تعداد نقاط، تعداد پاره خط‌های روی خط با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\text{تعداد نقاط} \times (\text{تعداد نقاط} - 1)}{2} = \frac{9 \times (9 - 1)}{2} = 36$$

۳۶ تا پاره خط به وجود می‌آید.

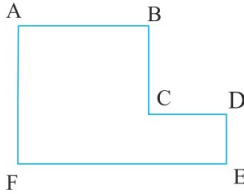
(برای به دست آوردن رابطه می‌توان از راهبرد الگویابی و حل مسئله ساده‌تر استفاده کرد.)

$$\overline{DE} = ۱$$

$$\overline{DE} = \frac{۱}{۲}\overline{CD} \Rightarrow \overline{CD} = ۲$$

$$\overline{DE} = \frac{۱}{۳}\overline{BC} \Rightarrow \overline{BC} = ۳$$

$$\overline{DE} = \frac{۱}{۴}\overline{AB} \Rightarrow \overline{AB} = ۴$$



$$\begin{cases} \overline{AF} = \overline{BC} + \overline{DE} = ۳ + ۱ = ۴ \\ \overline{EF} = \overline{AB} + \overline{CD} = ۴ + ۲ = ۶ \end{cases} \Rightarrow ۴ + ۶ = ۱۰$$

طبق شکل داریم:

$$\overline{MN} = \overline{EF} \quad (۱) \text{ رابطه}$$

$$\overline{EF} < \overline{AB} \quad (۲) \text{ رابطه}$$

$$\overline{GH} = \overline{AB} \quad (۳) \text{ رابطه}$$

در رابطه ۲ به جای \overline{EF} پاره‌خط مساوی‌اش یعنی \overline{MN} را قرار می‌دهیم و به جای \overline{AB} پاره‌خط مساوی‌اش یعنی \overline{GH} را قرار می‌دهیم، پس خواهیم داشت $\overline{MN} < \overline{GH}$ که همان رابطه گزینه ۳ است.

$$\frac{\overline{AG}}{\overline{CF}} + \frac{\overline{BF}}{\overline{EG}} = \frac{۶}{۳} + \frac{۴}{۲} = ۲ + ۲ = ۴$$

نیم‌خط‌ها: $At, Bt, Cz, Bz, Ax, Dx, Cy, Dy$

پاره‌خط‌ها: $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{AD}$

تعداد نیم‌خط‌ها: ۸

تعداد پاره‌خط‌ها: ۴

اختلاف آن‌ها: $۸ - ۴ = ۴$

$$(\overline{AE} - \overline{DE}) = \dots\dots (\overline{BD} + \overline{DG}) \Rightarrow \overline{AD} = \dots\dots \overline{BG} \Rightarrow \overline{AD} = \frac{۳}{۵}\overline{BG}$$

گزینه ۱

۳۳

در این شکل چهار نیم‌خط به نام‌های Fy , Dy , Ey , Cy وجود دارد.

پاره‌خط‌ها به دو گروه تقسیم می‌شوند:

۱) \overline{AD} , \overline{AB} , \overline{BC} در مجموع سه پاره‌خط

۲) با نقاط C , E , D و F نیز ۶ پاره‌خط از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{تعداد پاره‌خط‌ها} = \frac{n(n-1)}{2} \xrightarrow{n=4} \frac{4(3)}{2} = 6 \quad \{\overline{CE}, \overline{CD}, \overline{CF}, \overline{ED}, \overline{EF}, \overline{DF}\}$$

پس در مجموع ۹ پاره‌خط داریم.

گزینه ۴

۳۴

شکل درست گزینه "۴": $AE - CE = AC$

گزینه ۳

۳۵

مطابق شکل موارد "الف"، "ب"، "د" و "ه" درست هستند و مورد "ج" نادرست است.

گزینه ۱

۳۶

تنها گزینه "۱" درست است. شکل صحیح سایر گزینه‌ها:

۲) $a > b$

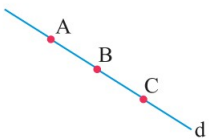
۳) $a > d$

۴) $c < d$

گزینه ۳

۳۷

دلیل نادرستی: ممکن است هر سه نقطه مانند شکل زیر روی یک خط باشد. خط d از نقاط A و B و C گذشته است.



گزینه ۳

۳۸

باتوجه به روابط بین اضلاع هر مثلث گزینه "۳" نادرست است و باید داشته باشیم $AC < AD + DC$.

گزینه ۱

۳۹

اندازه هر پاره خط را جایگزین می‌کنیم:

$$\frac{AE - CD}{BC + DF} = \frac{۴ - ۱}{۱ + ۲} = \frac{۳}{۳} = ۱$$

گزینه ۲

۴۰

نقاط روی پاره خط را کامل می‌کنیم:

