

گزینه ۳

۱

می‌دانیم که در یک منشور n پهلو:

$$\text{تعداد رأس‌ها} = 2n \xrightarrow{n=7} 2 \times 7 = 14$$

$$\text{تعداد وجه‌های جانبی} = n \xrightarrow{n=7} 7$$

$$\text{تعداد وجه‌ها} = 7$$

$$\text{تعداد یال‌ها} = 3n \xrightarrow{n=7} 3 \times 7 = 21$$

گزینه ۴

۲

$$8^3 = \text{حجم مکعب به ضلع } 8$$

$$4^3 = \text{حجم مکعب به ضلع } 4$$

$$\frac{8^3}{4^3} = 2^3 = 8$$

گزینه ۴

۳

$$\text{تعداد رأس‌ها } 2 \times 6 = 12 \quad \text{تعداد یال‌ها } 3 \times 6 = 18$$

$$12 + 18 = 30$$

گزینه ۳

۴

تعداد یال‌های یک منشور n پهلو برابر با $3n$ است.

$$\text{تعداد یال‌ها : در منشور } 5 \text{ پهلو} = 3 \times 5 = 15$$

گزینه ۲

۵

$$\text{تعداد وجه‌های جانبی } 6 = 8 - 2$$

تعداد وجه‌های جانبی با تعداد اضلاع قاعده برابر است، بنابراین منشور ۶ ضلعی است.

گزینه ۲

۶

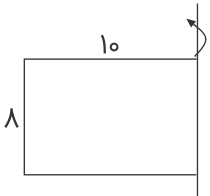
گزینه ۲ صحیح است.

ارتفاع \times محیط قاعده = مساحت جانبی

ارتفاع \times مساحت قاعده = حجم

مساحت جانبی و حجم مکعب مستطیل با ارتفاع متناسب است، پس اگر ارتفاع a برابر شود، مساحت جانبی و حجم نیز a برابر می‌شود.

برای داشتن بیشترین حجم باید مستطیل حول عرض دوران یابد.



استوانه تولیدشده در فرمول محاسبه مساحت قاعده πr^2 نیاز به عدد بزرگ‌تر دارد که به توان ۲ برسد.

$$\text{مساحت قاعده} = \pi r^2 = 3(10)^2 = 300$$

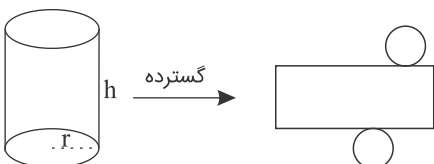
$$\text{حجم} = \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع} = 300 \times 8 = 2400$$

مساحت دو قاعده + مساحت جانبی = مساحت کل

مساحت دو دوزنقه (قاعده‌ها) + ارتفاع \times محیط قاعده = مساحت کل

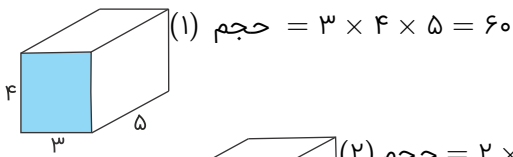
$$= (5 + 3 + 6 + 2) \times 5 + 2 \left(\frac{(5 + 6) \times 4}{4} \right) = 16 \times 5 + 2 \times 11 = 80 + 22 = 102$$

این منشور با قاعده ۶ ضلعی دارای ۶ وجه جانبی است و هر وجه با ۳ سطح برخورد دارد که این محل برخوردها یال می‌باشند: $3 \times 6 = 18$

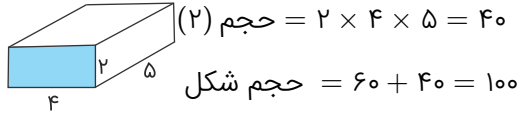


سطح جانبی استوانه از مستطیل تشکیل شده است.

بهتر است شکل را به ۲ مکعب مستطیل تفکیک کنیم:
مکعب مستطیل شماره (۱) به ابعاد ۴، ۳ و ۵:



$$\text{حجم (۱)} = ۳ \times ۴ \times ۵ = ۶۰$$



$$\text{حجم (۲)} = ۲ \times ۴ \times ۵ = ۴۰$$

$$\text{حجم شکل} = ۶۰ + ۴۰ = ۱۰۰$$

مکعب شماره (۲) به ابعاد ۴، ۲ و ۵:

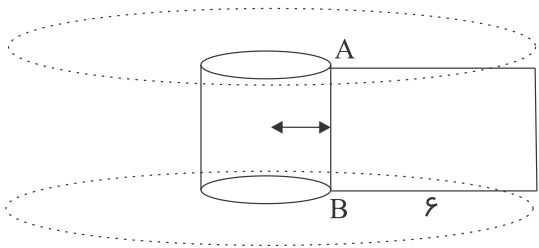
اگر زرد وجه جانبی مکعب باشد کنار سفید نمی‌تواند قرار گیرد.

محل برخورد سطح‌ها یال می‌باشد و هر سطح با ۳ سطح دیگر برخورد داشته است.

$$۳ \times ۱۰ = ۳۰$$

حجم‌های منشوری دارای ۲ قاعده در ۲ صفحه موازی هستند ولی مخروط دارای ۱ قاعده می‌باشد.

با دوران مستطیل حول خط d استوانه داریم ولی چون فاصله بین مستطیل و خط d وجود دارد فضای تو خالی داریم یعنی استوانه‌ای تو خالی (استوانه‌ای که یک استوانه کوچک داخل آن خالی شده است).



$$\text{حجم استوانه بزرگ} = \underbrace{(۸ \times ۸ \times \pi)}_{۶۴\pi} \times ۳ = ۱۹۲\pi$$

$$\text{حجم استوانه داخلی} = \underbrace{(۲ \times ۲ \times \pi)}_{۴\pi} \times ۳ = ۱۲\pi$$

$$\text{حجم شکل} : ۱۹۲\pi - ۱۲\pi = ۱۸۰\pi$$

در نمای روبه‌رو ۴ مکعب در ردیف اول و در ردیف دوم از روبه‌رو ۲ مکعب و یک مکعب هم زیر آن‌ها و در ردیف سوم ۳ مکعب از روبه‌رو دیده می‌شود که ۳ مکعب هم زیر آن‌ها است که در مجموع ۱۳ مکعب داریم.

بهتر است که شکل به مکعب مستطیل‌هایی تفکیک شود:

(۱) مکعب مستطیل با ابعاد: $۷ \times ۵ \times ۸$

(۲) مکعب مستطیل با ابعاد: $۵ \times ۵ \times (۸ - x)$

$$V_1 = 7 \times 5 \times 8 = 280$$

$$V_2 = 5 \times 5 \times (8 - x) = 25(8 - x)$$

$$\text{کل } V = V_1 + V_2 = 405 \Rightarrow 280 + 25(8 - x) = 405$$

$$\Rightarrow 280 + 200 - 25x = 405 \Rightarrow 480 - 405 = 25x$$

$$\Rightarrow 75 = 25x \Rightarrow 3 = x$$

ابتدا ۲۷ لیتر را به سانتی‌متر مکعب تبدیل می‌کنیم.

$$27 \times 1000 = 27000 \quad \text{سانتی‌متر مکعب}$$

بیشترین ارتفاع وقتی صورت می‌گیرد که ابعاد قاعده کمترین ابعاد را داشته باشد یعنی: (30×45)

$$\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \text{حجم}$$

$$\text{حجم} = (30 \times 45) \times h = 27000 \Rightarrow 1350 \times h = 27000 \Rightarrow h = 20 \text{ cm}$$

حجم

اگر مکعب اولیه را به ضلع ۱ در نظر بگیریم:

$$\text{مساحت کل مکعب قدیم} = 6 \times (1)^2 = 6$$

$$\text{مساحت کل مکعب جدید} = 6 \times (\text{ضلع})^2 = 6a^2$$

$$\frac{\text{مساحت کل مکعب جدید}}{\text{مساحت کل مکعب قدیم}} = \frac{6a^2}{6} = a^2$$

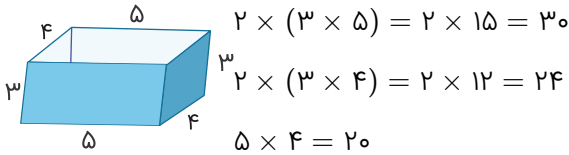
ابتدا حجم جعبه و سپس حجم مکعب‌ها محاسبه می‌شود.

$$\text{حجم جعبه} = 6 \times 12 \times 18$$

$$\text{حجم مکعب‌ها} = 6 \times 6 \times 6$$

$$\frac{\text{حجم جعبه}}{\text{حجم مکعب‌ها}} = \frac{6^1 \times 12^2 \times 18^3}{6^1 \times 6^1 \times 6^1} = 6$$

جعبه روباز دارای ۴ وجه جانبی و ۱ قاعده می‌باشد.



$$2 \times (3 \times 5) = 2 \times 15 = 30$$

$$2 \times (3 \times 4) = 2 \times 12 = 24$$

$$5 \times 4 = 20$$

$$S = 30 + 24 + 20 = 74$$

وجه ۱ روبروی وجه ۵ قرار می‌گیرد.

حجم‌های منشوری بین ۲ صفحه موازی قرار دارند.

وجه جانبی = دو قاعده - تعداد وجوه

$$9 - 2 = 7$$

در برخورد هر وجه جانبی با قاعده ۲ رأس به وجود می‌آید.

$$\text{تعداد راس‌ها} = 2 \times 7 = 14$$

$$V = a \times a \times a = a^3$$

$$S_{\text{جانبی}} = 4(a \times a) = 4a^2$$

$$S_{\text{کل}} = S_{\text{جانبی}} + 2S_{\text{قاعده}} = 4a^2 + 2a^2 = 6a^2$$

$$a^3 = 2(6a^2) \Rightarrow a^3 = 12a^2$$

$$a = 12$$

$$S_{\text{جانبی}} = 4(a \times a) = 4a^2 = 4(12 \times 12) = 4 \times 144 = 576$$

بال: محل برخورد سطوح

قاعده ۷ ضلعی منشور دارای ۷ وجه جانبی می‌باشد که هر وجه با وجه کناری خود و قاعده‌ها برخورد دارد یعنی با ۳ سطح برخورد می‌کند. پس:

$$3 \times 7 = 21$$

$$\text{حجم} = \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \frac{(۴ + ۷) \times ۶}{۲} \times ۵ = ۳۳ \times ۵ = ۱۶۵$$

$$\frac{\text{حجم جعبه}}{\text{حجم مکعب}} = \frac{۴ \times ۶ \times ۱۲}{۲ \times ۲ \times ۲} = ۳۶$$

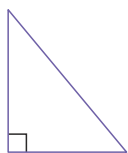
می‌دانیم تعداد یال‌های منشور ۳ برابر تعداد ضلع‌های یک قاعده‌اش است و تعداد وجه‌های منشور برابر با تعداد ضلع‌های یک قاعده (وجه‌های جانبی) به اضافه ۲ (دو قاعده) است.

$x =$ تعداد ضلع‌های یک قاعده

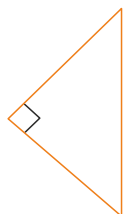
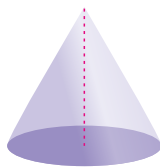
$$\underbrace{3x}_{\text{تعداد یال‌ها}} + \underbrace{x+2}_{\text{تعداد وجه‌ها}} = 30$$

$$4x = 30 - 2 \Rightarrow 4x = 28 \Rightarrow x = \frac{28}{4} = 7$$

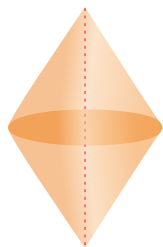
پس قاعده منشور هفت ضلعی است. بنابراین ۲۱ یال و ۹ وجه دارد و تعداد رأس‌های منشور برابر با دو برابر تعداد ضلع‌های قاعده است؛ یعنی $14 = 7 \times 2$. پس این منشور ۱۴ رأس دارد.



دوران حول ضلع قائمه



دوران حول وتر



گزینه ۲

۳۲

$$\text{حجم استخر} = ۴ \times ۶ \times ۳۰ = ۷۲۰ \text{ m}^3$$

$$۷۲۰ \times ۱۰۰۰ = ۷۲۰۰۰۰ \text{ لیتر}$$

$$۱ - \frac{۳}{۴} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \text{حجم باقی مانده} = \frac{۱}{۴} \times ۷۲۰۰۰۰ = ۱۸۰۰۰۰$$

گزینه ۳

۳۳

اگر ضلع مکعبی را a برابر کنیم، مساحت جانبی و کل آن $a \times a$ برابر و حجم آن $a \times a \times a$ خواهد شد.

گزینه ۱

۳۴

$$\text{حجم} = \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع} = \frac{۶ \times ۵}{۲} \times ۹ = ۱۳۵$$

گزینه ۱

۳۵

هر مکعب ۱۲ یال برابر با هم دارد. پس اندازه یک یال برابر است با: $۴۸ \div ۱۲ = ۴ \text{ cm}$

$$\text{حجم مکعب} = ۴ \times ۴ \times ۴ = ۶۴ \text{ cm}^3 = ۶۴ \text{ cc}$$

گزینه ۲

۳۶

$$۲۴ = \text{یال عمودی وصل کننده قاعده‌ها} + ۸ \text{ ضلع قاعده پایین} + ۸ \text{ ضلع قاعده بالا} = \text{تعداد یال‌ها}$$

$$۱۰ = \text{قاعده} + ۲ \text{ وجه جانبی} = \text{تعداد وجه‌ها}$$

$$\Rightarrow ۲۴ - ۱۰ = ۱۴$$

گزینه ۳

۳۷

یک وجه از این ۱۵ وجه قاعده هرم است بنابراین این هرم یک قاعده ۱۴ ضلعی دارد پس ۱۴ یال از رأس هرم به رأس‌های این ۱۴ ضلعی وصل می‌کند و ۱۴ یال دیگر هم ضلع‌های قاعده‌اند: $۱۴ + ۱۴ = ۲۸$

گزینه ۲

۳۸

هر مکعب ۸ رأس و ۱۲ یال دارد:

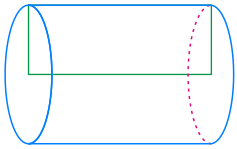
$$۸ + ۱۲ = ۲۰$$

گزینه ۳

۳۹

از دوران یک مستطیل حول یک ضلع آن، استوانه به دست می‌آید.

کمترین حجم ممکن از دوران حول طول به دست می‌آید:



$$\text{حجم} = 3 \times 6 \times 6 \times 8 = 864$$

$$\text{حجم مکعب} = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ cm}^3$$

$$\frac{\text{حجم مکعب}}{\text{حجم مستطیل}} = \frac{2}{5} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = 20 \text{ cm}^3$$

فقط مکعب مستطیلی با ابعاد گزینه "۲" دارای حجم ۲۰ سانتی‌متر مکعب است.

هرم با قاعده مثلث این ویژگی را دارد که از چهار وجه تشکیل شده است.

شکل داده شده گسترده منشور است.

وجه e مقابل وجه x قرار می‌گیرد.

$$\text{حجم مکعب} = 40 \times 40 \times 40 = 64000, \quad \text{شعاع} = \frac{40}{2} = 20$$

$$\text{حجم استوانه} = \pi \times r \times r \times h = 3/14 \times 20 \times 20 \times 40 = 50240$$

$$\text{حجم فضای خالی بین استوانه و مکعب} = 64000 - 50240 = 13760$$

$$\text{مساحت جعبه} = \underbrace{(2x \times 2x)}_{\text{مساحت کف جعبه}} + \underbrace{(4 \times 2x \times x)}_{\text{مساحت دیوارها}} = 4x^2 + 8x^2 = 12x^2$$

$$\text{مساحت مقوا} = 4x \times 5x = 20x^2$$

$$\text{مقوای استفاده نشده} = 20x^2 - 12x^2 = 8x^2$$

گزینه ۳

۴۷

$$1x + 2x + 3x = 6x = 36 \Rightarrow x = \frac{36}{6} = 6$$

اضلاع مکعب مستطیل : $1 \times 6 = 6$, $2 \times 6 = 12$, $3 \times 6 = 18$

$$\text{حجم} = 6 \times 12 \times 18 = 1296$$

گزینه ۱

۴۸

در مکعب ۸ رأس و ۱۲ یال وجود دارد.

$$8 \times 12 = 96$$

گزینه ۱

۴۹

سانتی‌متر مکعب $400 = 20 \times 5 \times 4 =$ حجم مکعب مستطیل

سانتی‌متر مکعب $280 = \frac{70}{100} \times 400 =$ حجم آب داخل مکعب مستطیل

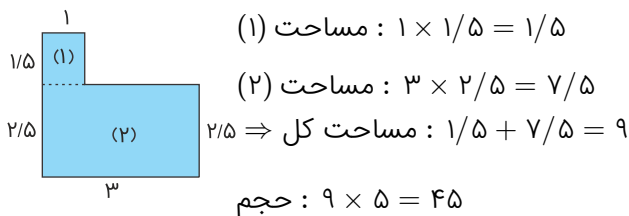
$280 = 4 \times 5 \times p \Rightarrow$ حجم آب در مکعب مستطیل قائم

$$p = \frac{280}{20} = 14 \text{ سانتی‌متر}$$

گزینه ۴

۵۰

حجم منشور از حاصل ضرب مساحت قاعده در ارتفاع به دست می‌آید.



گزینه ۴

۵۱

هر سطح دارای ۵ رأس است، پس در کل ۱۰ رأس دارد. هر سطح ۵ یال دارد و ۵ یال نیز آن‌ها را به هم وصل کرده که در کل ۱۵ یال دارد.

گزینه ۲

۵۲

در هر منشور تعداد رأس‌های آن دو برابر تعداد وجه‌های جانبی است.

مساحت مستطیل بالایی + مساحت مستطیل پایینی = مساحت قاعده = $(1 \times 7) + (2 \times 4)$

متر مربع $= 7 + 8 = 15$

متر مکعب $= 15 \times 9 = 135$ حجم شکل

ارتفاع \times محیط قاعده = مساحت جانبی

محیط قاعده $= 3 \times 3 = 9$ cm

سانتی‌متر مربع $= 9 \times 13/2 = 118/8$

هر مکعب دارای ۶ وجه و هر وجه دارای مساحت xx است، پس داریم:

مساحت کل مکعب $= 6 \times (xx) = 6xx$

حجم آب بالآمده = حجم توپ $= 3/14 \times 20 \times 20 \times 4 = 5024$

$V_1 = V_2 \Rightarrow \pi r_1 r_1 h_1 = \pi r_2 r_2 h_2$

$\begin{cases} r_2 = ar_1 \\ h_2 = 9h_1 \end{cases} \Rightarrow \pi r_1 r_1 h_1 = \pi (ar_1)(ar_1)(9h_1)$

$\Rightarrow \cancel{\pi r_1 r_1 h_1} = \cancel{\pi} a a r_1 r_1 \times 9 \cancel{h_1} \Rightarrow 1 = 9a \times a$

$\Rightarrow a \times a = \frac{1}{9} \Rightarrow a = \frac{1}{3}$

فرمول حجم مکعب مستطیل را نوشته و معادله را حل می‌کنیم.

$(2 \times a) \times (3 \times a) \times (4 \times a) = 24 \Rightarrow 24 \times a \times a \times a = 24$

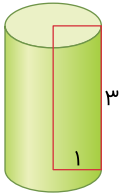
$\Rightarrow a \times a \times a = \frac{24}{24} = 1 \Rightarrow a = 1$

هر مکعب از ۱۲ یال مساوی تشکیل شده است، پس:

$$\text{اندازه یک یال} = ۳۶ \div ۱۲ = ۳ \text{ cm}$$

$$\text{سانتی‌متر مکعب} = ۳ \times ۳ \times ۳ = ۲۷ : \text{حجم مکعب}$$

از دوران این مستطیل یک استوانه به ارتفاع ۳ و شعاع قاعده ۱ به دست می‌آید:



$$\text{حجم استوانه} = (مساحت قاعده) \times \text{ارتفاع} = (۱ \times ۱ \times ۳) \times (۳) = ۹$$

مقدار آبی که هر دقیقه وارد می‌شود:

$$۴ \text{ لیتر} = ۴ \times (۱۰۰۰ \text{ سانتی‌متر مکعب}) = ۴۰۰۰ \text{ cm}^۳$$

مقدار طول و عرض برابر است با ۲ متر یعنی ۲۰۰ cm، پس ارتفاع را حساب کنیم.

$$۲۰۰ \times ۲۰۰ \times \text{ارتفاع} = ۴۰۰۰ \Rightarrow ۴۰۰۰۰ \times \text{ارتفاع} = ۴۰۰۰$$

$$\Rightarrow \text{ارتفاع} = \frac{۴۰۰۰}{۴۰۰۰۰} = ۰/۱ \text{ cm}$$

هنگامی که تعداد اضلاع زیاد شود، شکل قاعده به دایره نزدیک می‌شود و در نتیجه شکل منشور شبیه استوانه خواهد شد.

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \pi \times r_1 \times r_1 \times h_1 = \pi(xr_1) \times (xr_1) \times h_1 \Rightarrow \cancel{r_1} \times \cancel{r_1} = x \times x \times \cancel{r_1} \times \cancel{r_1} \times 9$$

$$\Rightarrow x \times x = \frac{1}{9} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$S_1 = 2\pi rh$$

$$S_2 = 2\pi(2r)h = 4\pi rh = 2(2\pi rh) = 2S_1$$

$$V_1 = \pi.r.r.h$$

$$V_2 = \pi(2r)(2r)h = 4\pi.r.r.h = 4V_1$$



$$V = S \times h = (3 \times 3 \times 3) \times 5 = 27 \times 5 = 135$$

$$\text{مساحت نیم دایره} = \frac{5 \times 5 \times 3/14}{2} = 39/25 \text{ m}^2$$

$$\text{محیط نیم دایره} = \frac{2 \times 3/14 \times 5}{2} + 10 = 25/7 \text{ m}$$

$$\text{مساحت کل} = \text{مساحت قاعده} + 2 \times \text{مساحت جانبی}$$

$$(25/7 \times 10) + 2 \times (39/25) = 335/5 \text{ m}^2$$

تعداد وجه‌های یک منشور n ضلعی برابر n و دارای ۲ قاعده نیز می‌باشد.

تعداد یال‌ها: ۶ یال قاعده پایین + ۶ یال قاعده بالا + ۶ یال متصل از قاعده پایین به بالا

$$\text{مجموع یال‌ها} : 3 \times 6 = 18$$

تعداد وجه‌ها: ۶ وجه جانبی + ۲ قاعده

$$\text{مجموع وجه‌ها} : 6 + 2 = 8$$

$$\text{مجموع یال‌ها و وجه‌ها} : 18 + 8 = 26$$

هر مکعب ۸ رأس، ۶ وجه و ۱۲ یال دارد.

$$8 + 6 + 12 = 26$$

حجم‌های منشوری بین دو صفحه موازی قرار می‌گیرند.

گزینه ۱

۷۱

$$\text{حجم} = \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع} = (\pi \times 1 \times 1) \times 5 = 15$$

گزینه ۳

۷۲

هر شکلی که ساخته باشیم چون با مقوایی مستطیل شکل به ابعاد ۸۰ سانتی‌متر در ۵۰ سانتی‌متر ساخته‌ایم. پس مساحت مقوا با مساحت کل شکل برابر خواهد بود.

$$0/5 \text{ m} = 50 \text{ cm} \Rightarrow 80 \times 50 = 4000 \text{ cm}^2$$

گزینه ۲

۷۳

مساحت جانبی استوانه با مساحت مربع برابر است. مساحت مربع ۱۴۴ واحد مربع است، پس ضلع آن برابر ۱۲ واحد است. محیط دایره با ضلع مربع برابر است، در نتیجه داریم:

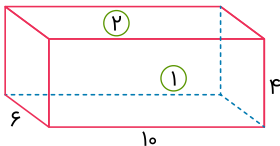
$$2 \times \pi \times r = 12 \Rightarrow 2 \times 3 \times r = 12 \Rightarrow r = \frac{12}{6} = 2$$

$$\text{قطر} : d = 2 \times r = 2 \times 2 = 4$$

گزینه ۴

۷۴

ابعاد مکعب‌مستطیل کوچک $10 \times 4 \times 6$ است. تنها قسمتی که مساحتش از مکعب‌مستطیل اولیه کم شده است، وجه جلویی (شماره ۱) و عقبی (شماره ۲) از مکعب‌مستطیل کوچک هستند. که مساحت هر کدام از این وجه‌ها برابر $4 \times 10 = 40$ است. در این صورت کل مساحت کم‌شده برابر است با: $2 \times 40 = 80$



گزینه ۲

۷۵

$$\text{حجم منشور} = \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع} = 628 \times 4 = 2512 \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم استوانه} = \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع}$$

$$\Rightarrow \text{ارتفاع} = \frac{\text{حجم استوانه}}{\text{مساحت قاعده}}$$

$$\Rightarrow \text{ارتفاع} = \frac{2512}{20 \times 20 \times 3/14} = \frac{2512}{1256} = 2 \text{ cm}$$

گزینه ۳

۷۶

تعداد کل سطح‌های یک منشور از دو قاعده و وجه‌های جانبی تشکیل شده است، پس داریم:

$$\text{تعداد وجه‌های جانبی} = 9 - 2 = 7$$

$$\text{تعداد رأس‌ها} = 7 \times 2 = 14$$

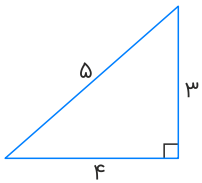
گزینه ۱

۷۷

$$(3 \times a) \times (2 \times a) \times a = 6 \Rightarrow 6 \times a \times a \times a = 6 \Rightarrow a \times a \times a = 1 \Rightarrow a = 1$$

گزینه ۴

۷۸



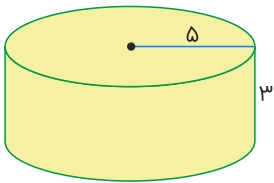
ارتفاع \times محیط قاعده = مساحت جانبی

$$\text{محیط} : 3 + 4 + 5 = 12$$

$$\text{مساحت جانبی} = 12 \times 6 = 72$$

گزینه ۱

۷۹



اگر حول عرض دوران دهیم همیشه بیشترین حجم را خواهیم داشت.

$$\text{حجم} = 3 \times 5^2 \times 3 = 225$$

گزینه ۲

۸۰

$$\text{حجم منشور با قاعده ربع دایره} : \frac{3 \times 3 \times 3}{4} \times 4 = 27$$

$$\text{حجم مکعب مستطیل} : 3 \times 3 \times 4 = 36 \Rightarrow \text{حجم کل} = 27 + 36 = 63$$

گزینه ۴

۸۱

سطح مقطع یک مخروط اگر موازی قاعده برش زده شود، دایره خواهد بود که این سطح مقطع در کره همواره دایره و در استوانه نیز اگر موازی قاعده انجام شود هم دایره خواهد بود.

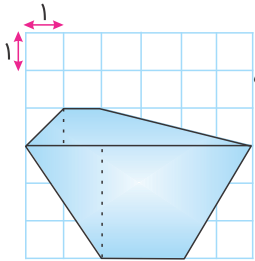
گزینه ۳

۸۲

$$\text{مساحت جانبی} = \text{ارتفاع} \times \text{محیط قاعده} = (6 \times \frac{5}{3}) \times 3 = 5/4 \text{ m}^2$$

$$S_{\text{جانبی}} = Ph \Rightarrow S_{\text{جانبی}} = 4x^2$$

$$x \rightarrow 2x \Rightarrow S_{\text{جانبی}} = 4(2x)^2 = 4 \times 4x^2$$



$$\text{مساحت قاعده} = \frac{1}{2}((1+6) \times 1) + \frac{1}{2}((6+2) \times 3) = \frac{1}{2}(31) = 15.5$$

$$\text{حجم} = 15.5 \times 8 = 124$$

$$\text{حجم استوانه بزرگ} = \pi(3R) \cdot (3R)(2h) = 18\pi RRh$$

$$\text{حجم استوانه کوچک} = \pi(R \cdot R)h$$

$$\text{حجم استوانه کوچک} - \text{حجم استوانه بزرگ} = \text{حجم شکل}$$

$$\Rightarrow 18\pi RRh - \pi RRh = 17\pi RRh$$

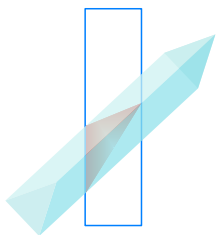
باید مساحت کل یک نیم استوانه را حساب کنیم:

$$\text{مساحت کل استوانه کامل} = (2 \times 3 \times 4 \times 10) + 2(4 \times 4 \times 3) = 240 + 96 = 336$$

$$\Rightarrow \text{مساحت کل شکل} = \frac{336}{2} = 168$$

۱۶۸ واحد سطح پارچه لازم است.

باتوجه به شکل مثلث ایجاد شده غیرمشخص است؛ در واقع هرکدام از گزینه‌های ۱ و ۳ ممکن است ایجاد شود، پس مثلث غیرمشخص جواب خواهد بود.



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{تعداد رأس‌ها} = 2n \\ \text{تعداد یال‌ها} = 3n \end{array} \right. \Rightarrow \frac{2n}{3n} = \frac{2}{3}$$

منشور n پهلو

$$AB \text{ حول } \Rightarrow \text{حجم} = 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 54$$

$$AC \text{ حول } \Rightarrow \text{حجم} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

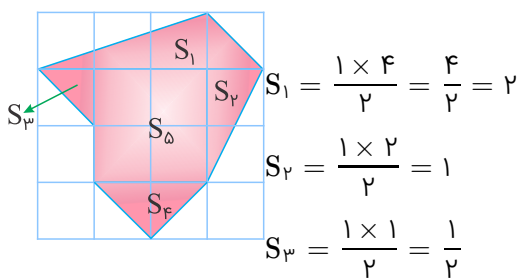
$$\Rightarrow \text{اختلاف} = 54 - 36 = 18$$

شکل حاصل استوانه‌ای خواهد بود که استوانه‌ای دیگر از آن کم شده است.

$$\Rightarrow \text{حجم استوانه کوچک} - \text{حجم استوانه بزرگ} = \text{حجم شکل خاص}$$

$$= (4 \times 4 \times 3 \times 8) - (2 \times 2 \times 3 \times 2) = 384 - 24 = 360$$

اگر شکل را شبکه‌بندی کنیم پاسخ مشخص خواهد شد.



$$S_4 = \frac{2 \times 1}{2} = 1$$

$$S_5 = 2 \times 2 = 4$$

$$S_{\text{کل}} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 = 2 + 1 + \frac{1}{2} + 1 + 4 = 8 + \frac{1}{2} = 8\frac{1}{2}$$

تعداد رأس‌های منشور n پهلو = 18

$$18 = 2n \Rightarrow n = 9$$

پس منشور، ۹ پهلو است.

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد یال‌ها} = 3n = 27 \\ \text{تعداد قاعده} = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow 27 + 2 = 29$$

گزینه ۲

۹۳

$$\begin{aligned} \text{مساحت جانبی} &= 2\pi rh = 2 \times 3 \times 5 \times 10 = 300 \\ \text{حجم} &= \pi r^2 h = 3 \times 5 \times 5 \times 10 = 750 \end{aligned} \Rightarrow \frac{300}{750} = \frac{2}{5} = 40\%$$

گزینه ۳

۹۴

در صورت مقطع مایل زدن در الف، ب و ج، مثلث، مستطیل و بیضی ظاهر خواهد شد. پس گزینه ۳ صحیح خواهد بود.

گزینه ۲

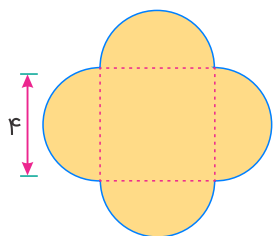
۹۵

حجم‌های هندسی شامل حجم‌های منشوری، کره و هرمی هستند.

گزینه ۳

۹۶

ابتدا مساحت قاعده را بدست می‌آوریم.



$$\text{مساحت قاعده} = \text{مساحت مربع} + 4(\text{مساحت نیم‌دایره})$$

$$= 4 \times 4 + 4\left(\frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 3\right) = 16 + 24 = 40$$

$$\text{حجم} = 40 \times 5 = 200$$

گزینه ۲

۹۷

باتوجه به اشکال، گزینه ۲ صحیح خواهد بود.

گزینه ۱

۹۸

$$\begin{cases} \text{مساحت مثلث} : \frac{4 \times 3}{2} = 6 \\ \text{مساحت مستطیل} : 5 \times 3 = 15 \end{cases} \Rightarrow \text{مساحت قاعده} : 6 + 15 = 21$$

$$\text{حجم} : 21 \times 2 = 42$$

گزینه ۳

۹۹

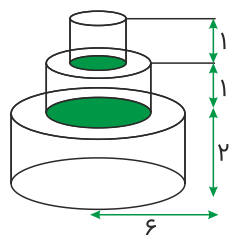
باید حجم هریک از شکل‌ها را حساب کرد:

$$\text{شکل الف} : \text{حجم} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

$$\text{شکل ب} : \text{حجم} = ((1 \times 2) + (0/5 \times 2) + (1 \times 2)) \times 1 = 5 \Rightarrow 60 - 5 = 55$$

۵۵ واحد حجم بیرون می‌ریزد.

پس از دوران ۳ استوانه مشاهده خواهد شد که روی هم قرار دارند، که شعاع قاعده استوانه‌ها ۲، ۴ و ۶ است:



$$\text{حجم شکل‌ها} = (6 \times 6 \times \pi \times 2) + (4 \times 4 \times \pi \times 1) + (2 \times 2 \times \pi \times 1) = 72\pi + 16\pi + 4\pi = 92\pi$$