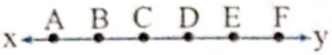
آموزش تکمیلی

نکته اگر روی یک خط n نقطه وجود داشته باشد تعداد کل پاره‌خط‌های روی خط از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$\text{تعداد پاره‌خط‌ها} = \frac{n(n-1)}{2}$$

مثال: روی خط xy چند پاره‌خط وجود دارد؟



پاسخ: چون تعداد نقطه‌ها ۶ تا می‌باشد پس تعداد پاره‌خط‌ها برابر است با $\frac{۶ \times ۵}{۲} = ۱۵$

نکته اگر روی یک نیم‌خط n نقطه قرار داشته باشد تعداد کل پاره‌خط‌ها از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$\text{تعداد پاره‌خط‌های روی یک نیم‌خط} = \frac{n(n+1)}{2}$$

مثال: روی نیم‌خط Ax چند پاره‌خط وجود دارد؟



پاسخ: در کل با خود نقطه A هشت نقطه وجود دارد.

$$\frac{۸ \times (۸+۱)}{۲} = \frac{۸ \times ۹}{۲} = ۳۶ \quad \text{پاره‌خط}$$

نکته اگر روی یک خط n نقطه داشته باشیم تعداد نیم خط‌های روی آن از رابطه‌ی ۲n به دست می‌آید.

$$\text{تعداد نیم خط‌ها} = ۲n$$

مثال: روی خط xy، ۲۵ نقطه وجود دارد تعداد نیم‌خط‌های موجود را پیدا کنید.

پاسخ:

$$\text{تعداد نیم‌خط‌ها} = ۲n = ۲ \times ۲۵ = ۵۰$$

نکته اگر روی یک نیم‌خط n نقطه قرار دهیم تعداد نیم‌خط‌های به وجود آمده هم $(n+1)$ تا خواهد بود.

مثال: اگر روی نیم‌خط Ax، ۱۵ نقطه قرار بدهیم تعداد نیم‌خط‌های حاصل هم ۱۶ نیم‌خط خواهد بود.

نکته تعداد قطرهای هر n ضلعی از رابطه‌ی $\frac{n \times (n-۳)}{۲}$ حاصل می‌شود.

مثال: تعداد قطرهای یک ۸ ضلعی چند قطر است؟

پاسخ:

$$\frac{۸ \times (۸-۳)}{۲} = ۴ \times ۵ = ۲۰$$

مجموع زاویه‌های داخلی هر ۴ ضلعی برابر ۳۶۰° است.

$$۱۸۰^\circ \times (n-۲) = ۱۸۰ \times (۴-۲) = ۳۶۰^\circ$$

نکته برای به دست آوردن تعداد اضلاع یک چند ضلعی که تعداد قطرهای وصل شده به هر رأس آن معلوم است کافی است به تعداد قطرهای وصل شده ۳ واحد اضافه کنیم.

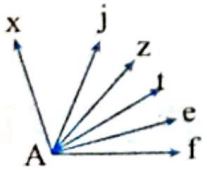
مثال: به هر رأس یک چند ضلعی ۶ قطر وصل شده است. این چند ضلعی دقیقاً چند ضلع دارد؟

پاسخ:

$$۶ + ۳ = ۹ \quad \text{ضلع}$$

نکته با n نیم‌خط هم مبدأ می‌توان به تعداد $\frac{n \times (n-۱)}{۲}$ زاویه کوچک‌تر یا مساوی نیم صفحه ساخت.

مثال: تعداد زاویه‌های موجود در شکل مقابل چند تا است؟



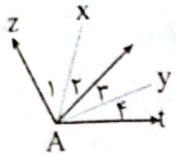
پاسخ:

تعداد فاصله ی بین نیم‌خط‌ها

$$\text{تعداد زاویه‌ها} = \frac{۶ \times \overbrace{(۶-۱)}}{۲} = ۱۵$$

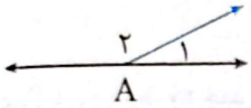
CamScanner

تعریف: دو زاویه را مجاور می‌گویند هر گاه در رأس و یک ضلع مشترک باشند و دو ضلع غیرمشترک دو طرف ضلع مشترک باشند.



نکته زاویه‌ی بین دو نیم‌ساز دو زاویه مجاور نصف مجموع آن‌ها است. $x\hat{A}y = \frac{z\hat{A}t}{۲}$

دو زاویه مجانب: دو زاویه هستند که هم مجاور باشند و هم مکمل.

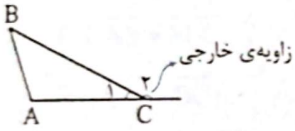


$\hat{A}_۱ + \hat{A}_۲ = ۱۸۰^\circ$

نکته زاویه‌ی بین نیم‌سازهای دو زاویه‌ی مجانب، قائمه است. $\widehat{xAy} = ۹۰^\circ$

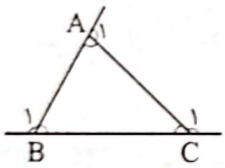


زاویه‌ی خارجی در مثلث: هر گاه یکی از ضلع‌های زاویه را به بیرون مثلث امتداد دهیم زاویه‌ی پدید آمده را زاویه‌ی خارجی آن زاویه می‌گویند. هر زاویه خارجی دو ویژگی دارد.



الف) زاویه خارجی با زاویه‌ی داخلی مجاورش مکمل است. $\hat{C}_۱ + \hat{C}_۲ = ۱۸۰^\circ$

ب) زاویه خارجی با مجموع دو زاویه‌ی داخلی غیرمجاورش برابر است. $\hat{C}_۲ = \hat{A} + \hat{B}$



یادآوری مجموع زاویه‌های خارجی هر مثلث ۳۶۰° می‌باشد. $\hat{A}_۱ + \hat{B}_۱ + \hat{C}_۱ = ۳۶۰^\circ$

نکته زاویه‌ی بین عقربه‌ی ساعت شمار و عقربه‌ی دقیقه شمار در ساعت a و b دقیقه از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$\hat{A} = \left|۳۰a - \frac{۱۱}{۲}b\right|$$

تذکر دو خط عمودی که در دو طرف عبارت آمده است را «قدر مطلق» می‌نامند و این دو خط، نشان می‌دهند که حاصل عددی که بین دو خط عمودی است مثبت می‌باشد.

مثال: $|-۳| = ۳$

نکته تعداد مثلث‌هایی که با n نقطه که هیچ ۳ تای از آن‌ها روی یک خط راست نیستند، ساخته می‌شوند از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$\text{تعداد مثلث‌ها} = \frac{n(n-۱)(n-۲)}{۶}$$

مثال: با ۷ نقطه‌ی غیر واقع بر یک خط راست که هیچ ۳ تایی از آن‌ها روی یک خط راست (در یک امتداد) نیستند چند مثلث ساخته می‌شود؟

پاسخ:

$$\frac{۷\times(۷-۱)(۷-۲)}{۶} = \frac{۷\times۶\times۵}{۶} = ۳۵ \text{ مثلث}$$

نکته اندازه‌ی هر ضلع در هر مثلث باید از نصف محیط مثلث کم‌تر باشد.

مثال: محیط مثلثی ۱۲ سانتی‌متر است، کدام گزینه نمی‌تواند یکی از اضلاع مثلث باشد؟

الف) ۱ ب) ۳ ج) ۵ د) ۶

پاسخ: گزینه‌ی ۴ زیرا نصف ۱۲ عدد ۶ می‌باشد و همه‌ی اضلاع باید کم‌تر از ۶ باشند.

CamScanner