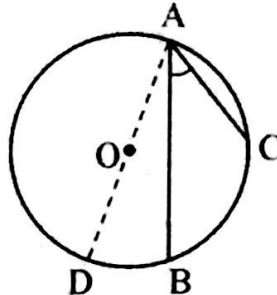


۳- مرکز دایره خارج زاویه است.

برهان: از A به مرکز دایره وصل می کنیم و امتداد می دهیم تا دایره را در D قطع کند



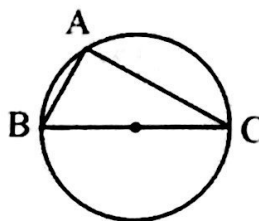
$$\widehat{BAC} = \widehat{DAC} - \widehat{DAB} = \frac{\widehat{DC}}{2} - \frac{\widehat{DB}}{2} = \frac{\widehat{DC} - \widehat{DB}}{2} = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

مثال ۲۲: ثابت کنید زاویه‌ی محاطی روبه‌رو به قطر قائمه است.



✓ حل:

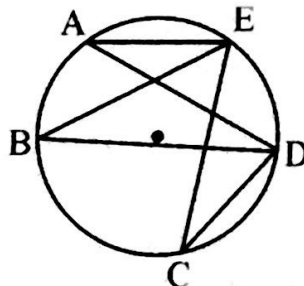
$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$



مثال ۲۳: زاویه‌های محاطی مقابل به یک کمان با هم برابرند. (چرا؟)



$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \frac{\widehat{ED}}{2}$$



مثال ۲۴: در شکل مقابل اندازه‌ی زاویه‌ی A را حساب کنید.

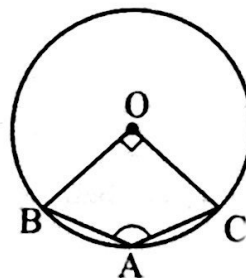


✓ حل:

$$\hat{O} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BAC} = 90^\circ$$

$$\widehat{BMC} = 360^\circ - 90^\circ = 270^\circ$$

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BMC}}{2} = \frac{270^\circ}{2} = 135^\circ$$

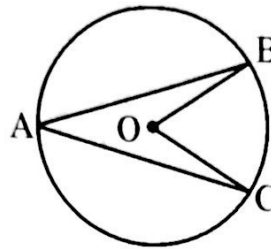




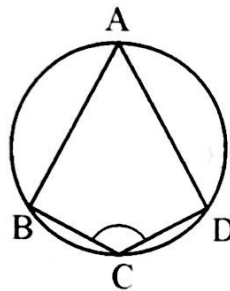
مثال ۲۵: ثابت کنید در یک دایره زاویه مرکزی مقابل به یک کمان دو برابر زاویه‌ی محاطی مقابل به همان کمان است.

✓ حل:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{O} = \widehat{BC} \\ \hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{O} = 2\hat{A}$$



مثال ۲۶: در شکل زیر $\hat{A} = 66^\circ$ است اندازه‌ی $\hat{C}$ چقدر است؟



✓ حل:

$$\hat{A} = 66^\circ \Rightarrow \widehat{BCD} = 2 \times 66 = 132^\circ$$

$$\widehat{BAD} = 360 - 132 = 228^\circ \Rightarrow \hat{C} = \frac{228}{2} = 114^\circ$$

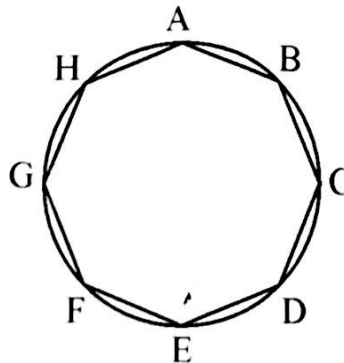


مثال ۲۷: اندازه‌ی هر زاویه‌ی یک هشت ضلعی منتظم چقدر است؟

✓ حل:

$$360 \div 8 = 45^\circ$$

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BEH}}{2} = \frac{6 \times 45}{2} = 135^\circ$$

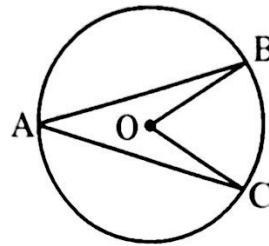




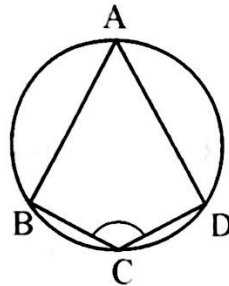
مثال ۲۵: ثابت کنید در یک دایره زاویه مرکزی مقابل به یک کمان دو برابر زاویه‌ی محاطی مقابل به همان کمان است.

✓ حل:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{O} = \widehat{BC} \\ \hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{O} = 2\hat{A}$$



مثال ۲۶: در شکل زیر $\hat{A} = 66^\circ$ است اندازه‌ی $\hat{C}$ چقدر است؟



✓ حل:

$$\hat{A} = 66^\circ \Rightarrow \widehat{BCD} = 2 \times 66 = 132^\circ$$

$$\widehat{BAD} = 360 - 132 = 228^\circ \Rightarrow \hat{C} = \frac{228}{2} = 114^\circ$$

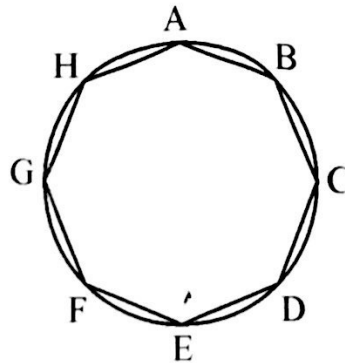


مثال ۲۷: اندازه‌ی هر زاویه‌ی یک هشت ضلعی منتظم چقدر است؟

✓ حل:

$$360 \div 8 = 45^\circ$$

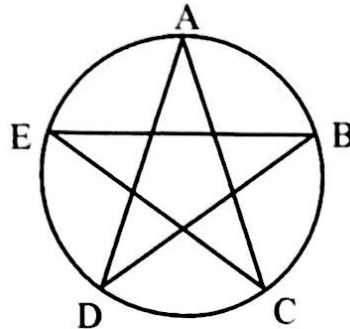
$$\hat{A} = \frac{\widehat{BEH}}{2} = \frac{6 \times 45}{2} = 135^\circ$$





مثال ۲۸: در شکل زیر ثابت کنید:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E} = 180^\circ$$



✓ حل:

$$\begin{aligned} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E} &= \frac{\widehat{CD}}{2} + \frac{\widehat{DE}}{2} + \frac{\widehat{EA}}{2} + \frac{\widehat{AB}}{2} + \frac{\widehat{BC}}{2} \\ &= \frac{\widehat{CD} + \widehat{DE} + \widehat{EA} + \widehat{AB} + \widehat{BC}}{2} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ \end{aligned}$$

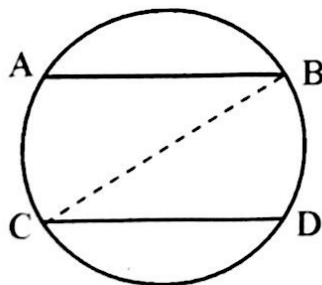
قضیه: ثابت کنید کمان‌های محصور بین دو وتر موازی از یک دایره با هم مساویند.

فرض: $AB \parallel CD$

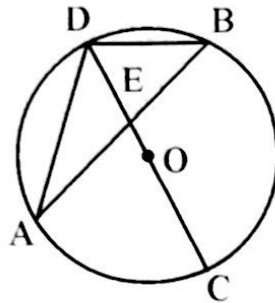
حکم: $\widehat{AC} = \widehat{BD}$

برهان: از B به C وصل می‌کنیم:

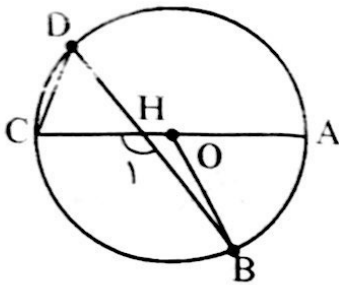
$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel CD \\ BC \text{ مورب} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} \Rightarrow \frac{\widehat{AC}}{2} = \frac{\widehat{BD}}{2} \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD}$$



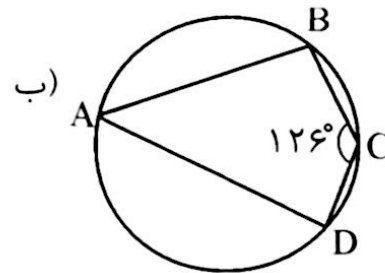
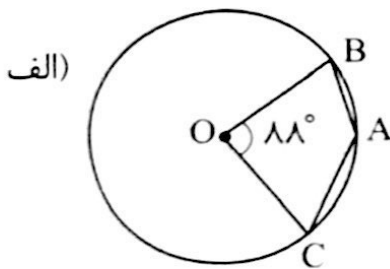
۵. در شکل زیر O مرکز دایره و $\widehat{ADC} = 65^\circ$ و $\widehat{DAB} = 40^\circ$ است. اندازه‌ی زوایای DBA و AEC را حساب کنید.



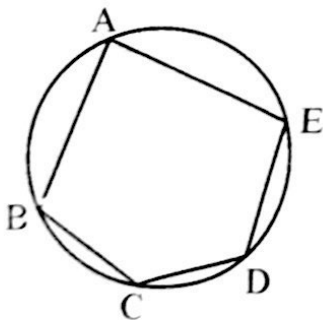
۶. در شکل زیر $OA = R$ و $\widehat{AB} = \frac{1}{3}\widehat{BC}$ و $\widehat{CD} = \frac{1}{4}\widehat{AD}$ است اندازه‌ی $\widehat{H}$ را حساب کنید.



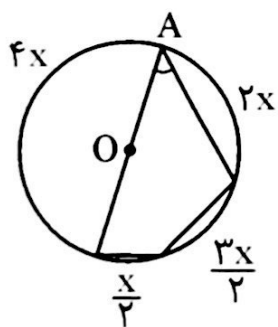
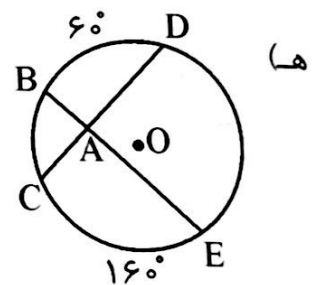
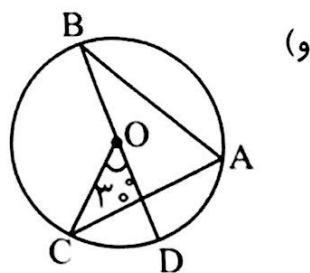
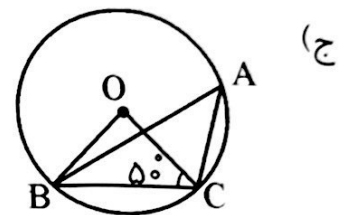
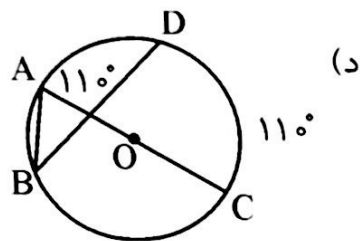
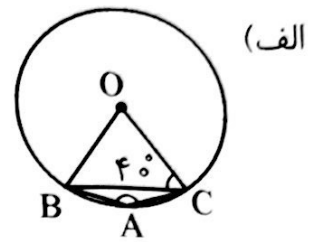
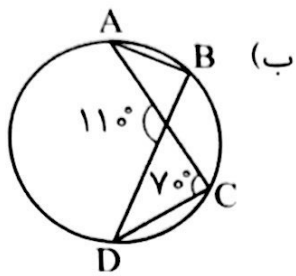
۷. در شکل‌های زیر $\widehat{A}$ را حساب کنید.



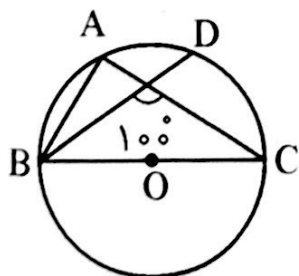
۸. در شکل زیر $BC = CD = DE$ و $\widehat{A} = 75^\circ$ است. اندازه‌ی زاویه‌ی C چقدر است.



۹. در شکل‌های زیر اندازه‌ی $\hat{A}$ را حساب کنید.



۱۰. در شکل زیر اندازه‌ی زاویه‌ی A را حساب کنید.



۱۱. در شکل زیر اندازه‌ی $\widehat{AD}$ را حساب کنید.