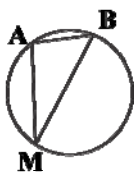


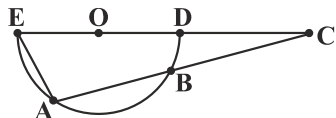
هندسه ۲ (فصل ۱ (درس ۱) و درس ۲ (تا ابتدای حالت‌های دو دایره نسبت به هم و مماس مشترک‌ها))

۱۰۱- در شکل، طول وتر AB برابر اندازه شعاع دایره است. اندازه زاویه AMB چند درجه می‌باشد؟



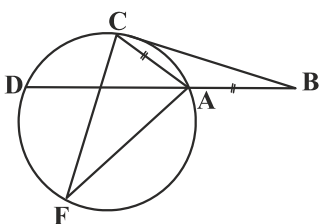
- (۱) 15°
- (۲) 30°
- (۳) 45°
- (۴) 60°

۱۰۲- در شکل، O مرکز نیم‌دایره، $\hat{A} = 105^\circ$ و $\hat{C} = 15^\circ$ است. اندازه کمان AB کدام است؟



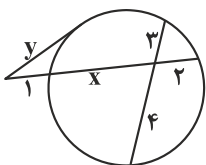
- (۱) 80°
- (۲) 85°
- (۳) 90°
- (۴) 95°

۱۰۳- در شکل $AB = AC$ ، $\widehat{AFD} = 240^\circ$ و BC در نقطه C بر دایره مماس است. اندازه \widehat{CFA} کدام است؟



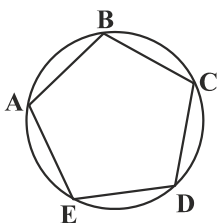
- (۱) 5°
- (۲) 10°
- (۳) 15°
- (۴) 20°

۱۰۴- در شکل، مقدار $x + y$ کدام است؟



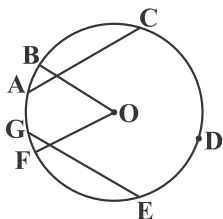
- (۱) ۸
- (۲) ۹
- (۳) ۱۲
- (۴) ۱۵

۱۰۵- در شکل، $\widehat{AE} = 80^\circ$ است، حاصل $\hat{B} + \hat{D}$ کدام است؟



- (۱) 210°
- (۲) 215°
- (۳) 220°
- (۴) 225°

۱۰۶- در شکل، O مرکز دایره، $OB \parallel GE$ و $OF \parallel AC$ است. اگر $\widehat{CDE} = 120^\circ$ و $\widehat{AG} = 30^\circ$ باشد، اندازه زاویه BOF کدام است؟



- (۱) 40°
- (۲) 45°
- (۳) 50°
- (۴) 55°

۱۰۷- فاصله نقطه P از نزدیک‌ترین نقطه دایره به قطر ۶ واحد، برابر ۲ واحد است. طول قطعه مماس که از P بر دایره رسم شود، چقدر است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

$3\sqrt{2}$ (۲)

$2\sqrt{3}$ (۱)

۱۰۸- در مثلث ABC ($AB = AC$)، دایره‌ای در B و C بر ساق‌ها مماس است. اگر $BC = 6$ و ارتفاع $AH = 4$ باشد، شعاع این دایره، کدام است؟

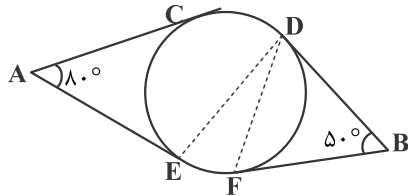
$4/5$ (۴)

$3/75$ (۳)

$3/5$ (۲)

$3/25$ (۱)

۱۰۹- در شکل زیر، اضلاع زاویه‌های A و B بر دایره مماس‌اند. اگر وتر CD برابر شعاع دایره باشد، زاویه \widehat{EDF} چند درجه است؟



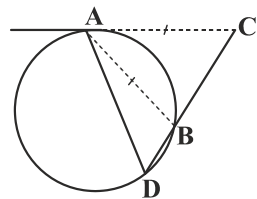
۲۵ (۱)

۳۰ (۲)

۳۵ (۳)

۴۰ (۴)

۱۱۰- در شکل زیر، اندازه قطعه مماس AC، برابر وتر AB است. الزاماً کدام برابری درست است؟

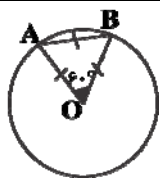


$BC = BA$ (۱)

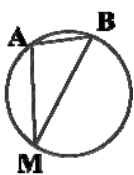
$BD = AC$ (۲)

$BC = BD$ (۳)

$DA = DC$ (۴)



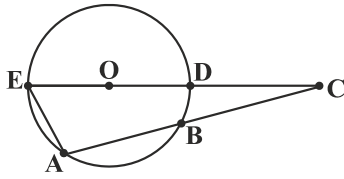
$$OA = OB = AB = R \Rightarrow \widehat{O} = \widehat{AB} = 60^\circ$$



$$\widehat{AMB} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{60}{2} = 30^\circ$$

(علوی) (زاویه مرکزی و محاطی) (آسان)

۱۰۲- گزینه «۳» -



$$\hat{A} \text{ محاطی} = \frac{\widehat{EDB}}{2} = \frac{\widehat{ED} + \widehat{DB}}{2} \Rightarrow 105^\circ = \frac{180^\circ + \widehat{DB}}{2}$$

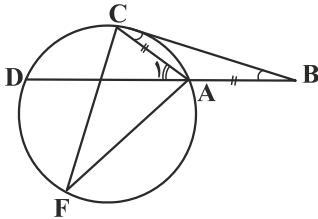
$$\Rightarrow 210^\circ = 180^\circ + \widehat{DB} \Rightarrow \widehat{DB} = 30^\circ$$

$$\hat{C} = \frac{\widehat{AE} - \widehat{DB}}{2} \Rightarrow 15^\circ = \frac{\widehat{AE} - 30^\circ}{2} \Rightarrow \widehat{AE} = 60^\circ$$

$$\widehat{DBAE} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{DB} + \widehat{AB} + \widehat{AE} = 180^\circ \Rightarrow 30^\circ + \widehat{AB} + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 90^\circ$$

(علوی) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - زاویه وتری خارجی) (دشوار)

۱۰۳- گزینه «۴» -



$$AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \alpha$$

$$\hat{A}_1 \text{ خارجی: } \hat{A}_1 = \hat{B} + \hat{C} = \alpha + \alpha = 2\alpha$$

$$\hat{C} \text{ ظلی: } \hat{C} = \frac{\widehat{AC}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\widehat{AC}}{2} \Rightarrow \widehat{AC} = 2\alpha$$

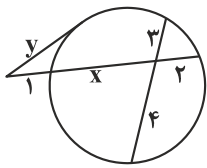
$$\hat{A}_1 \text{ محاطی: } \hat{A}_1 = \frac{\widehat{DC}}{2} \Rightarrow 2\alpha = \frac{\widehat{DC}}{2} \Rightarrow \widehat{DC} = 4\alpha$$

$$\widehat{AC} + \widehat{DC} + \widehat{AFD} = 360^\circ \Rightarrow 2\alpha + 4\alpha + 240^\circ = 360^\circ \Rightarrow 6\alpha = 120^\circ \Rightarrow \alpha = 20^\circ \Rightarrow \widehat{AC} = 2\alpha = 40^\circ$$

$$\hat{CFA} \text{ محاطی} = \frac{\widehat{AC}}{2} = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$$

(علوی) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - زاویه ظلی، زاویه محاطی) (متوسط)

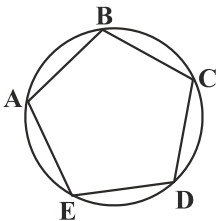
۱۰۴- گزینه «۲» -



$$\left. \begin{aligned} x \times 2 &= 3 \times 4 \Rightarrow x = 6 \\ y^2 &= 1 \times 9 \Rightarrow y = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x + y = 6 + 3 = 9$$

(علوی) (رابطه‌های طولی در دایره - رابطه‌های طولی در دایره) (آسان)

۱۰۵- گزینه «۳» -



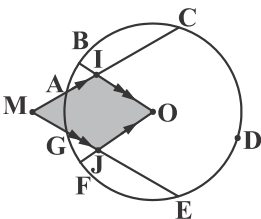
$$\hat{B} \text{ محاطی} = \frac{\widehat{AEDC}}{2} = \frac{\widehat{AE} + \widehat{ED} + \widehat{DC}}{2}$$

$$\hat{D} \text{ محاطی} = \frac{\widehat{CBAE}}{2} = \frac{\widehat{CB} + \widehat{AB} + \widehat{AE}}{2}$$

$$\hat{B} + \hat{D} = \frac{(\widehat{AE} + \widehat{ED} + \widehat{DC} + \widehat{CB} + \widehat{AB}) + \widehat{AE}}{2} \Rightarrow \hat{B} + \hat{D} = \frac{360^\circ + 80^\circ}{2} = \frac{440^\circ}{2} = 220^\circ$$

(علوی) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - زاویه محاطی) (متوسط)

۱۰۶- گزینه «۲» - وترهای AC و GE را امتداد می‌دهیم تا یکدیگر را مطابق شکل در نقطه M، خارج دایره، قطع کنند.

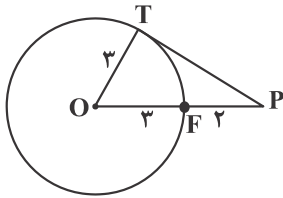


$$\hat{M} = \frac{\widehat{CDE} - \widehat{AG}}{2} = \frac{120^\circ - 30^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} OI \parallel MJ \\ MI \parallel OJ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{چهارضلعی MIOJ متوازی‌الاضلاع است.}$$

$$\Rightarrow \hat{BOF} = \hat{M} = 45^\circ$$

(علوی) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - زاویه وتری خارجی) (متوسط)



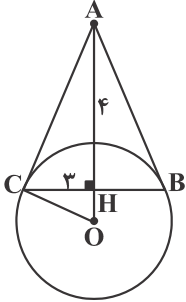
۱۰۷- گزینه «۳» - فاصله نقطه P از نزدیکترین نقطه دایره C(O, R) برابر $|OP - R|$ است: $PF = 2 \Rightarrow OP - R = 2 \Rightarrow OP = 5$

فاصله نزدیکترین نقطه $PF = 2 \Rightarrow OP - R = 2 \Rightarrow |OP - \frac{6}{2}| = 2 \Rightarrow OP = 5$

ΔOPT در مثلث قائم الزاویه: $PT^2 = OP^2 - OT^2 \Rightarrow PT^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow PT = 4$

(کتاب همراه علوی) (رابطه‌های طولی در دایره) (آسان)

۱۰۸- گزینه «۳» -



$CH^2 = OH \times AH$

$9 = OH \times 4 \Rightarrow OH = \frac{9}{4}$

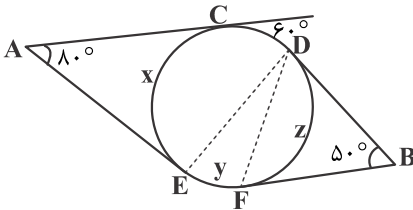
$OC^2 = OH \times OA$

$R^2 = \frac{9}{4} \times (4 + \frac{9}{4}) = \frac{225}{16}$

$\Rightarrow R = \frac{3}{4} \sqrt{25} = \frac{3}{4} \times 5 = \frac{15}{4}$

(کتاب همراه علوی) (رابطه‌های طولی در دایره) (متوسط)

۱۰۹- گزینه «۳» -



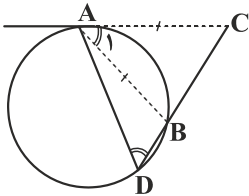
و تر $CD = R \Rightarrow \angle C = 60^\circ$

$$\left. \begin{aligned} \hat{B} &= \frac{(60^\circ + x + y) - z}{2} = 50^\circ \Rightarrow x + y - z = 40^\circ \\ \hat{A} &= \frac{(60^\circ + y + z) - x}{2} = 80^\circ \Rightarrow y + z - x = 100^\circ \end{aligned} \right\}$$

طرفین دو تساوی را جمع می‌کنیم: $2y = 140^\circ \Rightarrow y = 70^\circ \Rightarrow \hat{EDF} = \frac{y}{2} = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ$

(سراسری - ۹۸) (مفاهیم اولیه و زاویه‌های در دایره - زاویه محاطی و وتری خارجی) (دشوار)

۱۱۰- گزینه «۴» -



$\hat{A}_1 = \hat{D} = \frac{\widehat{AB}}{2}$ } $\xrightarrow{zz} \Delta ACB \sim \Delta DCA$

$\hat{C} = \hat{C}$

$\xrightarrow{\text{تناسب}} \frac{AC}{DC} = \frac{AB}{DA} = \frac{BC}{AC} \xrightarrow{AB=AC} DC = DA$

(سراسری - ۹۹) (روابط طولی در دایره) (متوسط)

هندسه ۲ (فصل ۱ درس ۱ تا ابتدای زاویه ظلی (ص ۱۴))

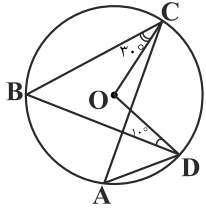
۲۱- فاصله نقطه A تا مرکز دایره‌ای به شعاع $x^2 - 2x$ برابر با $3x - 6$ است. اگر نقطه A داخل دایره باشد، حدود x کدام است؟

$x < 2$ یا $x > 3$ (۴)

$x < 0$ یا $x > 3$ (۳)

$x > 2$ (۲)

$x > 3$ (۱)

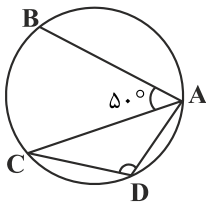
۲۲- در شکل، O مرکز دایره است. اندازه \hat{A} کدام است؟

20° (۱)

30° (۲)

40° (۳)

50° (۴)

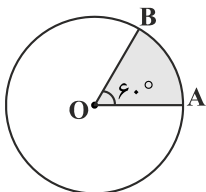
۲۳- در شکل فاصله مرکز دایره از دو وتر AB و AC یکسان است. اندازه \widehat{ADC} کدام است؟

110° (۱)

115° (۲)

120° (۳)

125° (۴)

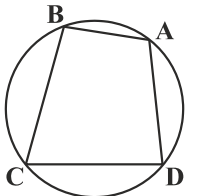
۲۴- در شکل دایره $C(O, 6)$ مفروض است. مساحت قطاع AOB کدام است؟

2π (۱)

4π (۲)

6π (۳)

8π (۴)

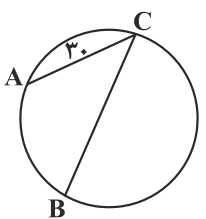
۲۵- در شکل، $AD = R\sqrt{2}$ ، $BC = R\sqrt{3}$ و $\widehat{AB} = 50^\circ$ است. حاصل $\hat{A} + \hat{B}$ کدام است؟

180° (۱)

185° (۲)

200° (۳)

205° (۴)

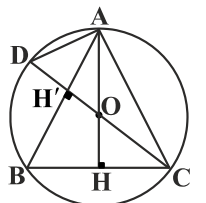
۲۶- در شکل، شعاع دایره برابر ۲۵ واحد است. اگر A وسط کمان \widehat{BC} باشد، آن‌گاه طول وتر BC کدام است؟

۳۶ (۱)

۴۰ (۲)

۴۲ (۳)

۴۸ (۴)

۲۷- در شکل، O محل تلاقی ارتفاع‌های مثلث است. زاویه \widehat{ADO} برابر کدام است؟

\widehat{AOD} (۱)

\widehat{OAC} (۲)

\widehat{OCH} (۳)

\widehat{OAD} (۴)

محل انجام محاسبات

۲۸- در مثلث متساوی الساقین $(AB = AC)ABC$ ، نقطه O در امتداد AC مرکز دایره‌ای است که در نقطه B بر ضلع AB مماس است و امتداد

BC این دایره را در D قطع کرده است. حاصل $OB^2 + OC^2$ کدام است؟

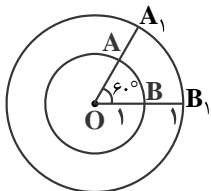
- (۱) BD^2 (۲) AB^2 (۳) BC^2 (۴) CD^2

۲۹- در دایره $C(O, R)$ ، $\widehat{AB} = 60^\circ$ و $AB = 10$ می‌باشد. فاصله O از وتر AB کدام است؟

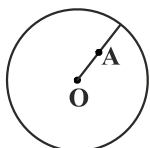
- (۱) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ (۲) $5\sqrt{3}$ (۳) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۳۰- در شکل، طول کمان A_1B_1 چند برابر طول کمان AB است؟

- (۱) ۱
(۲) $1/5$
(۳) ۲
(۴) $2/5$



۲۱- گزینه «۱» - نقطه A در صورتی داخل دایره است که فاصله اش تا مرکز از اندازه شعاع دایره کوچک تر باشد.



$$\begin{aligned} OA < R &\Rightarrow 3x - 6 < x^2 - 2x \Rightarrow x^2 - 5x + 6 > 0 \\ &\Rightarrow (x-2)(x-3) > 0 \Rightarrow x < 2 \text{ یا } x > 3 \quad (1) \end{aligned}$$

از طرف دیگر اندازه شعاع دایره و فاصله مرکز دایره تا نقطه A باید اعدادی مثبت باشند؛ یعنی:

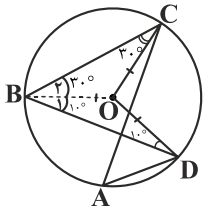
$$R > 0 \Rightarrow x^2 - 2x > 0 \Rightarrow x(x-2) > 0 \Rightarrow x < 0 \text{ یا } x > 2 \quad (2)$$

$$OA > 0 \Rightarrow 3x - 6 > 0 \Rightarrow 3x > 6 \Rightarrow x > 2 \quad (3)$$

اشتراک نامساوی های (۱)، (۲) و (۳) محدوده نهایی پاسخ را تعیین می کند، پس $x > 3$ جواب مسئله است.

(علوی) (مفاهیم اولیه و زاویه ها در دایره - وضعیت نسبی نقطه و دایره) (متوسط)

۲۲- گزینه «۳» -



$$OB = OC \Rightarrow \hat{B}_r = \hat{C} = 30^\circ$$

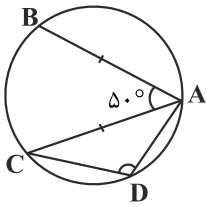
$$OB = OD \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D} = 10^\circ$$

$$\text{محابی } \widehat{CBD} = \hat{B}_1 + \hat{B}_r = 10^\circ + 30^\circ = 40^\circ$$

$$\text{محابی } \hat{A} = \widehat{CBD} = \frac{\widehat{DC}}{2} = 40^\circ$$

(علوی) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - زاویه مرکزی و محاطی) (متوسط)

۲۳- گزینه «۲» - چون فاصله مرکز دایره از دو وتر AB و AC یکسان است، پس این دو وتر با یکدیگر برابرند. همچنین می‌دانیم کمان‌های نظیر وترهای مساوی، برابرند.



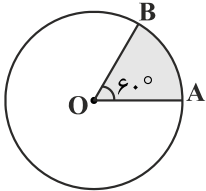
$$\text{محابی } \hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow 50^\circ = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow \widehat{BC} = 100^\circ$$

$$AB = AC \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{AC} = \frac{360^\circ - \widehat{BC}}{2} = \frac{360^\circ - 100^\circ}{2} = 130^\circ$$

$$\text{محابی } \widehat{ADC} = \frac{\widehat{ABC}}{2} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{BC}}{2} = \frac{130^\circ + 100^\circ}{2} = \frac{230^\circ}{2} = 115^\circ$$

(علوی) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - ویژگی وترهای مساوی و زاویه محاطی) (متوسط)

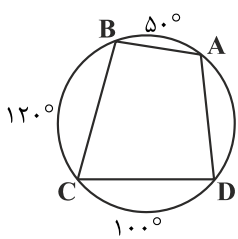
۲۴- گزینه «۳» -



$$S_{\text{قطاع } AOB} = \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 6^2 = 6\pi$$

(علوی) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - مساحت قطاع) (آسان)

۲۵- گزینه «۴» -



$$AD = R\sqrt{2} \Rightarrow \widehat{AD} = 90^\circ$$

$$BC = R\sqrt{2} \Rightarrow \widehat{BC} = 120^\circ$$

$$\widehat{AD} + \widehat{DC} + \widehat{BC} + \widehat{AB} = 360^\circ \Rightarrow 90^\circ + \widehat{DC} + 120^\circ + 50^\circ = 360^\circ \Rightarrow \widehat{DC} = 100^\circ$$

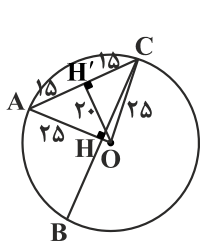
$$\hat{A} + \hat{B} = \frac{\widehat{BCD}}{2} + \frac{\widehat{ADC}}{2} = \frac{120^\circ + 100^\circ}{2} + \frac{100^\circ + 90^\circ}{2} = 110^\circ + 95^\circ = 205^\circ$$

(کتاب همراه علوی با تغییر) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - زاویه محاطی) (متوسط)

۲۶- گزینه «۴» - می‌دانیم شعاع منصف کمان بر وتر نظیر آن عمود است و آن وتر را نصف می‌کند، بنابراین OA عمود منصف BC است و داریم:

$$OA \perp BC, CH = BH = \frac{BC}{2}$$

از O (مرکز دایره) به A و C وصل می‌کنیم. مثلث AOC متساوی الساقین است، بنابراین ارتفاع OH'، میانه ضلع AC نیز می‌باشد و داریم:



$$CH' = AH' = \frac{AC}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

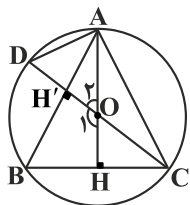
$$\Delta AOH' : OH'^2 + 15^2 = 25^2 \Rightarrow OH' = \sqrt{25^2 - 15^2} = \sqrt{400} = 20$$

$$S_{\Delta AOC} = \frac{1}{2} OH' \times AC = \frac{1}{2} CH \times OA \Rightarrow 20 \times 30 = CH \times 25 \Rightarrow CH = \frac{20 \times 30}{25} = 24$$

$$BC = 2CH = 2 \times 24 = 48$$

(کتاب همراه علوی با تغییر) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - ویژگی قطر عمود بر وتر) (دشوار)

۲۷- گزینه «۱» -



$$BHOH' = \hat{B} + \hat{O}_1 + \hat{H} + \hat{H}' = 360^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{O}_1 + 90^\circ + 90^\circ = 360^\circ$$

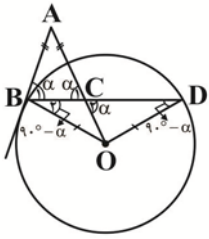
$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \hat{B} + \hat{O}_1 = 180^\circ \\ \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B} = \hat{O}_2$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{O}_2 \\ \hat{B} = \hat{D} = \frac{\widehat{AC}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{D} = \hat{O}_2 \Rightarrow \widehat{ADO} = \widehat{AOD}$$

(سراسری با تغییر) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - زاویه محاطی) (متوسط)

۲۸- گزینه «۴» -

$$AB = AC \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1 = \alpha$$



$$\hat{C}_r = \hat{C}_1 = \alpha$$

خط مماس در نقطه تماس بر شعاع دایره عمود است، پس:

$$\widehat{ABO} = 90^\circ \Rightarrow \alpha + \hat{B}_r = 90^\circ \Rightarrow \hat{B}_r = 90^\circ - \alpha$$

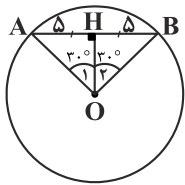
$$OD = OB \Rightarrow \hat{D} = \hat{B}_r = 90^\circ - \alpha$$

$$\Delta COD : \widehat{COD} = 180^\circ - (\hat{C}_r + \hat{D}) = 180^\circ - (\alpha + 90^\circ - \alpha) = 90^\circ$$

$$OB^2 + OC^2 = OD^2 + OC^2 = CD^2$$

(سراسری با تغییر) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - ویژگی خط مماس بر دایره) (دشوار)

۲۹- گزینه «۲» -



$$OH \perp AB \Rightarrow AH = HB = \frac{AB}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_r = \frac{1}{2} \widehat{AOB} = \frac{1}{2} \widehat{AB} = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

$$\Delta AOH : \tan(\hat{O}_1) = \frac{AH}{OH} \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{5}{OH}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{5}{OH} \Rightarrow OH = 5\sqrt{3}$$

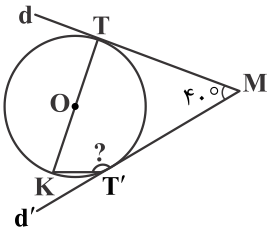
(علوی) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - ویژگی قطر عمود بر وتر) (متوسط)

۳۰- گزینه «۳» -

$$\frac{L_{\widehat{A_1B_1}}}{L_{\widehat{AB}}} = \frac{\frac{60^\circ}{360^\circ} \times 2\pi R_1}{\frac{60^\circ}{360^\circ} \times 2\pi R} = \frac{R_1}{R} = \frac{2}{1} = 2$$

(علوی) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - محاسبه طول کمان) (آسان)

۲۱- در شکل، O مرکز دایره و خطوط d و d' بر دایره مماس هستند. مقدار زاویه $\widehat{KT'M}$ برابر است با:



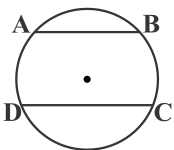
۱۳۰° (۱)

۱۴۰° (۲)

۱۵۰° (۳)

۱۶۰° (۴)

۲۲- در شکل، $AB \parallel DC$ و $DC = 48$ ، $AB = 30$ ، اگر شعاع دایره برابر ۲۵ باشد، فاصله دو وتر AB و CD از یکدیگر کدام است؟



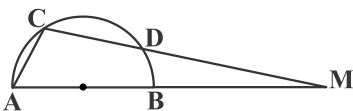
۲۴ (۱)

۲۵ (۲)

۲۷ (۳)

۳۰ (۴)

۲۳- در شکل نیم دایره به شعاع R، اگر $\widehat{M} = 20^\circ$ و $CD = R\sqrt{2}$ باشد، اندازه زاویه \widehat{CAB} کدام است؟



۷۵/۵° (۱)

۵۷/۵° (۲)

۴۷/۵° (۳)

۵۰/۵° (۴)

۲۴- در شکل، اگر $\widehat{CD} = 80^\circ$ و $\widehat{EF} = 70^\circ$ باشد، حاصل $x + y$ چند درجه است؟



۲۲۵° (۱)

۲۳۵° (۲)

۲۴۵° (۳)

۲۵۵° (۴)

۲۵- مرکز دایره $C(O, 5x)$ از دو وتر به طول های $AB = 2x + 4$ و $CD = 7 - x$ به یک فاصله است. بزرگ ترین وتر این دایره چه طولی دارد؟

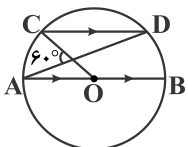
۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

۲۶- در شکل، O مرکز دایره است و $AB \parallel CD$. اندازه کمان CD کدام است؟



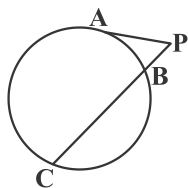
۱۰۰° (۱)

۹۰° (۲)

۱۱۰° (۳)

۸۵° (۴)

۲۷- در شکل PA بر دایره مماس است. اگر $PA = ۲۰$ و $BC = ۳۰$ باشد، طول پاره خط PB کدام است؟



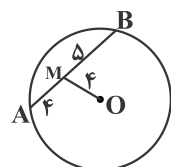
(۱) ۵

(۲) ۱۰

(۳) ۱۵

(۴) $\frac{۴۰}{۳}$

۲۸- در شکل، فاصله نقطه M از مرکز دایره ۴ واحد است. شعاع دایره کدام است؟



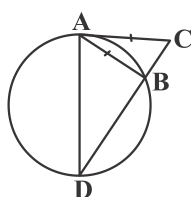
(۱) ۶

(۲) ۸

(۳) ۷

(۴) ۵

۲۹- در شکل، اندازه قطعه مماس AC، برابر وتر AB است. الزاماً کدام برابری درست است؟

(۱) $BC = BA$ (۲) $BD = AC$ (۳) $BC = BD$ (۴) $DA = DC$

۳۰- در دایره‌ای به شعاع ۱۰، مرکز دایره محل هم‌رسی میانه‌های مثلث متساوی‌الاضلاع $\triangle ABC$ به ضلع $۴\sqrt{۳}$ می‌باشد. تمامی قطعاتی که در امتداد

اضلاع مثلث می‌باشند برابر هستند. اندازه یکی از آن قطعات چند واحد است؟

(۴) $۴\sqrt{۳} - ۲\sqrt{۲}$ (۳) $۴\sqrt{۶} - ۲\sqrt{۳}$ (۲) $۲\sqrt{۳} - \sqrt{۲}$ (۱) $۲\sqrt{۶} - \sqrt{۳}$

هندسه ۲

۲۱- گزینه «۴» -

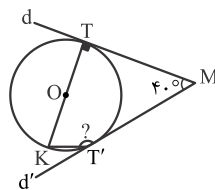
$$\hat{M} = \frac{\widehat{TKT'} - \widehat{TT'}}{2} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{TKT'} - \widehat{TT'} = 80^\circ$$

$$\widehat{TKT'} + \widehat{TT'} = 360^\circ$$

$$2\widehat{TKT'} = 440^\circ$$

$$\widehat{TKT'} = 220^\circ, \widehat{TT'} = 140^\circ$$

$$\text{ظلی } \widehat{KT'M} = \frac{180^\circ + 140^\circ}{2} = \frac{320^\circ}{2} = 160^\circ$$

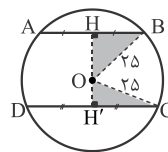


(علوی) (زاویه بین دو مماس) (متوسط)

۲۲- گزینه «۳» - می‌دانیم قطر عمود بر وتر، آن وتر را نصف می‌کند، بنابراین:

$$OH \perp AB \Rightarrow AH = HB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}(30) = 15$$

$$OH' \perp DC \Rightarrow DH' = H'C = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}(48) = 24$$



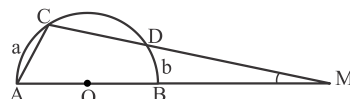
$$\begin{aligned} \Delta BOH: BH^2 + OH^2 &= OB^2 \Rightarrow 15^2 + OH^2 = 25^2 \Rightarrow OH^2 = 625 - 225 = 400 \\ \Rightarrow OH &= 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta COH': CH'^2 + OH'^2 &= OC^2 \Rightarrow 24^2 + OH'^2 = 25^2 \Rightarrow 625 - 576 = 49 \\ \Rightarrow OH' &= 7 \end{aligned}$$

$$CD \text{ و } AB \text{ فاصله دو وتر } = HH' = 20 + 7 = 27$$

(علوی) (ویژگی قطر عمود بر وتر) (دشوار)

۲۳- گزینه «۲» -



$$CD = R\sqrt{2} \Rightarrow \widehat{CD} = 90^\circ$$

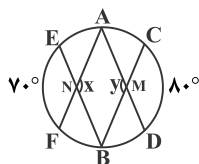
$$a + b + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow a + b = 90^\circ$$

$$\hat{M} = \frac{a-b}{2} = 20^\circ \Rightarrow a - b = 40^\circ \Rightarrow 2a = 130^\circ \Rightarrow a = 65^\circ \Rightarrow b = 25^\circ$$

$$\widehat{CAB} = \frac{1}{2}\widehat{CDB} = \frac{90^\circ + 25^\circ}{2} = \frac{115^\circ}{2} = 57.5^\circ$$

(علوی) (زاویه وتری خارجی) (متوسط)

۲۴- گزینه «۴» -



$$\left. \begin{aligned} \text{محاطی } \hat{A} &= \frac{\widehat{FBD}}{2} \\ \text{محاطی } \hat{B} &= \frac{\widehat{EAC}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = \frac{\widehat{FBD} + \widehat{EAC}}{2} = \frac{360^\circ - (70^\circ + 80^\circ)}{2} = \frac{210^\circ}{2} = 105^\circ$$

می‌دانیم مجموع زوایای هر چهارضلعی 360° است، بنابراین:

$$x + y = 360^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 360^\circ - 105^\circ = 255^\circ$$

(علوی) (زاویه وتری داخلی) (دشوار)

۲۵- گزینه «۲» - دو وتری که از مرکز دایره به یک فاصله‌اند، هم‌اندازه می‌باشند، پس:

$$AB = CD \Rightarrow 2x + 4 = 7 - x \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$R = 5x = 5 \times 1 = 5 \text{ (شعاع دایره)}$$

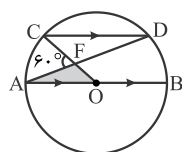
بزرگ‌ترین وتر دایره قطر آن است، طول قطر دایره برابر است با:

$$2R = 2 \times 5 = 10$$

(علوی) (برابری وترهای با فاصله یکسان از مرکز) (آسان)

۲۶- گزینه «۱» -

$$AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD} \Rightarrow \hat{F} = \frac{2\widehat{BD}}{2} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BD} = 40^\circ$$



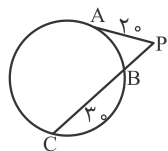
$$\widehat{CD} = 180^\circ - 2\widehat{BD} = 180^\circ - 2 \times 40^\circ = 100^\circ$$

(علوی) (کمان‌های محصور بین دو وتری موازی) (متوسط)

۲۷- گزینه «۲» -

$$PA^2 = PB \times PC \Rightarrow 400 = x(x + 30) \Rightarrow x^2 + 30x - 400 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 10)(x + 40) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -40 \text{ غ ق} \end{cases}$$



(علوی) (رابطه طولی دایره) (آسان)

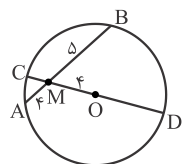
۲۸- گزینه «۱» - قطر گذرنده از M را رسم می‌کنیم، داریم:

$$CM = OC - OM = R - 4$$

$$DM = OD + OM = R + 4$$

$$CM \times DM = AM \times MB \Rightarrow (R - 4)(R + 4) = 4 \times 5 \Rightarrow R^2 - 16 = 20$$

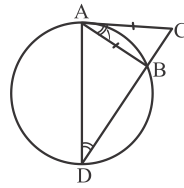
$$\Rightarrow R^2 = 36 \Rightarrow R = 6$$



(علوی) (رابطه طولی در دایره) (متوسط)

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{D} \\ \hat{C} = \hat{C} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ز ز}} \triangle ABC \sim \triangle ACD \xrightarrow[\text{اضلاع}]{\text{تناسب}} \frac{AB}{DA} = \frac{BC}{AC} = \frac{AC}{DC}$$

$$\xrightarrow{AB=AC} DA = DC$$



(علوی) (روابط طولی در دایره) (متوسط)

۳۰- گزینه «۳» - O محل هم‌رسی میانه‌ها است و میانه‌ها به نسبت ۱ به ۲ یکدیگر را تقسیم

می‌کنند، بنابراین:

$$CH = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \frac{\sqrt{3}}{2} (4\sqrt{3}) = 6$$

$$OC = \frac{2}{3} CH = \frac{2}{3} \times 6 = 4$$

$$OH = \frac{1}{3} CH = \frac{1}{3} \times 6 = 2$$



$$\triangle MOH : OH^2 + MH^2 = OM^2 \Rightarrow 2^2 + MH^2 = 4^2 \Rightarrow MH = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

$$MB = MH - BH = 4\sqrt{6} - 2\sqrt{3}$$

(علوی) (روابط طولی در دایره) (دشوار)