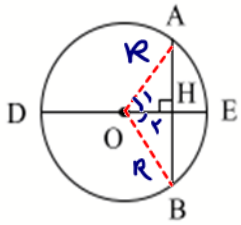


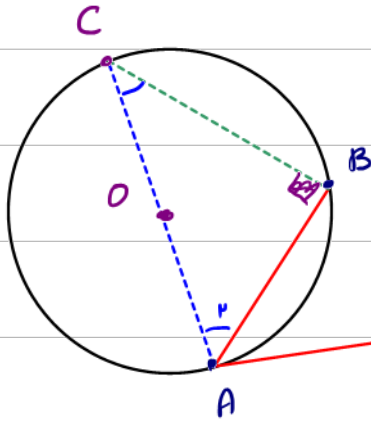
$$\widehat{AE} = \widehat{BE} \quad AH = BH$$

۱ - قضیه: ثابت کنید در هر دایره، قطر عمود بر هر وتر، آن وتر و کمان‌های نظیر آن وتر را نصف می‌کند.



$$\left. \begin{array}{l} OA = OB = R \\ OH = OH \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{قضی}} \triangle OAH \cong \triangle OBH \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} AH = BH \\ \widehat{OA} = \widehat{OB} \text{ (زاویه مرکزی)} \end{array} \right. \rightarrow \widehat{AE} = \widehat{BE}$$

۲ - اندازه هر زاویه ظلی برابر است با اندازه کمان روبه‌رو به آن زاویه.



$$\hat{A} = \frac{\widehat{AB}}{r}$$

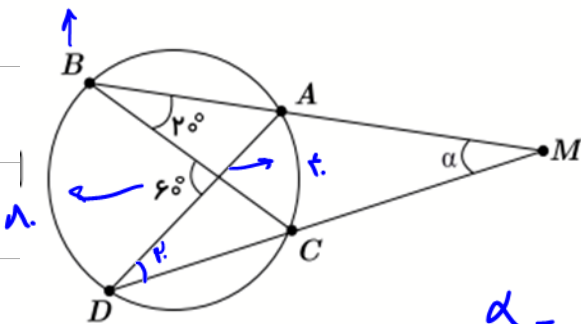
مثلاً اندازه از $\hat{A}$ را رسم می‌کنیم: و از C به B وصل می‌کنیم:

$$\hat{B} = \frac{\widehat{AC}}{r} = \frac{18^\circ}{r} = 9^\circ$$

$$\hat{A}_r + \hat{C} = 9^\circ$$

$A_r + A = 9^\circ$ (مقادیر درجه‌ای یکسان در یک عمود است)

$$\Rightarrow \hat{A} = \hat{C} = \frac{\widehat{AB}}{r}$$

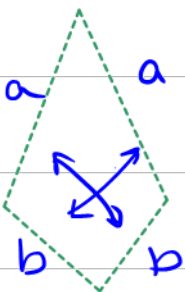


$$40^\circ = \frac{\widehat{BD} + \widehat{AC}}{r} \rightarrow 120 = BD + AC$$

$$\rightarrow \widehat{BD} = 80$$

$$\alpha = \frac{120 - 80}{r} = \frac{40}{r}, \quad \alpha = \frac{\widehat{BD} - \widehat{AC}}{r} = \frac{40}{r}$$

۳ - درستی یا نادرستی جملات زیر را معلوم کنید.



$$a + b = a + b$$

کایت (شبه‌لوزی)، یک چهارضلعی محیطی است.

نتیجه دو بازتاب متوالی با محورهای بازتاب موازی، یک تبدیل انتقال است.

الف

ب

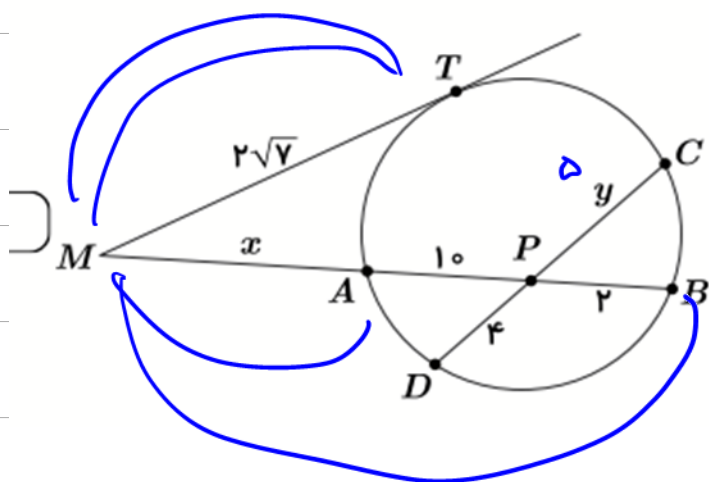
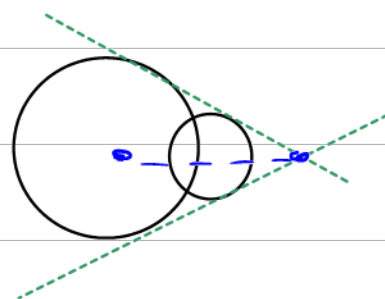
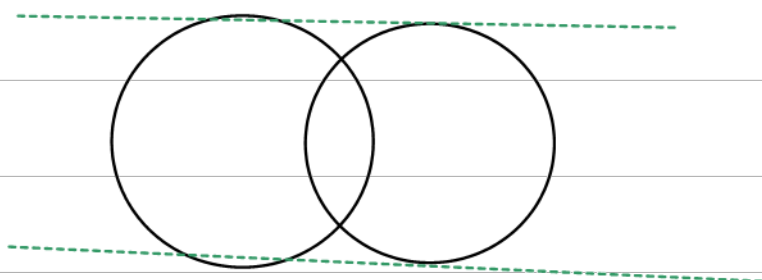
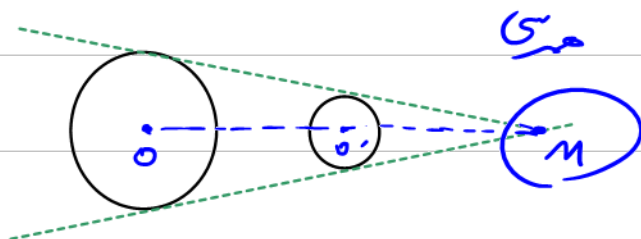
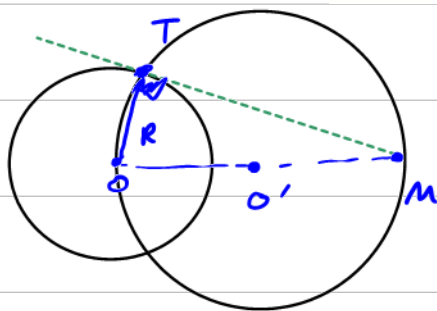
$$d > R + R'$$

$$1.7 \quad 3+5$$

نتیجه



۵ - درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.
الف: دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ و $OO' = 10$ متخارج هستند.
ب: از نقطه M خارج دایره $C(O, R)$ مماس MT را در نقطه T بر دایره رسم کرده‌ایم. دایره‌ای به قطر OM از T عبور می‌کند.
ج: دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ با فرض $OO' = d$ مماس درون هستند. هرگاه: $d = R - R'$
د) هرگاه دو مماس مشترک خارجی دو دایره متقاطع باشند نقطه تقاطع روی خط شامل OO' خواهد بود.



$$PC \cdot PD = PA \cdot PB$$

$$y \cdot r = 10 \cdot r$$

$$y = 10$$

$$MT^2 = MA \cdot MB$$

$$(2\sqrt{5})^2 = x(x + 12)$$

$$20 = x^2 + 12x \rightarrow x^2 + 12x - 20 = 0$$

$$\rightarrow (x + 14)(x - 2) = 0$$

$$\rightarrow x = 2 \checkmark$$

$$x = -14 \times$$

الف

ب

پ

بیاض

مرکز دایره محاطی درونی برای چندضلعی‌های محیطی، محل هم‌رسی است.

تبدیلی که هر نقطه از صفحه را به همان نقطه از صفحه نظیر می‌کند، تبدیل است.

ایزومتری

تنها تبدیل طولیایی که همواره شیب را حفظ می‌کند، تبدیل است.

انتقال

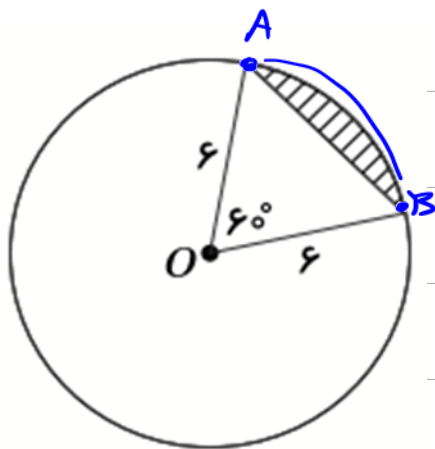
۷ - فاصله مرکزهای دو دایره ۴۱ سانتی‌متر و شعاع دایره کوچک‌تر ۴ سانتی‌متر و شعاع دایره بزرگ‌تر ۵ سانتی‌متر است. طول مماس مشترک داخلی دو دایره چند سانتی‌متر است؟

$$SS' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2} \rightarrow SS' = \sqrt{21^2 - (4)^2} = 20$$

۸ - طول خط‌المركزین در دو دایره متقاطع به شعاع‌های ۴ و ۳ سانتی‌متر برابر ۶ سانتی‌متر است. طول مماس مشترک خارجی دو دایره را به دست آورید.

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} = \sqrt{4^2 - (1)^2} = \sqrt{15}$$

۹ - در شکل زیر دایره به شعاع ۶ است. مساحت ناحیه سایه‌زده را محاسبه کنید.



$$S_{\text{شایه}} = S_{\text{شعاع}} - S_{\text{مماس}}$$

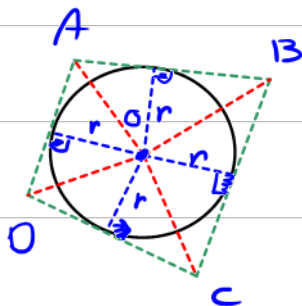


$$\frac{4}{3}\pi R^2 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 60^\circ$$

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \pi - 9\sqrt{3} = 4\pi - 9\sqrt{3}$$

$$L_{AB} = \frac{4}{3}\pi R = \frac{1}{2} \times 2 \times \pi \times 6 = [2\pi]$$

$$= \frac{1}{r} = \frac{1}{2}$$

۱۱ - اگر شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی یک مثلث و شعاع دایره محاطی داخلی آن برابر ۴ باشد، حاصل $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$ برابر $\frac{1}{2}$ است.۱۲ - اگر S و p به ترتیب مساحت و نصف محیط مثلثی دلخواه باشند و r شعاع دایره محاطی درونی مثلث باشد، در حالت کلی ثابت کنید: $r = \frac{S}{p}$ 

$$S_{ABC} = S_{OAB} + S_{OBC} + S_{OCA} + S_{OAB}$$

$$S = \frac{1}{2} r_a AD + \frac{1}{2} r_b CD + \frac{1}{2} r_c BC + \frac{1}{2} r_a AB$$

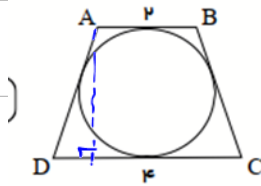
$$S = \frac{1}{2} r (AD + CD + BC + AB)$$

$$S = \frac{1}{2} r \times p \rightarrow S = r p \rightarrow r = \frac{S}{p}$$

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$$

$$h_c \quad h_b \quad h_a$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{1}{r} \rightarrow \frac{4+3+2}{12} = \frac{1}{r} \rightarrow \frac{12}{12} = \frac{1}{r} \rightarrow r = \frac{12}{12}$$



۱۴ - در شکل مقابل دوزنقه متساوی الساقین ABCD بر دایره محیط شده است، مساحت آن چند است؟

$$S = \frac{AB+CD}{2} \times \sqrt{AB \times AC}$$

ی داریم:

$$= S = 3 \times \sqrt{2 \times 4} = 4\sqrt{2}$$

۱۵ - درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.

الف

تبدیل انتقال، جهت شکل را حفظ می‌کند.

ب

تبدیل بازتاب نسبت به خط، بی‌شمار نقطه ثابت دارد.

۱۶ - در هر قسمت، پاسخ مناسب را بنویسید.

الف

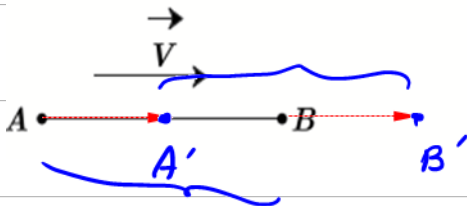
شیب خط همواره حفظ می‌شود. (انتقال، دوران)

ب

دورانی به مرکز O و زاویه ، تبدیلی همانی است. (۳۶۰°، ۱۸۰°)

۱۷ - با توجه به شکل زیر نشان دهید در تبدیل انتقال، اندازه هر پاره خط و اندازه تصویر آن با هم برابرند.

($AB \parallel \vec{V}$ و اندازه $\vec{V}$ از اندازه پاره خط AB کوچک‌تر است.)



$$\left. \begin{aligned} AB &= \overline{AA'} + \overline{A'B} \\ A'B' &= \overline{A'B} + \overline{BB'} \end{aligned} \right\} \rightarrow AB = A'B'$$

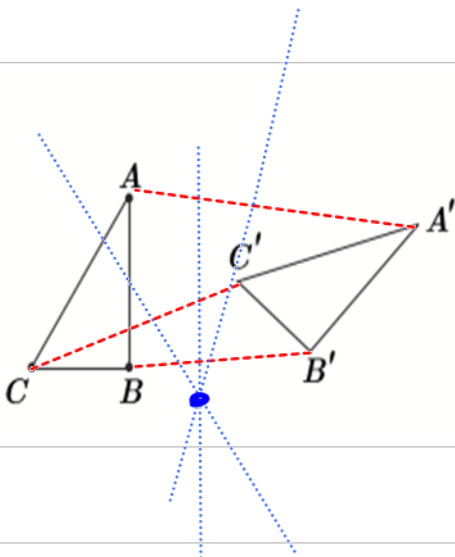
- ۱۸

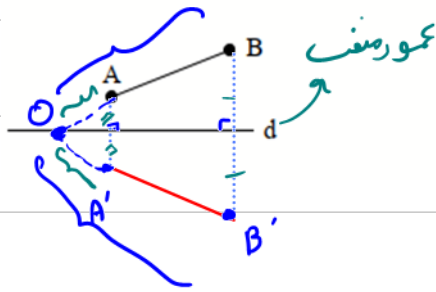
نقاط A', B' و C' به ترتیب دوران یافته نقاط A, B و C هستند. روش یافتن مرکز دوران را شرح دهید.

هر نقطه را به تصویرش وصل می‌کنیم و عمود منصف‌های

CC' و BB' را می‌کشیم و محل برخورد مرکز دوران است

چون از هر نقطه به یک نقطه است و شعاع دوران خواهد بود

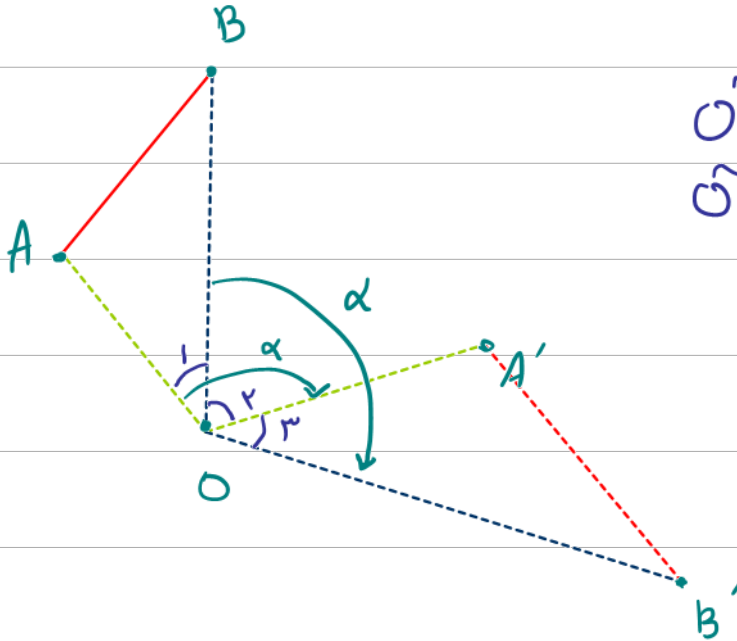




$$OA = OA' \Rightarrow OB = OB'$$

$$\underbrace{OA - OB}_{AB} = \underbrace{OA' - OB'}_{A'B'}$$

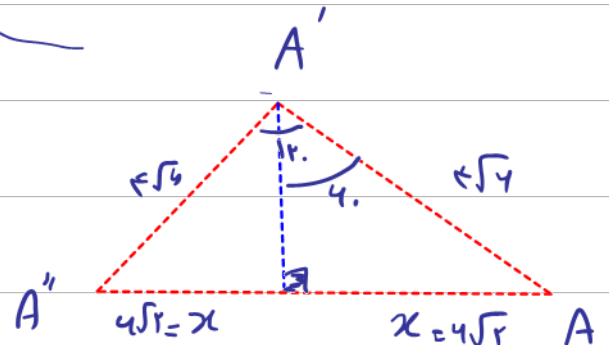
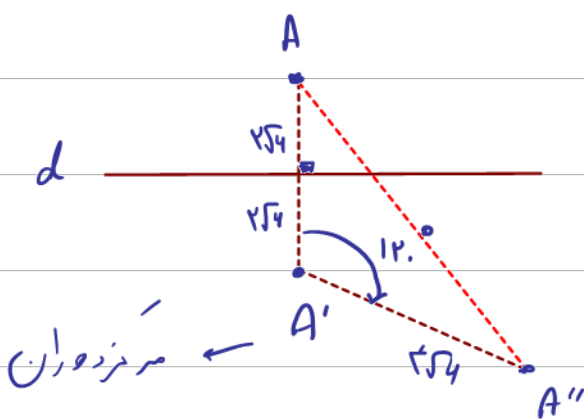
۲۰ - ثابت کنید دوران تبدیلی طولی است. (اثبات را در حالتی بیان کنید که مرکز دوران O بر پاره خط AB و امتداد آن واقع نباشد و زاویه دوران، از زاویه $\widehat{AOB}$ بیشتر باشد).



$$\left. \begin{aligned} \widehat{OA} = \widehat{OA'} \\ \widehat{OB} = \widehat{OB'} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \widehat{O_1} + \widehat{O_2} &= \alpha \\ \widehat{O_2} + \widehat{O_3} &= \alpha \end{aligned} \rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{O_3}$$

$$\xrightarrow{\text{منقضی}} \widehat{OAB} \approx \widehat{OA'B'} \xrightarrow{\text{امری سمانتر}} AB = A'B'$$

۲۱ - نقطه A به فاصله $2\sqrt{6}$ از خط d قرار دارد. تصویر نقطه A را تحت بازتاب نسبت به خط d نقطه A' می نامیم. نقطه A را حول نقطه A' به اندازه 120° درجه دوران می دهیم تا نقطه A'' حاصل شود. طول پاره خط AA'' را محاسبه کنید.



$$\sin 60^\circ = \frac{x}{4\sqrt{6}} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{4\sqrt{6}} \rightarrow \frac{\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{6}}{2} = x$$

$$AA'' = 2x = 2(4\sqrt{6}) = 8\sqrt{6}$$

