

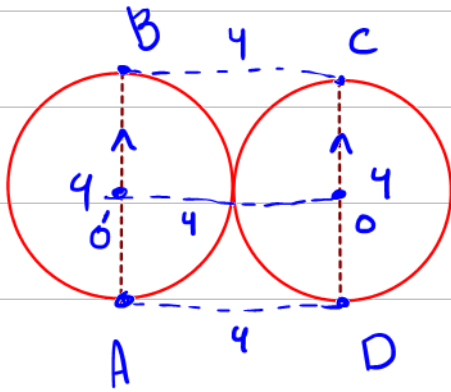
۱- دو دایره به شعاع ۳ مماس خارج هستند. محیط چهارضلعی ABCD که AB و CD دو قطر موازی از این دو دایره‌اند، کدام است؟

۳۶ (۴)

۲۴ (۳) ✓

۱۲ (۲)

۴۸ (۱)



$AB \parallel CD \Rightarrow ABCD$
موازی‌الاضلاع

$\rightarrow ABCD \rightarrow$ لوزی

$\rightarrow \text{محیط} = 4 \times 4 = ۱۶$

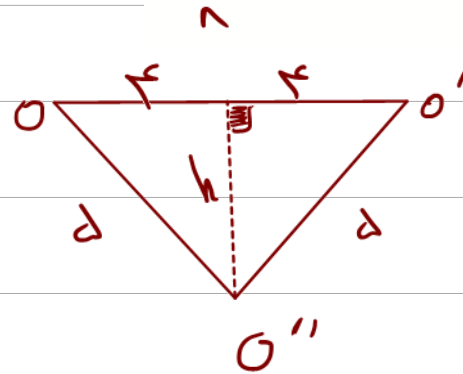
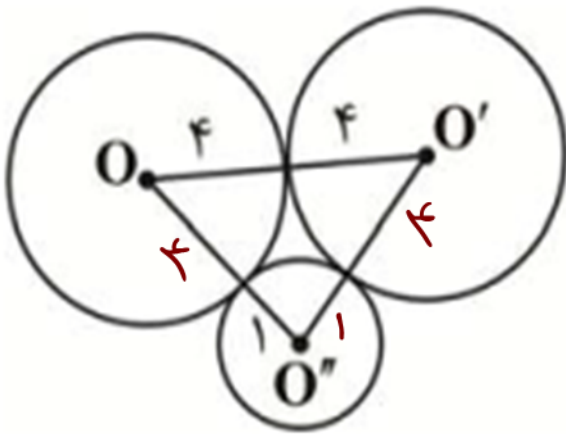
۲- در شکل مقابل مساحت مثلث $OO'O''$ کدام است؟

۱۶ (۱)

۳۲ (۲)

۲۴ (۳)

۱۲ (۴) ✓



$$S = \frac{h \times OO'}{2} = \frac{3 \times 8}{2} = 12$$

$$h^2 = 4^2 - 1^2 \rightarrow h^2 = 15 \rightarrow h = \sqrt{15}$$

۳- در شکل زیر، دو دایره هم مرکزند و وتر AB از دایره بزرگ‌تر بر دایره کوچک‌تر مماس است. اگر محیط دایره بزرگ‌تر 6π و مساحت دایره کوچک‌تر π باشد، طول وتر AB کدام است؟



$$2\pi R = 6\pi \rightarrow R = 3$$

$$\rightarrow R = 3$$

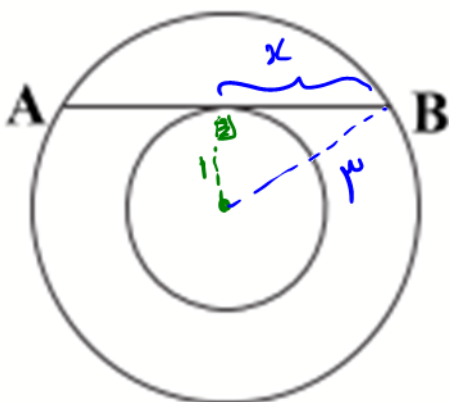
$$\pi r^2 = \pi \rightarrow r^2 = 1 \rightarrow r = 1$$

$2\sqrt{2}$ (۱)

$4\sqrt{2}$ (۲) ✓

۱۶ (۳)

۸ (۴)



$$x^2 = 3^2 - 1^2 \rightarrow x^2 = 8 \rightarrow x = 2\sqrt{2}$$

$$AB = 2x = 2(2\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}$$

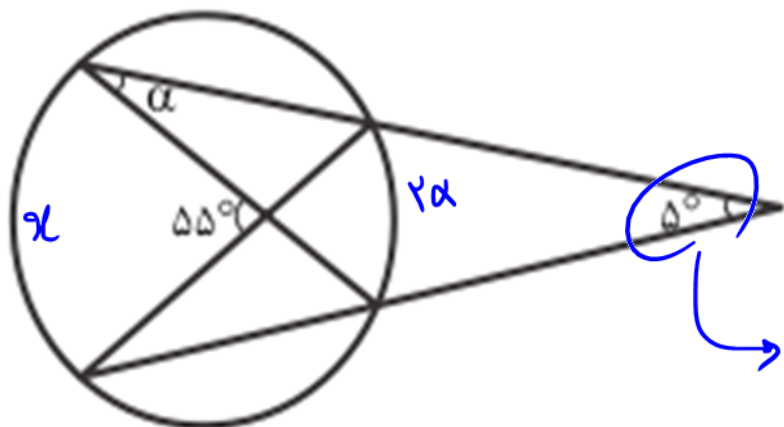
۴- در شکل مقابل اندازه زاویه α چند درجه است؟

۵° (۱)

۱۰° (۲)

۲۰° (۳)

۲۵° (۴) ✓



$$\delta = \frac{x + 2\alpha}{2}$$

$$x + 2\alpha = 110$$

$$\delta = \frac{x - 2\alpha}{2} \rightarrow x - 2\alpha = 10$$

$$x + 2\alpha = 110 \rightarrow 2x = 120 \rightarrow x = 60$$

$$x - 2\alpha = 10$$

$$2\alpha = 50 \rightarrow \alpha = 25$$

جوابی هم هست.

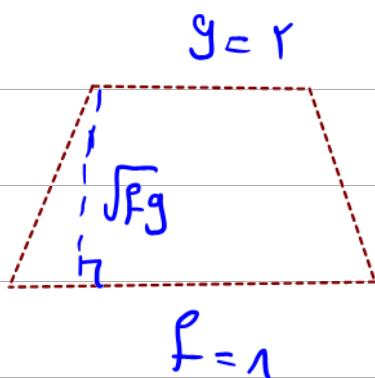
۵- اگر طول قاعده‌های دوزنقه متساوی الساقین محیطی ۲ و ۸ باشد، طول ارتفاع آن کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۸ (۱)



$$\text{ارتفاع} = \sqrt{fg} = \sqrt{2 \times 1} = \sqrt{2} = 1.41$$

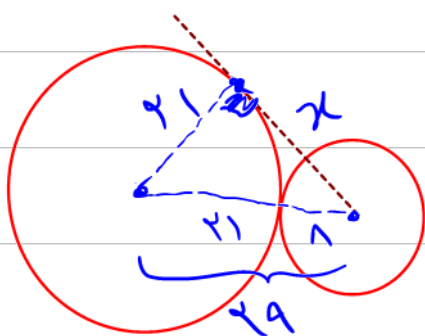
۶- دو دایره به شعاع‌های ۸ و ۲۱ واحد مماس بیرون‌اند. از مرکز دایره کوچک‌تر، مماس بر دایره بزرگ‌تر رسم می‌کنیم. طول این قطعه مماس چقدر است؟

$\sqrt{505}$ (۴)

۵۰۵ (۳)

۷۷۷ (۲)

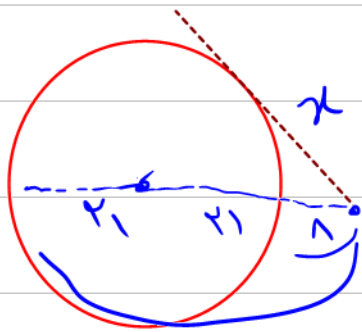
۲۰ (۱)



$$x^2 = 29^2 - 21^2$$

$$x^2 = \frac{(29 - 21)(29 + 21)}{1 \cdot 50}$$

$$x^2 = 200 \rightarrow x = \sqrt{200} = 14.14$$



$$\chi^2 = 1 (\gamma) \rightarrow \underline{\chi = \gamma}$$

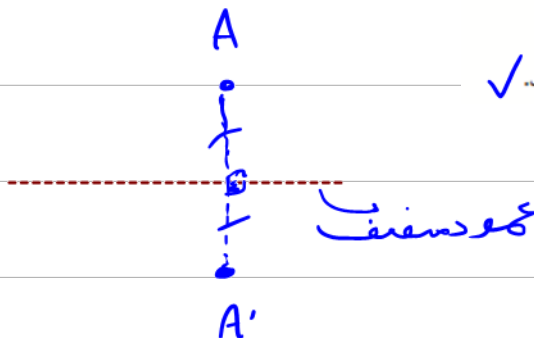
۷- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) بازتاب شیب خط را حفظ نمی‌کند. ✓

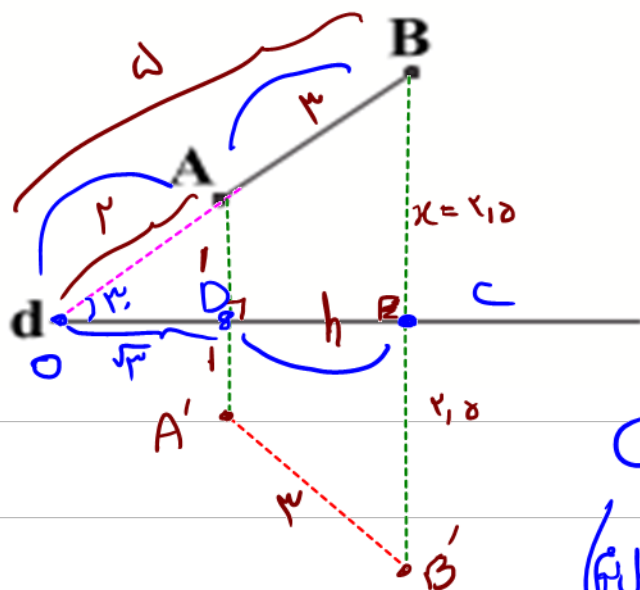
(۲) بازتاب جهت شکل را حفظ می‌کند. ✗

(۳) بازتاب تبدیلی ایزومتر است. ✓

(۴) محور بازتاب، عمودمنصف پاره‌خطی است که هر نقطه را به نقطه تصویرش وصل می‌کند. ✓



۸- در شکل مقابل فاصله نقطه A از خط d برابر ۱ و طول پاره‌خط AB برابر ۳ است. اگر تصویر نقاط A و B تحت بازتاب نسبت به خط d به ترتیب نقاط A' و B' باشند و امتداد AB با خط d زاویه ۳۰° بسازد، مساحت چهارضلعی ABB'A' کدام است؟



$$\sin \gamma = \frac{n}{d}$$

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{n}{d}$$

$$6\sqrt{3} \quad (۱)$$

$$12\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$\frac{21\sqrt{3}}{4} \quad (۳) \checkmark$$

$$\frac{24\sqrt{3}}{3} \quad (۴)$$

$$S = \frac{h \times (\gamma + d)}{\gamma} = \frac{3\sqrt{3}}{\gamma} \times \gamma$$

$$\sin \gamma = \frac{\gamma}{r} = \frac{\sqrt{3}}{h} \rightarrow h = \frac{3\sqrt{3}}{\gamma} \quad \left(\gamma = \frac{11\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\cos 30^\circ = \frac{OC}{OB} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{\gamma} = \frac{OC}{d} \rightarrow$$

$$OC = \frac{d\sqrt{3}}{\gamma} \quad , \quad h = \frac{d\sqrt{3}}{\gamma} - \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{\gamma}$$

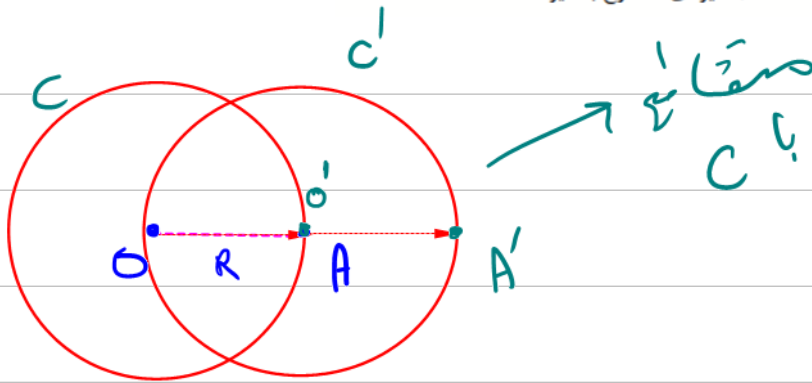
۹- انتقال یافته دایره $C(O, R)$ تحت بردار $\vec{V}$ به طول R کدام است؟

(۲) دایره‌ای مماس خارج با دایره C

(۱) دایره‌ای مماس داخل با دایره C

(۴) دایره‌ای متقاطع با دایره C

(۳) دایره‌ای متقاطع با دایره C



۱۰- خط $x - 2y = 3$ را حول نقطه $O(2\alpha, 2\alpha)$ با زاویه 180° دوران می‌دهیم. α چقدر باشد تا خط دوران یافته بر خط اولیه منطبق شود؟

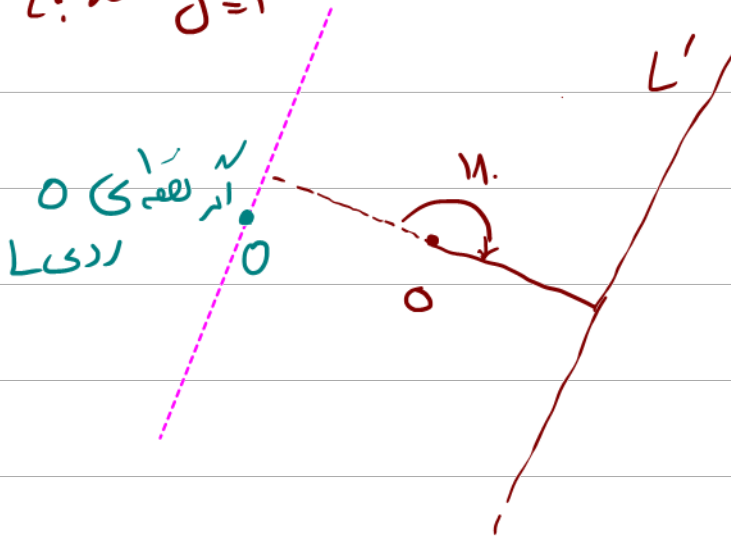
(۴) -۲

(۳) ۲

(۲) -۳

(۱) ۳

$$L: x - 2y = 3$$



روی L قرار دارد

$$\Rightarrow O, x, y$$

روی L صدق کند

$$x - 2y = 3 \rightarrow \begin{cases} x = 2\alpha \\ y = 2\alpha \end{cases}$$

$$3\alpha - 2(2\alpha) = 3$$

$$\rightarrow \alpha = -3$$

تست: دایره $C(O, 3)$ را در انتقال با بردار به طول ۱ انتقال می‌دهیم دایره C' بدست می‌آید نسبت طول

مماس مشترک داخلی دو دایره به طول مماس مشترک خارجی آن‌ها کدام است؟

$$\frac{SS'}{TT'} = ?$$

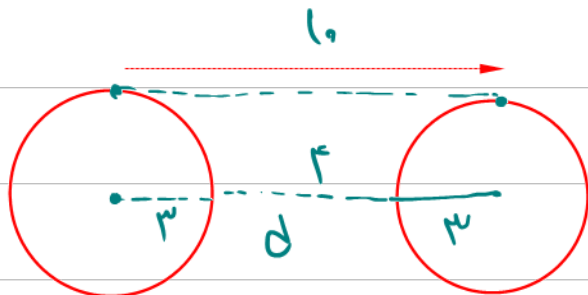
(۴) ۹/۵

(۳) ۸/۵ ✓

(۲) ۷۵/۵

(۱) ۶/۵

$$\frac{1}{1.8} = 1.8$$



$$TT' = 1.$$

$$SS' = \sqrt{1.8^2 - (3+3)^2} = \sqrt{1.8^2 - 36} = 1.8$$

۲- نقطه O به فاصله ۲ واحد از خط Δ قرار دارد. خط Δ را با دوران های ۶۰°، ۱۲۰°، ۱۸۰°، ۲۴۰° و ۳۰۰° به مرکز O دوران می دهیم. مساحت

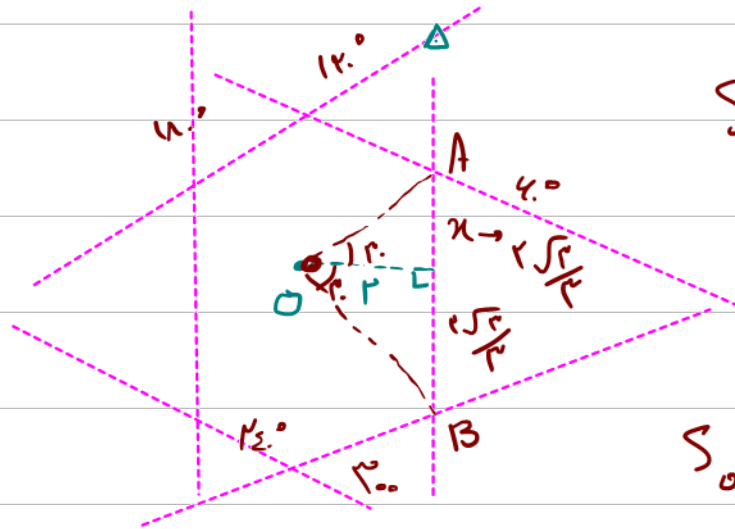
شکل محصور از برخورد خط Δ و ۵ خط دوران یافته چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

۸ (۴) ✓

۶ (۳)

۹ (۲)

۱۲ (۱)



$$S_{OAB} = ?$$

$$\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{2} \rightarrow$$

$$x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$S_{OAB} = \frac{2 \times \frac{2\sqrt{3}}{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$S_{\text{منطقه}} = 4 \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} \right) = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

۶- در دو دایره متقاطع به مراکز O و O' و شعاع های ۶ و ۸ واحد، فاصله نقطه تلاقی دو دایره از وسط OO' برابر $\frac{1}{2}OO'$ می باشد. اندازه مماس

مشترک محدود به دو نقطه تماس این دو دایره چند واحد است؟

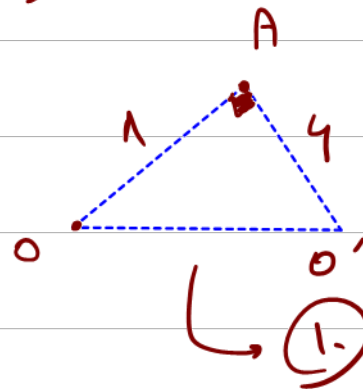
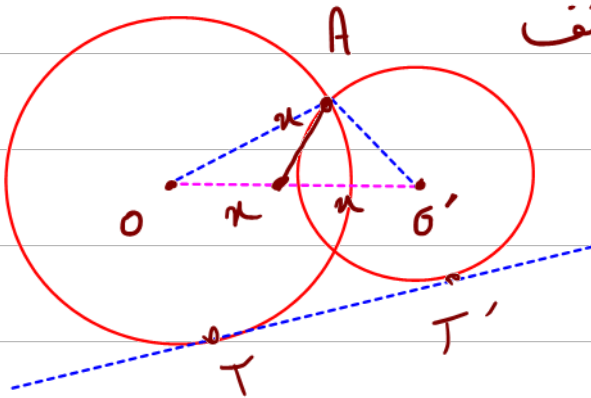
۱۰ (۴)

۴√۶ (۳) ✓

۴√۵ (۲)

۴ (۱)

قائم الارتفاع $\Rightarrow OA \perp O'A$
میان بی و اردیوئر نصف



$$TT' = \sqrt{2^2 - (R - R')^2} = \sqrt{10^2 - 2^2} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

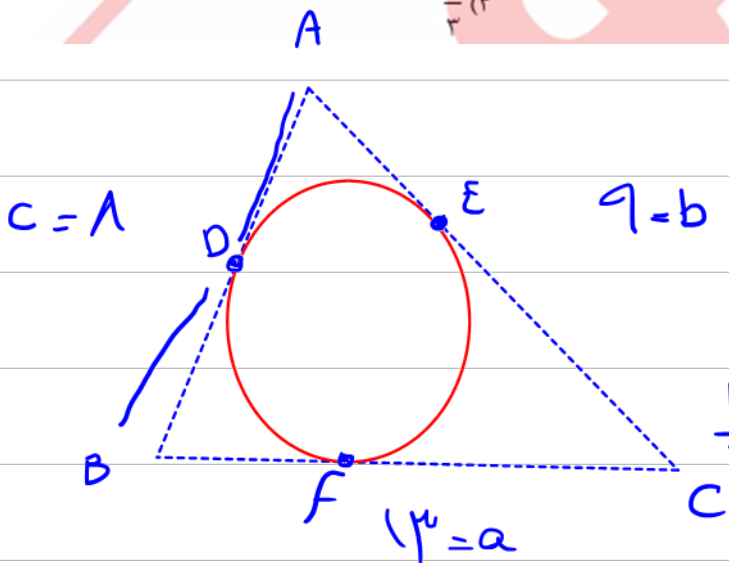
۷- دایره محاطی داخلی یک مثلث به طول اضلاع ۸، ۹ و ۱۳ در نقطه تماس، کوچکترین ضلع را به دو قطعه تقسیم می‌کند. نسبت قطعه کوچک‌تر به قطعه بزرگ‌تر برابر است با:

$$\frac{2}{3} \text{ (4)}$$

$$\frac{3}{7} \text{ (3)}$$

$$\frac{2}{5} \text{ (2)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (1) } \checkmark$$



$$\frac{AD}{BD} = ? \quad \frac{P-a}{P-b} = \frac{13-9}{13-8} = \frac{4}{5} = \frac{2}{5}$$

$$P = \frac{13+9+8}{2} = 15$$

۸- در یک دوزنقه محیط بر دایره، طول خط واصل وسط‌های دو ساق آن، ۱۴ واحد است. محیط دوزنقه کدام است؟

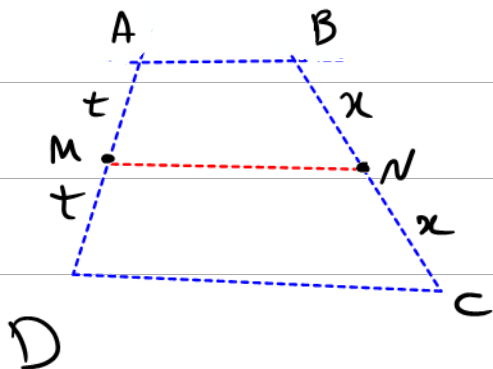
$$56 \text{ (4) } \checkmark$$

$$28 \text{ (3)}$$

$$48 \text{ (2)}$$

$$24 \text{ (1)}$$

دوزنقه محیط یعنی مجموع دو ضلع او برابر هستند.

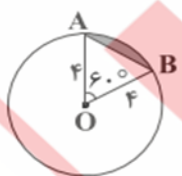


$$MN = 14 = \frac{AB + CD}{2}$$

$$AB + CD = 28 \quad \text{دوزنقه محیط}$$

$$\text{محیط} \rightarrow 2(28) = 56$$

$$AD + BC = 28$$



۱۰- در شکل دایره $C(O, 4)$ مفروض است. مساحت ناحیه سایه‌زده کدام است؟

$$\frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3} \text{ (2) } \checkmark$$

$$\frac{4\pi}{3} - 2\sqrt{3} \text{ (1)}$$

$$\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (4)}$$

$$\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3} \text{ (3)}$$

$$S_{\text{شماره}} = S_{\text{قطعه}} - S_{\text{مثلث OAB}} = \frac{4}{3} \pi R^2 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 60^\circ$$

$$\frac{1}{4} \times \pi \times 16 - \frac{1}{2} \times 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\pi}{3} - 4\sqrt{3} \checkmark$$

