پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ **۴** اگر فرض کنیم تغییر عدد اکسایش $V^{۵+}$ برابر n باشد، معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش:

$$۲V^{۵+} + (n)Zn \rightarrow ۲V^{(۵-n)+} + nZn^{۲+}$$

$$\frac{\text{حجم } (ml) \times \text{غلظت مولی}}{۱۰۰۰ \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \rightarrow \frac{۰/۰۲۵ \times ۲۰۰}{۲ \times ۱۰۰۰} = \frac{۳۲۵ \times ۱۰^{-۳}}{(۵-n) \times ۶۵} \Rightarrow n = ۲$$

تغییر عدد اکسایش وانادیم ۲+ و یون تولیدشده، وانادیم (III)، سبزرنگ خواهد بود.

۲ ۱ ۲ **۳** ۴ ابتدا باید میزان مول گاز $NO_۲$ مصرفی را محاسبه می‌کنیم تا بتوانیم با قرار دادن آن و زمان صرف شده در رابطهٔ $\frac{\Delta n}{\Delta t}$، سرعت متوسط مصرف گاز $NO_۲$ را به‌دست آوریم:

$$۲NO_۲(g) \xrightarrow{\Delta} ۲NO(g) + O_۲(g)$$

$$۱۳۸gNO_۲ \times \frac{۱molNO_۲}{۴۶gNO_۲} = ۳\ molNO_۲ \text{ باقیمانده} \Rightarrow \text{مصرف شده } ۴/۵ - ۳ = ۱/۵molNO_۲$$

$$\bar{R}_{NO_۲} = \frac{۱/۵}{۱۰} = ۰/۱۵mol \cdot s^{-۱} \quad , \quad \frac{\bar{R}_{NO_۲}}{۲} = \frac{\bar{R}_{O_۲}}{۱} \Rightarrow \frac{\bar{R}_{O_۲}}{۱} = \frac{۰/۱۵}{۲} \Rightarrow \bar{R}_{O_۲} = ۰/۰۷۵mol \cdot s^{-۱}$$

$$\bar{R}_{NO_۲} = ۰/۱۵\frac{mol}{s} \Rightarrow ۰/۱۵ = \frac{۴/۵mol}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = ۳۰s$$

۳ ۱ ۲ ۳ **۴** اتم‌های A، B، C و D به‌ترتیب عناصر: C، N، O و F از دورهٔ دوم جدول تناوبی هستند؛ بنابراین تنها گزینهٔ ۴ نادرست است، زیراکه مولکول‌های ($B_۲ = N_۲$ و $C_۲ = O_۲$) بیشترین حجم هواکره را به خود اختصاص می‌دهند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) مولکول $AC_۲$ همان $CO_۲$ است که خطی و ناقطبی است.

۲) مولکول $BD_۳$ همان $NF_۳$ است که قطبی بوده و گشتاور دوقطبی آن بزرگ‌تر از صفر است.

۳) مولکول $AD_۴$ همان $CF_۴$ است که ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

۴ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به اطلاعات صورت مسئله، داریم:

$$\bar{R}_{H_۲O_۲} = ۰/۰۵\frac{mol}{L \cdot s} \Rightarrow ۰/۰۵ = \frac{-(۰/۱ - \frac{۰/۳}{V})}{۱۰} \Rightarrow ۰/۵ = -۰/۱ + \frac{۰/۳}{V} \Rightarrow ۰/۵ + ۰/۱ = +\frac{۰/۳}{V} \Rightarrow ۰/۶ = \frac{۰/۳}{V}$$

$$\Rightarrow V = \frac{۰/۳}{۰/۶} = ۰/۵L$$

۵ ۱ ۲ **۳** ۴ عبارت‌های «الف»، «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت نادرست؟

ب) نادرست ؛ زیرا یافته‌های تجربی نشان می‌دهند که اگر دمای مواد واکنش‌دهنده پیش از آغاز واکنش با دمای مواد فرآورده پس از پایان واکنش برابر باشد $(\Delta\theta = ۰)$ یعنی واکنش در دمای ثابت انجام شود؛ باز هم میان سامانهٔ واکنش و محیط پیرامون، گرما داد و ستد خواهد شد؛ زیرا به‌طور کلی، سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها با هم برابر نیست.

۶ **۱** ۲ ۳ ۴

$$۴HCl(g) \rightarrow ۲H_۲(g) + ۲Cl_۲(g) \quad \Delta H^\circ = ۴ \times ۹۲\ kJ \quad \text{وارونه و ضرب در ۴}$$
$$۲H_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲H_۲O(l) \quad \Delta H^\circ = ۲ \times (-۲۸۶)kJ \quad \text{ضرب در ۲}$$
$$۲H_۲O(l) \rightarrow ۲H_۲O(g) \quad \Delta H^\circ = ۲ \times ۴۱/۱\ kJ \quad \text{ضرب در ۲}$$
$$۴HCl(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲Cl_۲(g) + ۲H_۲O(g) \quad \Delta H^\circ = -۱۲۱/۸\ kJ$$

۷ **۱** ۲ ۳ ۴ بنزوییک‌اسید نمونه‌ای از نگه‌دارنده‌ها می‌باشد، اما لیکوپن موجود در هندوانه و گوجه‌فرنگی نقش بازدارندگی دارد.

۸ ۱ **۲** ۳ ۴ عبارت‌های «ب» و «پ» صحیح هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت «آ»: این واکنش گرماگیر (دارای آنتالپی مثبت) بوده و در یخچال صحرایی این واکنش انجام می‌شود.

عبارت «ب»: سطح انرژی و آنتالپی فرآورده (گاز اوزون) بیشتر (ناپایدارتر) است.

عبارت «پ»: این واکنش (اکسایش گلوکز در بدن) گرماده است و با کاهش سطح انرژی فرآورده‌ها و ثابت ماندن دما (میانگین تندی ذرات) همراه است.

عبارت «ت»: با انجام این واکنش گاز بی‌رنگ دی‌نیتروژن تترا اکسید تولید می‌شود.

۹) ۱ ۲ ۳ **۴** بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: فقط ترکیب‌های «آ» و «ب» ایزومر یا هم پارند، چون دارای فرمول مولکولی یکسان، اما ساختار متفاوت هستند.

گزینهٔ «۲»: در میان مولکول‌های ترکیب «آ» و «پ» امکان تشکیل پیوند هیدروژنی وجود ندارد.

گزینهٔ «۳»: در هیچ‌یک از ترکیب‌های داده‌شده گروه عاملی کربوکسیل $(-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH)$ وجود ندارد.

۱۰) ۱ **۲** ۳ ۴ مورد سوم نادرست ← فقط پیوند هیدروژنی نه کووالانسی

مورد آخر نادرست ← جایگاه ثابت ندارند و روی هم می‌لغزند.

۱۱) **۱** ۲ ۳ ۴

$$۱۰۰۰ \text{ ریال } H_۲ \times \frac{۱g\, H_۲}{۲۸۰۰ \text{ ریال } H_۲} \times \frac{۱۴۳kJ}{۱g\, H_۲} \simeq ۵۱kJ$$

$$?kJ \text{ زغال سنگ} = ۱۰۰۰ \text{ ریال زغال سنگ} \times \frac{۱g \text{ زغال سنگ}}{۴ \text{ ریال زغال سنگ}} \times \frac{۳۰kJ}{۱g \text{ زغال سنگ}} = ۷۵۰۰kJ$$

$$\Rightarrow \frac{۵۱kJ}{۷۵۰۰kJ} = ۰/۰۰۶۸$$

۱۲) ۱ ۲ **۳** ۴

$AD_۲ \Rightarrow$ مثال $: \ddot{O}=C=\ddot{O}: \; CO_۲$

مورد اول و دوم بر اساس مثال بالا درست است.

مورد سوم، کلمه «به یقین» خطرناک شده و جمله را غلط کرده ⇐ مثلاً $CS_۲$ هم می‌تواند باشد که در آن صورت S شعاع بزرگ‌تر از C دارد. در ضمن مولکول $BeCl_۲$ هم می‌تواند باشد که Be فلز هست.

مورد چهارم: درست ⇐ کلمه «می‌تواند»

۱۳) **۴** ۳ ۲ ۱ به‌غیر از عبارت آخر، بقیهٔ عبارت‌ها درست هستند.

مورد اول: می‌دانیم که $r_C < r_{Si}$ و در نتیجه آنتالپی پیوند $C-C$ از $Si-Si$ بزرگ‌تر بوده و نقطهٔ ذوب الماس بالاتر از نقطهٔ ذوب سیلیسیم خواهد بود. توجه داریم که الماس و سیلیسیم هر دو جامد کووالانسی هستند و برای ذوب کردن آنها باید پیوندها را بشکنیم.

مورد دوم: Si مانند C می‌تواند چهار پیوند اشتراکی یگانه تشکیل دهد و در نتیجه ساختار سیلیسیم خالص با ساختار الماس مشابه است.

مورد سوم: همان‌طور که می‌دانیم عنصر Si در طبیعت $SiO_۲$ وجود دارد، پس $SiO_۲$ از $Si(s)$ پایدارتر بوده و می‌توان گفت که آنتالپی پیوند $Si-O$ از آنتالپی پیوند $Si-Si$ بزرگ‌تر است.

مورد چهارم: گرافن، تک‌لایه دوبعدی از گرافیت است که به علت ضخامت ناچیز شفاف و انعطاف‌پذیر است.

مورد پنجم: سیلیسیم، برخلاف الماس در طبیعت به‌صورت خالص یافت نمی‌شود و به‌صورت عمده به‌صورت $SiO_۲$ در طبیعت وجود دارد.

۱۴) ۱ ۲ **۳** ۴ متن کتاب درسی

۱۵) ۱ **۲** ۳ ۴ فرمول ساختاری مواد در واکنش داده‌شده به‌صورت زیر است:

$$N \equiv N(g) + ۲H - H(g) \rightarrow H - \underset{H}{\overset{|}{N}} - \underset{H}{\overset{|}{N}} - H(g)$$

$$\Delta H = ۹۱kJ$$

آنتالپی واکنش با استفاده از آنتالپی‌های پیوند:

$$\Delta H = [\Delta H(N \equiv N) + ۲\Delta H(H-H)] - [\Delta H(N-N) + ۴\Delta H(N-H)]$$

$$\Rightarrow ۹۱ = [\Delta H(N \equiv N) + ۲(۴۳۶)] - [(۱۶۲) + ۴(۳۹۱)] \Rightarrow \Delta H(N \equiv N) = ۹۴۵kJ \cdot mol^{-۱}$$

۱۶) **۱** ۲ ۳ ۴ نکته: در میان یون‌های با شمار الکترون‌های برابر، هرچه بار یون منفی‌تر باشد، شعاع یون (آنیون) بزرگ‌تر و هرچه بار یون مثبت‌تر باشد، شعاع یون (کاتیون) کوچک‌تر خواهد بود.

یون‌های $S^{۲-}$، Cl^-، K^+ و $Ca^{۲+}$، همگی ۱۸ الکترون دارند و ترتیب مقایسهٔ شعاع یونی آنها به‌صورتی‌که در گزینهٔ «۱» آمده، درست است.

۱۷) **۴** ۳ ۲ ۱ هر چه اندازهٔ بار یون‌ها بیشتر و مجموع شعاع آنها کوچک‌تر باشد، آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب یونی بیشتر است.

قاعدهٔ فوق تنها در گزینهٔ «۴» به‌درستی رعایت شده است.

گزینهٔ «۴» $XA < X_۲D < YD$

۱۸) ۱ ۲ **۳** ۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

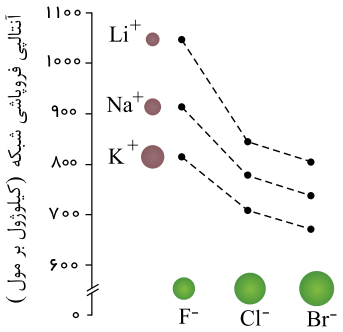
گزینهٔ «۱»: فلزهای اصلی، تنها با یک ظرفیت معین در تشکیل ترکیب‌های معین شرکت می‌کنند.

گزینهٔ «۲»: عنصرهای شبه‌فلزی در خواص شیمیایی مشابه نافلزها هستند نه فلزها!

گزینهٔ «۴»: آنتالپی فروپاشی $Al_۲O_۳$ از $AlF_۳$ بیشتر است زیرا اندازهٔ بار آنیون سازندهٔ آن بزرگ‌تر است.

۱۹ ۱ ۲ ۳ **۴**

برای تحلیل و بررسی این سؤال، ابتدا به نمودار و جدول مقابل که در متن کتاب درسی آمده است؛ توجه کنید:



کاتیون \ آنیون	F^-	$O^{-۲}$
Na^+	۹۲۶	۲۴۸۸
$Mg^{+۲}$	۲۹۶۵	۳۷۹۸

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: به‌عنوان مثال اگر ترکیب c، $MgF_۲$ باشد؛ ترکیب a می‌تواند $LiCl$ باشد که آنیون آن یک هالید است.

گزینهٔ «۲»: به‌عنوان مثال اگر ترکیب‌های a و b را به‌ترتیب $LiCl$ و $LiBr$ فرض کنیم؛ آنیون‌های سازنده (Cl^- و Br^-) می‌توانند در یک دوره قرار داشته باشند؛ بلکه هم‌گروه‌اند.

توجه: دقت کنید که ترکیب‌های a و b را نمی‌توانیم به‌صورت جفت ترکیبی همچون $Na_۲O$ و NaF در نظر بگیریم؛ زیرا با توجه به جدول کتاب درسی، آنتالپی فروپاشی شبکهٔ $Na_۲O$ حدود $۲۵۰۰kJ\cdot mol^{-۱}$ است؛ درحالی‌که آنتالپی فروپاشی شبکهٔ ترکیب a با توجه به جدول ارائه شده در صورت سؤال، حدود ۱۰۰۰ کیلوژول است.

گزینهٔ «۳»: به‌عنوان مثال اگر ترکیب‌های c و e را به‌ترتیب MgO و $Na_۲O$ در نظر بگیریم؛ بار آنیون‌های هر دو ترکیب یکسان است.

گزینهٔ «۴»: اگر دو ترکیب b و d را به‌ترتیب KF و $LiCl$ درنظر بگیریم؛ داریم:

$$\left\{\begin{array}{l} r_{F^-} < r_{Cl^-}\ ,\ r_{Li^+} < r_{K^+} \\ F^- \text{ بار الکتریکی } = Cl^- \text{ بار الکتریکی} \\ \Delta H_d(LiCl) > \Delta H_b(KF) \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} I)\ \dfrac{r_{K^+}}{r_{Li^+}} > ۱ \\ II)\ \dfrac{r_{F^-}}{r_{Cl^-}} < ۱ \end{array}\right\} \Rightarrow (I) > (II)$$

۲۰ ۱ ۲ **۳** ۴ واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:

$$CaCO_۳(s) + ۲HCl(aq) \rightarrow CaCl_۲(aq) + H_۲O(l) + CO_۲(g)$$

نمودار «مول ـ زمان» برای واکنش‌دهنده‌ها نزولی و برای هر یک از فراورده‌های این واکنش، صعودی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نمودار غلظت ـ زمان $H_۲O(l)$ نمی‌تواند به صورت صعودی باشد؛ زیرا این ماده یک مایع خالص بوده و غلظت آن ثابت است.

گزینهٔ «۲»: با توجه به معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش، ضریب استوکیومتری HCl، ۲ برابر ضریب استوکیومتری $CaCl_۲$ است؛ بنابراین تغییر غلظت منحنی نزولی، باید دو برابر تغییر غلظت منحنی صعودی باشد.

گزینهٔ «۴»: تعداد مول هیچ‌یک از مواد شرکت‌کننده در واکنش ثابت نیست.

۲۱ ۱ **۲** ۳ ۴

می‌دانیم: $y = f(g(x)) \rightarrow y' = g'(x)\cdot f'(g(x))$

$$y = f(xf(x)) \Rightarrow y' = (f(x) + xf'(x))f'(xf(x)) \Rightarrow y'(۲) = (f(۲) + ۲f'(۲))[f'(۲f(۲))] \quad (*)$$

$$f(۲) = -\frac{۱}{۲}\ ,\ f'(x) = -\frac{۱}{۲\sqrt{x+۲}} \Rightarrow f'(۲) = -\frac{۱}{۴}\ ,\ f'(-۱) = -\frac{۱}{۲}$$

$$\xrightarrow{(*)} y'(۲) = \underbrace{(-\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۲})}_{-۱}(f'(-۱)) = (-۱)(-\frac{۱}{۲}) = \frac{۱}{۲}$$

۲۲ **۱** ۲ ۳ ۴ برای محاسبهٔ نقطهٔ تلاقی با محور yها باید $x = ۰$ قرار دهیم.

مختصات نقطه: $f(۰) = \dfrac{\cos(۰)}{۲ - \sin(۰)} = \dfrac{۱}{۲} \Rightarrow (۰, \dfrac{۱}{۲})$

$$f'(x) = \frac{-۲\sin ۲x\cdot(۲ - \sin x) - (-\cos x)\cdot\cos ۲x}{(۲ - \sin x)^۲}$$

$$m = f'(۰) = \frac{۱}{۴} \Rightarrow y - \frac{۱}{۲} = -۴(x - ۰)$$

معادلهٔ خط قائم: $y - y_0 = -\frac{1}{m} \cdot (x - x_0)$

پس خط قائم به‌صورت $y = -4x + \frac{1}{2}$ است.

برای محاسبهٔ نقطهٔ برخورد این خط با نیم‌ساز ناحیهٔ اول باید معادله زیر را حل کنیم:

$$\begin{cases} y = -4x + \frac{1}{2} \\ y = x \end{cases} \Rightarrow -4x + \frac{1}{2} = x \Rightarrow 5x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{10}$$

۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا توجه کنید که

$$\lim_{x\to 3} \frac{f(x) - f(3)}{x^2 - 9} = \lim_{x\to 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} \times \lim \frac{1}{x + 3} = f'(3) \times \frac{1}{6} = 2 \Rightarrow f'(3) = 12$$

پس داریم:

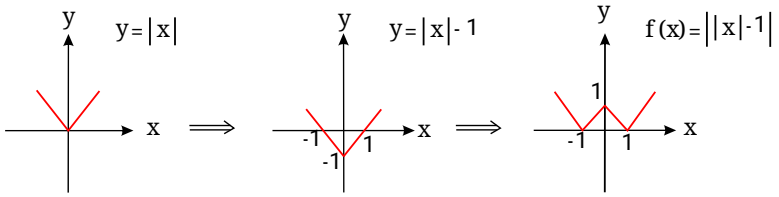
$$g(x) = f(\frac{x-4}{x+2}) \Rightarrow g'(x) = (\frac{x-4}{x+2})' f'(\frac{x-4}{x+2})$$
$$\Rightarrow g'(x) = \frac{6}{(x+2)^2} f'(\frac{x-4}{x+2})$$

$$\Rightarrow g'(-5) = \frac{6}{(-5+2)^2} f'(\frac{-5-4}{-5+2}) = \frac{2}{3} f'(3) = \frac{2}{3} \times 12 = 8$$

۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴ راه اول: کلیه توابع قدرمطلقی به‌ازای ریشه‌های ساده قدرمطلق مشتق‌ناپذیرند.

$f(x) = ||x| - 1| \Rightarrow \begin{cases} |x| = 0 \Rightarrow x = 0 \\ |x| - 1 = 0 \Rightarrow |x| = 1 \to x = \pm 1 \end{cases}$ در سه نقطه مشتق‌ناپذیرند.

به کمک رسم تابع $f(x)$ خواهیم داشت:



درنتیجه تابع در سه نقطه‌ی $x = -1 , x = 0$ و $x = 1$ مشتق‌ناپذیر می‌باشد.

۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$$y = ax^2 - x - 1 \to y' = 2ax - 1 \to \begin{cases} x = 1 \text{ شیب مماس در } \to y'(1) = 2a - 1 \\ x = -3 \text{ شیب مماس در } \to y'(-3) = -6a - 1 \end{cases}$$

چون دو مماس بر هم عمودند،، داریم:

$$(2a - 1)(-6a - 1) = -1 \to -12a^2 - 2a + 6a + 1 = -1$$

$$\to 12a^2 - 4a - 2 = 0 \to 6a^2 - 2a - 1 = 0 \to \Delta = 4 + 24 = 28 \to a = \frac{2 \pm 2\sqrt{7}}{12} = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{6}$$

$$\xrightarrow{a>0} a = \frac{1 + \sqrt{7}}{6}$$

۲۶ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: مشتق تابع $f(x) = g(x)h(x)$ در نقطهٔ $x = a$ که در آن $g(x)$ در نقطهٔ a مشتق‌پذیر و $g(a) = 0$ و h در a پیوسته باشد، به‌صورت $f'(a) = g'(a)h(a)$ است.

$$f(x) = (x+3)(x-2)\sqrt[3]{6x - x^2}$$

حد موردنظر برابر $\frac{1}{2} f'(x)$ در نقطه $x = -3$ است و برای محاسبه مشتق فقط از عامل صفرشونده یعنی $x + 3$ مشتق می‌گیریم:

$$f'(-3) = (x+3)' \times (-3-2) \times \sqrt[3]{6(-3) - (-3)^2} = (-5) \times (-3) = -5 \times (-3) = 15$$

پس حاصل حد برابر $\frac{۱}{۲}f'(-۳) = ۷٫۵$ است.

۲۷ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا پیوستگی تابع را در نقطهٔ مرزی $x = ۲$ بررسی می‌کنیم و نیز می‌دانیم به‌ازای $x < ۲$ داریم: $|x^۲ - ۲x| = ۲x - x^۲$ پس:

$$f(x) = \begin{cases} ۲x - x^۲ & x < ۲ \\ \frac{۱}{۲}x^۲ + ax + b & x \geq ۲ \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < ۲ \Rightarrow f(۲^-) = ۴ - ۴ = ۰ \\ x > ۲ \Rightarrow f(۲^+) = ۲ + ۲a + b \end{cases} \Rightarrow \boxed{۲a + b = -۲} \quad (۱)$$

$$f'(x) = \begin{cases} ۲ - ۲x & x < ۲ \\ x + a & x > ۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'_-(۲) = -۲ \\ f'_+(۲) = ۲ + a \end{cases} \Rightarrow ۲ + a = -۲ \Rightarrow a = -۴ \xrightarrow{(۱)} \boxed{b = ۶}$$

درنتیجه داریم:

$$a + b = ۲$$

۲۸ ۱ ۲ ۳ ۴ در توابع کسری، برای محاسبهٔ مشتق مراتب بالاتر بهتر است ابتدا کسر را تفکیک کنیم:

$$f(x) = \frac{(x-۱)^۳ + ۵}{(x-۱)} = (x-۱)^۲ + \frac{۵}{(x-۱)} \Rightarrow f'(x) = ۲(x-۱) - \frac{۵}{(x-۱)^۲}$$

$$\Rightarrow f''(x) = ۲ + \frac{۱۰}{(x-۱)^۳} \Rightarrow f''(۰) = -۸$$

۲۹ ۱ ۲ ۳ ۴ ضابطهٔ تابع را در یک همسایگی $x = \pi$ می‌توانیم به‌صورت زیر بنویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} ۲\sin ۲x & ; x \leq \pi \\ \sin ۲x & ; x > \pi \end{cases}$$

پس برای مشتق تابع داریم:

$$f'(x) = \begin{cases} ۴\cos ۲x & ; x < \pi \\ ۲\cos ۲x & ; x > \pi \end{cases}$$
$$\Rightarrow f'_-(\pi) = ۴, f'_+(\pi) = ۲$$

درنتیجه $\tan\theta$ را به‌صورت زیر حساب می‌کنیم:

$$\tan\theta = |\frac{۴ - ۲}{۱ + ۴ \times ۲}| = \frac{۲}{۹}$$

۳۰ ۱ ۲ ۳ ۴ سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $[۲, ۱۰]$:

$$\frac{f(۱۰) - f(۲)}{۱۰ - ۲} = \frac{(۲ \times ۱۰۰ - ۳ \times ۱۰ + ۱۰) - (۲ \times ۴ - ۳ \times ۲ + ۱۰)}{۸} = \frac{۱۸۰ - ۱۲}{۸} = ۲۱$$

سرعت لحظه‌ای:

$$f'(t) = ۴t - ۳$$

$$۴t - ۳ = ۲۱ \Rightarrow ۴t = ۲۴ \Rightarrow t = ۶$$

۳۱ ۱ ۲ ۳ ۴ چون چشمهٔ موج (دیاپازون) ثابت مانده و تغییر نکرده است بسامد ثابت می‌ماند و با کاهش جرم وزنه نیروی کشش تار کاهش می‌یابد و برای اینکه بسامد ثابت بماند باید تعداد شکم‌ها (n) افزایش یابد.

$$\text{ثابت} \quad f_n = \frac{nv}{۲L} = \frac{\uparrow n}{۲L}\sqrt{\frac{\downarrow F \cdot L}{m}}$$

۳۲ ۱ ۲ ۳ ۴ در طول تار ۳ شکم تشکیل شده است پس $n = ۳$ است.

$$f = \frac{nv}{۲L} \Rightarrow ۱۵۰ = \frac{۳v}{۲ \times ۰٫۶} \Rightarrow v = ۶۰\ m/s$$

$$v = \sqrt{\frac{F \cdot L}{m}} \Rightarrow v^۲ = \frac{F \cdot L}{m} \xrightarrow{F=Mg} ۳۶۰۰ = \frac{(M \times ۱۰) \times ۰٫۶}{۲ \times ۱۰^{-۳}} \Rightarrow M = ۱٫۲kg = ۱۲۰۰g$$

۳۳ ۱ ۲ ۳ ۴

فاصلهٔ بین دو گرهٔ متوالی، معادل نصف طول موج است. بنابراین داریم:

$$\begin{matrix} f = ۴۰۰Hz \\ v = ۱۶۰m/s \end{matrix} \rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{۱۶۰}{۴۰۰} = ۰/۴m$$

$$\text{فاصلهٔ دو گرهٔ متوالی} = \frac{\lambda}{۲} = \frac{۰/۴m}{۲} = ۰/۲m = ۲۰cm$$

۳۴ ۱ ۲ ۳ ۴ بسامد صوت اصلی در یک تار دو سر بسته، ازرابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$f = \frac{nv}{۲L} \Rightarrow f = \frac{v}{۲L}$$

$$۲۰۰ = \frac{v}{۲ \times ۰/۵} \Rightarrow v = ۲۰۰\ m/s$$

همچنین می‌دانیم سرعت انتشار موج در یک تار کشیده از رابطهٔ $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ به دست می‌آید و داریم:

$$v = ۲۰۰\frac{m}{s}\ ,\ \mu = ۵\frac{g}{m} = ۵ \times ۱۰^{-۳}\ kg/m$$

$$۲۰۰ = \sqrt{\frac{F}{۰/۰۰۵}} \Rightarrow ۲۰۰ = \sqrt{۲۰۰F} \Rightarrow F = ۲۰۰N$$

روش دوم:

$$f_۱ = \frac{v}{۲l} = \frac{۱}{۲l}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \rightarrow ۲۰۰ = \frac{۱}{۲ \times ۰/۵}\sqrt{\frac{F}{۵ \times ۱۰^{-۳}}} \rightarrow F = ۲۰۰N$$

۳۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow \sqrt{\frac{\cancel{۲۸۸}^{۱۴۴} \times \cancel{۶/۴}^{۱۰^{-۱}}}{\cancel{۴} \times ۱۰^{-۳}}} \Rightarrow v = \sqrt{۱۴۴ \times ۱۰^{۲}} = ۱۲۰\ m/s$$

برای سیم دو سر بسته داریم:

$$f_n = \frac{nv}{۲L} \Rightarrow ۴۵۰ = \frac{n \times \cancel{۱۲۰}^{۳۰۰}}{\cancel{۴} \times \cancel{۶/۴}} \Rightarrow n = \frac{۴۵۰}{۱۵۰} = ۳$$

در سیم دوسر بسته تعداد گره یک واحد از n بیشتر است، پس در اینجا ۴ گره داریم.

۳۶ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا طول موج نور زرد را در محیط شفاف $(\lambda'_۲)$ به‌دست می‌آوریم:

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow \frac{n_۲}{n_۱} = \frac{v_۱}{v_۲} \xrightarrow[f=\text{ثابت}]{v=\lambda f} \frac{n_۲}{n_۱} = \frac{\lambda_۲}{\lambda'_۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۱/۱}{۱} = \frac{۶۶۰}{\lambda'_۲} \Rightarrow \lambda'_۲ = ۶۰۰nm$$

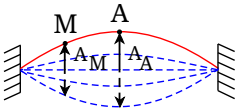
پهنای نوارهای تاریک یا روشن در آزمایش یانگ متناسب با طول موج نور به کار رفته در آزمایش است. اگر پهنای هر نوار را I فرض کنیم، داریم:

$$I \propto \lambda \Rightarrow \frac{I'_۲}{I_۱} = \frac{\lambda'_۲}{\lambda_۱} \Rightarrow \frac{I'_۲}{۱/۲} = \frac{۶۰۰}{۴۰۰} \Rightarrow I'_۲ = ۱/۸mm$$

۳۷ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم در موج ایستاده نقاط بین دو گرهٔ متوالی هم فاز و هم بسامدند (گزینهٔ ۲ و ۳ نادرست است)، از طرفی دامنهٔ نوسان نقطهٔ A بیشتر از نقطهٔ M است زیرا این نقطه در محل شکم قرار دارد (گزینهٔ ۱ نیز نادرست است).

از طرفی می‌دانیم بیشینهٔ سرعت ذرات مرتعش از رابطهٔ $V_{max} = A\omega$ به دست می‌آید و با توجه به یکسان بودن بسامد برای تمام نقاط طناب، ذرهٔ با دامنهٔ بیشتر دارای سرعت بیشینهٔ بیشتری است و سرعت A از M بیشتر است.



۳۸ ۱ ۲ ۳ ۴ در دو صورت پدیدهٔ پراش بارزتر است و ناحیهٔ سایه کوچکتر می‌شود:

الف) ابعاد شکاف کاهش یابد.

ب) طول موج نور افزایش یابد.

طبق فرض سؤال: نور وارد آب شده بنابراین سرعت و طول موج آن کاهش یافته و پراش ضعیف‌تر می‌شود و ناحیهٔ سایه بزرگتر می‌شود.

۳۹ ۱ ۲ ۳ ۴ موارد «ب» و «د» غلط هستند.

ب) پراش می‌تواند برای امواج مکانیکی یا الکترومغناطیس هم باشد.

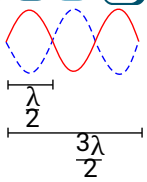
د) اگر آزمایش یانگ را به‌جای هوا در آب انجام دهیم به‌علت کاهش طول موج، نوارها باریک‌تر می‌شوند.

۴۰ ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم ضخامت نوارها متناسب با طول موج نور فرودی است.

$$\frac{\lambda_{آب}}{\lambda_{هوا}} = \frac{v_{آب}}{v_{هوا}} \times \frac{f_{هوا}}{f_{آب}} = \frac{n_{هوا}}{n_{آب}} \times \frac{f_{هوا}}{f_{آب}} = \frac{۱}{\frac{۴}{۳}} \times \frac{۱}{۰/۸}$$

$$= \frac{۳}{۴} \times \frac{۱۰}{۸} = \frac{۳}{۴} \times \frac{۵}{۴} = \frac{۱۵}{۱۶}$$

۴۱ ۱ ۲ ۳ ۴ در تاری با دو انتهای بسته هماهنگ سوم چهار گره و سه شکم دارد.



$$n = ۳ \Rightarrow L = n\frac{\lambda}{۲} \Rightarrow ۶۰ = ۳\frac{\lambda}{۲} \Rightarrow \frac{\lambda}{۲} = ۲۰cm$$ فاصلهٔ دو گره‌ی متوالی =

۴۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا با استفاده از رابطهٔ بسامد هماهنگ‌های یک تار مرتعش سرعت موج را تعیین می‌کنیم:

$$f_n = \frac{nv}{۲L} \Rightarrow ۱۵۰ = \frac{v}{۲ \times ۰/۴} \Rightarrow v = ۱۲۰\ m/s$$

حال با توجه به رابطهٔ بین سرعت موج در یک تار مرتعش و ویژگی‌های فیزیکی طناب، می‌توان نوشت:

$$\mu = ۲۰\ mg/cm = \frac{۲۰ \times ۱۰^{-۶}}{۱۰^{-۲}}\ kg/m \Rightarrow \mu = ۲ \times ۱۰^{-۳}\ kg/m$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow F = \mu v^۲ = ۲ \times ۱۰^{-۳} \times (۱۲۰)^۲ \Rightarrow F = ۲۸/۸N$$

۴۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا با توجه به مشخصات سیم، سرعت انتشار موج در سیم را محاسبه می‌کنیم:

$$L = ۱m,\ m = ۱۰g = ۱۰^{-۲}kg \Rightarrow \mu = \frac{m}{L} = ۱۰^{-۲}\ kg/m \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{۱۰۰}{۱۰^{-۲}}} = \sqrt{۱۰^۴} = ۱۰۰\ m/s$$

در ادامه برای محاسبهٔ بسامد هماهنگ سوم یک تار دو سر بسته $(n = ۳)$ می‌توان نوشت:

$$f_n = \frac{nv}{۲L} \Rightarrow f_۳ = \frac{۳ \times ۱۰۰}{۲ \times ۱} = ۱۵۰Hz$$