پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲

رشتهٔ $DNA \rightarrow TGA - AAA - GTA$

مکمل رشتهٔ $DNA \rightarrow ACT - TTT - CAT$

رشتهٔ $mRNA \rightarrow UGA - AAA - GUA$

کدون پایانی ← آنتی‌کدون ← $UUU - CAU$

تذکر: توجه کنید که برای کدون پایان UGA، آنتی‌کدونی وجود ندارد.

۲ - گزینه ۴ دقت شود که میانه و بیانه فقط در مورد $mRNA$ مطرح می‌شوند درصورتی که ممکن است رشتهٔ موردنظر صورت سؤال $tRNA$ یا دیگر RNAها باشند.

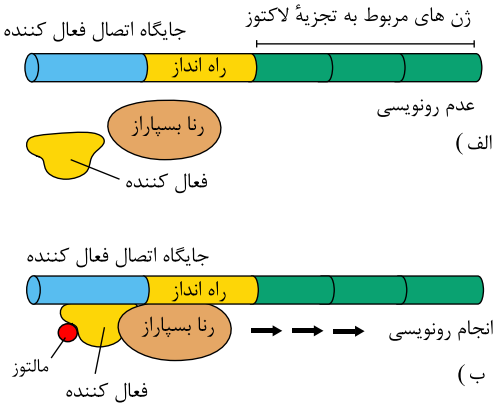
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: همهٔ رناها در پی رونویسی آنزیم رنابسپاراز از روی بخشی از مولکول دنا ساخته می‌شوند.

گزینهٔ «۲»: از آن‌جا که قند موجود در نوکلئوتیدهای رنا از نوع ریبوز و در نوکلئوتیدهای دنا از نوع دئوکسی ریبوز است، هیچ نوکلئوتید یکسانی بین رنا و رشتهٔ دنای الگوی آن وجود ندارد.

گزینهٔ «۳»: از آن‌جایی که در مولکول دنا، نوکلئوتید یوراسیل‌دار دیده نمی‌شود، توالی نوکلئوتیدی رناهایی که حاوی نوکلئوتید یوراسیل‌دار هستند با رشتهٔ رمزگذار ژن خود مشابه است.

۳ - گزینه ۴ در باکتری اشرشیاکلای در حضور قند مالتوز، انواعی از پروتئین به نام فعال‌کننده وجود دارند که به توالی‌های خاصی از دنا متصل می‌شوند. به این توالی‌ها جایگاه اتصال فعال‌کننده گفته می‌شود. در حضور مالتوز، پروتئین فعال‌کننده به جایگاه خود متصل می‌شود و پس از اتصال به رنابسپاراز کمک می‌کند تا به راه‌انداز متصل شود و رونویسی را شروع کند. درواقع اتصال مالتوز به فعال‌کننده باعث پیوستن آن به جایگاه اتصال شده و رونویسی شروع می‌شود. راه‌انداز سبب می‌شود رنابسپاراز اولین نوکلئوتید مناسب را به‌طور دقیق پیدا و رونویسی را از آنجا آغاز کند.



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) فعال‌کننده به راه‌انداز متصل نمی‌شود.

گزینهٔ ۲) پروتئین مهارکننده در تنظیم منفی رونویسی دخالت دارد نه در حضور مالتوز و تنظیم مثبت رونویسی

گزینهٔ ۳) با توجه به تصویر، مشاهده می‌کنید که رنابسپاراز ژن‌های مربوط به تجزیهٔ مالتوز را رونویسی می‌کند نه ژن‌های سنتزکنندهٔ مالتوز را.

۴ - گزینه ۲ در هنگام جابه‌جایی ریبوزوم، $tRNA$ موجود در جایگاه P ریبوزوم که فاقد آمینو اسید است وارد جایگاه E می‌شود

توجه کنید که تشکیل پیوند پپتیدی درون جایگاه A ریبوزوم، قبل از جابه‌جایی صورت گرفته است. و در حین جابه‌جایی ممکن است کدون پایان وارد جایگاه A شود.

۵ - گزینه ۳ پروتئین فعال‌کننده با اتصال به جایگاه اتصال خود در دنا، به رنابسپاراز کمک می‌کند تا به راه‌انداز متصل شود و رونویسی را آغاز کند. در ابتدای رونویسی، رنابسپاراز اولین نوکلئوتید از ژن را رونویسی می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نادرست. اتصال مالتوز به پروتئین فعال‌کننده باعث اتصال فعال‌کننده به دنا خواهد شد.

گزینهٔ «۲»: نادرست. ژن‌های مربوط به تجزیهٔ مالتوز رونویسی می‌شوند.

گزینهٔ «۴»: نادرست. در باکتری‌ها عوامل رونویسی وجود ندارد.

۶ - گزینه ۴ آنتی‌کدون CUC روی $tRNA$، مکمل کدون GAG روی $mRNA$ است. پس از خروج $tRNA$ خالی از جایگاه P و ورود آن به جایگاه E ریبوزوم به اندازهٔ یک کدون روی $mRNA$ جلو می‌رود و کدون UUC در جایگاه P ریبوزوم قرار می‌گیرد و کدون بعدی یعنی UCC در جایگاه A ریبوزوم قرار می‌گیرد. کدون UCC مکمل آنتی‌کدون AGG در مولکول $tRNA$ است.

۷ - گزینه ۴ در پروکاریوت‌ها در تنظیم بیان ژن مربوط به مصرف لاکتوز چندین رناتن به صورت هم‌زمان ترجمه یک مولکول رناپیک که از روی ۳ ژن مختلف تولید شد و ۳ ژنی است را شروع می‌کند. (گزینهٔ ۴)

۸ - گزینه ۴ با توجه به اینکه شکل، یک ژن را نشان می‌دهد، چندین عدد رنابسپاراز از یک نوع در حال رونویسی هستند. رناهای سمت راست بلندتر از رناهای سمت چپ هستند، پس از نظر تعداد

نوکلئوتیدها، رناهای سمت راست تعداد نوکلئوتید بیشتری دارند، بنابراین جهت رونویسی از چپ به راست است.

۹ - گزینه ۴ نبودن لاکتوز در محیط باکتری، دلیلی بر عدم وجود دی‌ساکاریدهای دیگر در سلول نیست. لاکتوز به پروتئین مهارکننده متصل می‌شود اما، روی بخش تنظیم‌کننده (راه‌انداز و اپراتور) قرار نمی‌گیرد. پروتئین مهارکننده در باکتری مانع از اتصال رنابسپاراز به دنا نمی‌شود.

۱۰ - گزینه ۴ همهٔ RNA یا (رنا)های موجود در این باکتری پس از اتصال RNA پلی‌مراز پروکاریوتی به راه‌انداز (توالی بخش تنظیم‌کنندهٔ ژن) ساخته می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: برای $rRNA$ و $tRNA$ صادق نیست.

گزینهٔ «۲»: فقط رناهای ناقل در یک انتهای خود توالی نوکلئوتیدی یکسانی دارند. (در جایگاه اتصال آمینواسید)

گزینهٔ «۳»: دربارهٔ یاخته‌های یوکاریوتی صادق است.

۱۱ - گزینه ۱ در مرحلهٔ طویل‌شدن ممکن است رناهای ناقل مختلفی وارد جایگاه A رناتن شوند؛ ولی فقط رنایی که مکمل رمزهٔ جایگاه A است، استقرار پیدا می‌کند؛ در غیر این‌صورت جایگاه را ترک می‌کند. در مرحلهٔ پایان نیز، طبق شکل زیر، رنای ناقل بدون ورود به جایگاه E از رناتن خارج می‌شود؛ پس در دو مرحلهٔ طویل‌شدن و پایان، رنای ناقل می‌تواند بدون ورود به جایگاه E از رناتن خارج شود.

در مرحلهٔ طویل‌شدن، پس از ورود به رنای ناقلی که مکمل رمزهٔ جایگاه A است، آمینواسید یا رشتهٔ پلی‌پپتیدی موجود در جایگاه P از رنای ناقل خود جدا می‌شود (شکسته‌شدن پیوند میان نوکلئوتید و آمینواسید). و با آمینواسید جایگاه A پیوند برقرار می‌کند(تشکیل شدن پیوند میان دو آمینواسید) پس از آن رناتن به اندازهٔ یک رمزه به‌سوی رمزهٔ پایان پیش می‌رود. در این موقع رنای ناقل که حامل رشتهٔ پپتیدی درحال ساخت است، در جایگاه P قرار می‌گیرد و جایگاه A خالی می‌شود تا پذیرای رنای ناقل بعدی باشد و رنای ناقل بدون آمینواسید در جایگاه E قرار می‌گیرد و سپس از این جایگاه خارج می‌شود (گسستن پیوند هیدروژنی میان دو نوکلئوتید).

در مرحلهٔ پایان، عوامل آزادکننده باعث جداشدن پلی‌پپتید از آخرین رنای ناقل می‌شوند (شکسته‌شدن پیوند میان نوکلئوتید و آمینواسید). همچنین جداشدن زیرواحدهای رناتن از هم و آزادشدن رنای پیک روی می‌دهد. طبق شکل زیر، در مرحلهٔ پایان، آخرین رنای ناقل از رمزهٔ مکمل خود جدا می‌شود (شکسته‌شدن پیوند هیدروژنی میان دو نوکلئوتید).

بنابراین می‌توان گفت در هر دو مرحلهٔ طویل‌شدن و پایان، شکسته‌شدن پیوند هیدروژنی میان دو نوکلئوتید و نیز شکسته شدن پیوند میان نوکلئوتید و آمینواسید روی می‌دهد.

۱۲ - گزینه ۱ در مرحلهٔ طویل‌شدن، رنابسپاراز (RNA پلیمراز) که به ساختن رنا ادامه می‌دهد، دو رشتهٔ دنا در جلوی آن باز می‌گردد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: در مرحلهٔ اول علاوه بر بازشدن دو رشتهٔ دنا، رونویسی نیز رخ می‌دهد.

گزینهٔ «۳»: کدون پایان در مرحلهٔ پایان ترجمه وارد جایگاه A می‌شود.

گزینهٔ «۴»: در مرحلهٔ آغاز ترجمه ابتدا بخش کوچک ریبوزوم به $mRNA$ متصل شده و سپس $tRNA$ به مجموعه اضافه و درنهایت بخش بزرگ به بخش کوچک متصل می‌شود.

۱۳ - گزینه ۴ در مراحل آغاز و پایان ترجمه، رنای ناقل و پادرمزه وارد جایگاه A نمی‌شود. در هر دو مرحله، زیرواحدهای رناتن می‌توانند به‌صورت جدا از هم دیده شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در مرحلهٔ طویل شدن، در جایگاه A پیوند پپتیدی تشکیل می‌شود. اگر رمزه ACU وارد جایگاه P رناتن شود، توالی UGA می‌تواند به‌عنوان پادرمزه در جایگاه P باشد.

گزینهٔ «۲»: در مرحلهٔ طویل شدن پیوند هیدروژنی شکسته و تشکیل می‌شود. (به‌ترتیب در جایگاه E و A) در مرحلهٔ پایان، جایگاه A توسط عوامل آزادکننده اشغال می‌شود.

گزینهٔ «۳»: در مرحلهٔ آغاز ترجمه فقط یک رنای ناقل در جایگاه P دیده می‌شود، اما در این مرحله خروج رنای ناقل بدون آمینواسید از جایگاه E مشاهده نمی‌شود.

۱۴ - گزینه ۴ در مرحلهٔ آغاز و طویل‌شدن زنجیره‌ای از ریبونوکلئوتیدها ساخته می‌شود (درستی گزینهٔ ۱) اما در مرحلهٔ آغاز زنجیره به اندازه‌ای طویل نیست که از آنزیم رنابسپاراز (RNA پلیمراز) خارج شود (نادرستی گزینهٔ ۴).

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: در هر دو مرحله پایان و طویل‌شدن می‌توانیم حرکت آنزیم RNA پلیمراز را مشاهده کنیم.

گزینه «۳»: در مرحلهٔ آغاز و طویل‌شدن می‌توان شکسته‌شدن پیوند هیدروژنی بین دئوکسی ریبونوکلئوتیدهای DNA توسط آنزیم RNA پلیمراز را مشاهده کرد.

۱۵ - گزینه ۳ گزینهٔ ۳ صحیح است زیرا ← در این مرحله بر روی کدون دوم در جایگاه A، هیچ $tRNA$یی قرار نمی‌گیرد و نوکلئوتیدهای کدون دوم، بدون مکمل باقی می‌مانند.

گزینهٔ ۱ نادرست است، زیرا ← این مرحله با تکمیل ساختار ریبوزوم به پایان می‌رسد ولی این گزینه مربوط به مرحله طویل شدن می‌باشد.

گزینهٔ ۲ نادرست است، زیرا ← تنها $tRNA$ آغازگر و متیونین آغازی در این مرحله وارد جایگاه P می‌شوند.

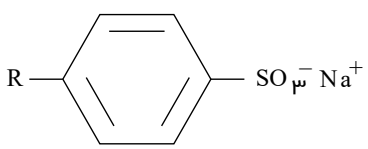
گزینهٔ ۴ نادرست است، زیرا ← در این مرحله هیچ پیوند پپتیدی بین آمینواسیدها تشکیل نمی‌گردد.

۱۶ - گزینه ۳ هرچه مقدار عددی K_a بزرگ‌تر باشد، قدرت اسیدی بیشتر است. بنابراین قدرت اسیدی HSO_4^- از HF بیشتر است. در شرایط یکسان α و غلظت یون H_3O^+ نیز برای HSO_4^- بیشتر است.

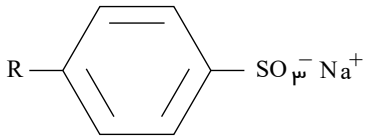
در نتیجه pH محلول HF بزرگ‌تر از محلول HSO_4^- است.

۱۷ - گزینه ۱

الف) درست، با توجه به وجود حلقهٔ بنزن در پاک‌کننده‌های غیرصابونی، آن‌ها جزو ترکیب‌های آروماتیک هستند.



ب) درست، در فرمول عمومی پاک‌کننده‌های غیرصابونی ۳ اتم اکسیژن وجود دارد.



در فرمول عمومی پاک‌کننده‌های صابونی ۲ اتم اکسیژن وجود دارد.

$R-COONa$

پ) درست، برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی مواد شوینده، به آنها نمک‌های فسفات (PO_4^{3-}) می‌افزایند.

ت) درست، پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند.

۱۸ - گزینه ۳ ابتدا شمار مول HF را تعیین می‌کنیم.

$$?molHF = ۴gHF \times \frac{۱molHF}{۲۰gHF} = ۰/۲molHF$$

غلظت HF حل‌شده در محلول برابر است با:

$$[HF] = \frac{HF\ \text{مول}}{\text{حجم محلول}\ (L)} = \frac{۰/۲(mol)}{۰/۲(L)} = ۱mol \cdot L^{-۱}$$

با توجه به رابطه درجهٔ یونش غلظت یون هیدرونیوم (یا هیدروژن) را تعیین می‌کنیم:

$$\text{درصد یونش} = \alpha \times ۱۰۰ \Rightarrow ۲/۵ = \alpha \times ۱۰۰ \Rightarrow \alpha = ۰/۰۲۵$$

$$\alpha = \frac{[H^+]}{[HF]_{\text{اولیه}}} \Rightarrow ۰/۰۲۵ = \frac{[H^+]}{۱(mol \cdot L^{-۱})} \Rightarrow [H^+] = ۰/۰۲۵mol \cdot L^{-۱}$$

۱۹ - گزینه ۴

$$C_nH_{۲n+۱} - COONa = ۲۹۲ \Rightarrow ۱۲n + (۲n+۱) + ۱۲ + ۲ \times ۱۶ + ۲۳ \Rightarrow ۱۴n + ۶۸ = ۲۹۲ \Rightarrow n = ۱۶$$

هر یک از این قسمت‌ها به همراه Na^+ صابون را می‌سازد.

$\Rightarrow$ فرمول اسید چرب : $C_{۱۶}H_{۳۳}COOH$ یا $C_{۱۷}H_{۳۴}O_۲$

۲۰ - گزینه ۱

$$CaO(s) + H_۲O(aq) \rightarrow Ca(OH)_۲(aq)$$

$$Ca(OH)_۲(aq) + H_۲SO_۴(aq) \rightarrow CaSO_۴(s) + ۲H_۲O(l)$$

اکسیدهای فلزی (نظیر کلسیم اکسید) خاصیت بازی دارند و کاغذ pH را به رنگ آبی در می‌آورند و چون خاصیت بازی دارند، با اسیدها (مثل $H_۲SO_۴$) واکنش می‌دهند.

اکسیدهای نافلزی (مانند فسفرپنتااکسید) خاصیت اسیدی دارند و کاغذ pH را به رنگ قرمز در می‌آورند و چون خاصیت اسیدی دارند، با بازها ($NaOH$) واکنش می‌دهند.

۲۱ - گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: درست

$$N_۲O_۵(s) + H_۲O(l) \rightarrow ۲H^+(aq) + ۲NO_۳^-(aq)$$

از انحلال هر مول $N_۲O_۵$، ۴ مول یون تولید می‌شود؛ بنابراین از انحلال ۳ مول $N_۲O_۵$، ۱۲ مول یون تولید می‌شود.

گزینهٔ «۲»: درست

گزینهٔ «۳»: درست

فرآورده‌های دیگر + گاز هیدروژن $\rightarrow$ آب + مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید

گزینهٔ «۴»: نادرست: این رسوب‌ها، با شوینده‌های خورنده پاک می‌شوند و پاک‌کننده‌های صابونی یا غیرصابونی قادر به زدودن آن‌ها نیستند.

۲۲ - گزینه ۳

$$HF(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + F^-(aq)$$

$\Rightarrow [H^+] = [F^-]$ چون مزایب استوکیومتری F^- و H^+ یکسان است

$$K = \frac{[H^+][F^-]}{[HF]} \Rightarrow ۵ \times ۱۰^{-۷} = \frac{[H^+][F^-]}{۰/۵}$$

$$\Rightarrow ۵ \times ۱۰^{-۷} = \frac{[H^+]^۲}{۰/۵} \Rightarrow [H^+]^۲ = ۵ \times ۱۰^{-۷} \times ۰/۵$$

$$\Rightarrow [H^+] = ۵ \times ۱۰^{-۴}mol \cdot L^-$$

۲۳ - گزینه ۱ با توجه به معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش‌های زیر خواهیم داشت:

$۲RCOONa + CaCl_۲ \rightarrow (RCOO)_۲Ca + ۲NaCl$

$۳CaCl_۲ + ۲Na_۳PO_۴ \rightarrow Ca_۳(PO_۴)_۲ + ۶NaCl$

جرم مولی $RCOO$: $۲۷۸ - ۲۳ = ۲۵۵g \cdot mol^{-۱}$

جرم مولی رسوب $(RCOO)_۲Ca$: $(۲۵۵ \times ۲) + ۴۰ = ۵۵۰g \cdot mol^{-۱}$

$$۲۷/۵g(RCOO)_۲Ca \times \frac{۱mol(RCOO)_۲Ca}{۵۵۰g(RCOO)_۲Ca} \times \frac{۱molCaCl_۲}{۱mol(RCOO)_۲Ca} \times \frac{۱molCa^{۲+}}{۱molCaCl_۲} \times \frac{۴۰gCa^{۲+}}{۱molCa^{۲+}} = ۲gCa^{۲+}$$

$$ppm = \frac{\text{گرم } Ca^{۲+}}{\text{گرم محلول}} \times ۱۰^۶ = \frac{۲}{۱۰۰۰} \times ۱۰^۶ = ۲۰۰۰$$

برای قسمت دوم مسأله خواهیم داشت:

$$۲۷/۵g(RCOO)_۲Ca \times \frac{۱mol(RCOO)_۲Ca}{۵۵۰g(RCOO)_۲Ca} \times \frac{۱molCaCl_۲}{۱mol(RCOO)_۲Ca} \times \frac{۲molNa_۳PO_۴}{۳molCaCl_۲} \simeq ۰/۰۳۳molNa_۳PO_۴$$

۲۴ - گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: هر دو محلول (آ) و (ب) دارای یون هستند؛ درنتیجه رسانایی الکتریکی دارند.

گزینهٔ «۲»: با توجه به اینکه اسیدها تک‌پروتئین‌دار هستند، شمار آنیون‌ها و کاتیون‌های تولیدشده برابر خواهد بود.

گزینهٔ «۳»: یون اطراف قطب مثبت محلول (ب) می‌تواند از گروه ۱۷جدول تناوبی باشد. (HF)

گزینهٔ «۴»: محلول (ب) برخلاف محلول اتانول در آب، با قرار دادن لامپ در مدار آن، به حالت نیمه‌روشن درخواهد آمد. (اتانول کاملاً به شکل مولکولی در آب حل می‌شود و هیچ یونی تولید نمی‌کند، پس محلول اتانول، رسانایی الکتریکی ندارد).

۲۵ - گزینه ۲ فرمول کلی پاک‌کننده‌های صابونی به صورت $C_nH_{۲n-۱}O_۲Na$ است، بنابراین می‌توان گفت:

$$۲n - ۱ = ۳۳ \Rightarrow n = ۱۷ \Rightarrow C_{۱۷}H_{۳۳}O_۲Na$$

با توجه به واکنش میان پاک‌کننده‌های صابونی و محلول $MgCl_۲$ که به‌صورت زیر است می‌توان نتیجه گرفت:

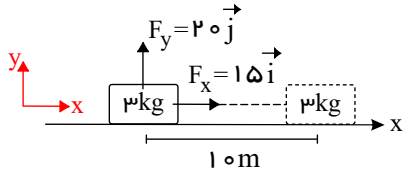
$$۲C_{۱۷}H_{۳۳}O_۲Na(s) + MgCl_۲(aq) \rightarrow (C_{۱۷}H_{۳۳}O_۲)_۲Mg(s) + ۲NaCl(aq)$$

$$?g \text{ صابون} = ۲۰۰mL \text{ محلول} \times \frac{۱L \text{ محلول}}{۱۰۰۰mL \text{ محلول}} \times \frac{۰/۵molMgCl_۲}{۱LMgCl_۲ \text{ محلول}} \times \frac{۲mol \text{ صابون}}{۱molMgCl_۲} \times \frac{۲۹۲g \text{ صابون}}{۱mol \text{ صابون}} = ۵۸/۴g \text{ صابون}$$

۲۶ - گزینه ۳ مطابق شکل مشخص است که مؤلفهٔ افقی نیروی $\vec{F}$ (یعنی $\vec{F}_x = ۱۵\vec{i}$) در جهت حرکت جسم ومؤلفهٔ عمودی نیروی $\vec{F}$ (یعنی $\vec{F}_y = ۲۰\vec{j}$) عمود بر مسیر حرکت جسم می‌باشد.

بنابراین کارهریک ازاین نیروها برابراست با:

$$\begin{cases} W_{F_x} = F_x \cdot d \cdot \cos ۰^\circ = ۱۵ \times ۱۰ \times ۱ = ۱۵۰J \\ W_{F_y} = F_y \cdot d \cdot \cos ۹۰^\circ = ۰ \end{cases} \Rightarrow W_{\text{کل}} = W_{F_x} + W_{F_y} = ۱۵۰J$$



نگاه دیگر: از ضرب داخلی نیروی $\vec{F}$ در جابه‌جایی نیز می‌توان به سادگی کار نیروی $\vec{F}$ را محاسبه کرد:

$$\begin{cases} \vec{F} = ۱۵\vec{i} + ۲۰\vec{j} \\ \vec{d} = ۱۰\vec{i} + ۰\vec{j} \end{cases} \Rightarrow W = \vec{F} \cdot \vec{d} = ۱۵ \times ۱۰ + ۲۰ \times ۰ = ۱۵۰J$$

۲۷ - گزینه ۱

$$W = F_x \times \Delta x \Rightarrow W = ۳۰ \times ۶ = ۱۸۰J$$

۲۸ - گزینه ۴ با توجه به رابطهٔ $K = \frac{۱}{۲}mv^۲$، برای مقایسهٔ دو حالت داریم:

میزان افزایش انرژی جنبشی

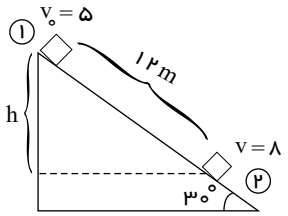
$$v_۱ = v \ , \ v_۲ = v + ۵ \ , \ K_۲ = K_۱ + \boxed{\frac{۴۴}{۱۰۰}K_۱} = ۱/۴۴K_۱$$

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱} = (\frac{v_۲}{v_۱})^۲ \Rightarrow ۱/۴۴ = (\frac{v+۵}{v})^۲$$

$$\Rightarrow ۱/۲ = \frac{v+۵}{v} \Rightarrow ۱/۲v = v + ۵ \Rightarrow ۰/۲v = ۵ \Rightarrow v = ۲۵\frac{m}{s}$$

۲۹ - گزینه ۴

قبل از هر چیز، می‌دانیم که در مثلث قائم‌الزاویه، ضلع مقابل به زاویهٔ ۳۰°، نصف وتر است. حال اگر نقطهٔ (۲) را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض کنیم، داریم:



$$h = \frac{L}{۲} = \frac{۱۲}{۲} = ۶m$$

$$E_۲ - E_۱ = W_{f_k} \Rightarrow (K_۲ + \cancel{U_{g_۲}}) - (K_۱ + U_{g_۱})$$

$$\frac{۱}{۲}mv^۲ - \left[mgh + \frac{۱}{۲}mv_۰^۲\right] = W_{f_k}$$

$$\frac{۱}{۲} \times ۲(۸)^۲ - \left[۲ \times ۱۰ \times ۶ + \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲۵\right] = W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = -۸۱$$

۳۰ - گزینه ۲

پایستگی انرژی مکانیکی : $E_A = E_C \Rightarrow mgh_A + \frac{۱}{۲}mV_A^۲ = U_e$

$$\Rightarrow ۲ \times ۱۰ \times (۰/۲ + x\sin ۳۰^\circ) + \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲^۲ = ۱۰$$

$$۲۰(۰/۲ + \frac{x}{۲}) + ۴ = ۱۰ \Rightarrow x = ۰/۲m = ۲۰\ cm$$

۳۱ - گزینه ۲ در این سؤال، ۳ نقطه مهم در مسئله داریم، بین B و C (معلوم: x, t, v_C) و بین B و A (معلوم: x ، مجهول: v_A)، پس برای حل معادله بین A و B به a و v_B نیاز داریم که می‌توان از قسمت اول (BC) به‌دست آورد.

BC **مستقل از شتاب :** $\Delta x = \frac{v_B + v_C}{۲} \times \Delta t \Rightarrow ۱۲۰ = \frac{v_B + ۲۰}{۲} \times ۱۰ \Rightarrow v_B = ۴\frac{m}{s}$

BC **مستقل از مکان :** $v_C = at + v_B \Rightarrow ۲۰ = a \times ۱۰ + ۴ \Rightarrow a = ۱/۶\frac{m}{s^۲}$

حال بین نقاط A و B می‌توان از معادله مستقل از زمان استفاده کرد:

AB **مستقل از زمان :** $v_B^۲ - v_A^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۱۶ - ۰ = ۲ \times ۱/۶ \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = ۵m$

۳۲ - گزینه ۳

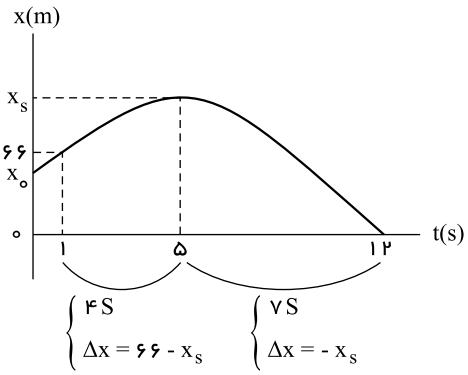
در اینجا تنها نیرویی که کار انجام می‌دهد، نیروی وزن است. بنابراین با استفاده از به کارگیری قضیهٔ کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \rightarrow W_{mg} = K_۲ - K_۱$$

$$\rightarrow \cancel{m}\, gh = \frac{۱}{۲}\cancel{m}\,(v_۲^۲ - v_۱^۲) \rightarrow h = ۵۵ - ۳۰ = ۲۵m \rightarrow ۱۰ \times ۲۵ = \frac{۱}{۲}(v_۲^۲ - ۲۰^۲) \rightarrow v_۲ = ۳۰\frac{m}{s}$$

۳۳ - گزینه ۳

اگر مکان متحرک در رأس سهمی را x_s بنامیم و معادلهٔ جابه‌جایی متحرک را از راس سهمی که در آن $v = ۰$ است بنویسیم، داریم:



$$\begin{cases} v_۰ = ۰ \\ \Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ۶۶ - x_s = \frac{۱}{۲}(a)(۴)^۲ \\ -x_s = \frac{۱}{۲}(a)(۷)^۲ \end{cases} \rightarrow \frac{۶۶ - x_s}{-x_s} = \frac{۱۶}{۴۹} \rightarrow x_s = ۹۸m$$

و در ادامه برای تعیین شتاب داریم:

$$-x_s = \frac{۱}{۲}a(۷)^۲ \rightarrow -۹۸ = \frac{۱}{۲}a(۴۹) \rightarrow a = -۴\frac{m}{s^۲}$$

و در ۵ ثانیهٔ اول:

$$\begin{cases} v_۰ = ۰ \\ \Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ \rightarrow x_۰ - x_s = \frac{۱}{۲}(-۴)(۵)^۲ \xrightarrow{x_s = ۹۸} x_۰ = ۴۸m \end{cases}$$

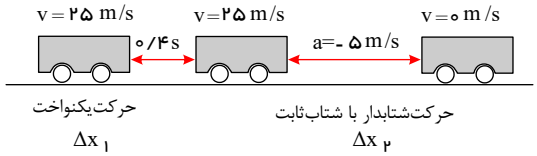
۳۴ - گزینه ۱ در مدت $۰/۴s$ اتومبیل با سرعت ثابت (حرکت یکنواخت) و پس از آن با شتاب ثابت کندشونده حرکت می‌کند.

$v_{\circ} = ۹۰ \div ۳٫۶ = ۲۵ m/s$

$\Delta x_۱ = v_{\circ} \Delta t_۱ = ۲۵ \times ۰٫۴ = ۱۰ m$

$v^۲ - v_{\circ}^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow \circ - ۲۵^۲ = ۲(-۵)\Delta x_۲$

$\Rightarrow \Delta x_۲ = ۶۲٫۵ m$

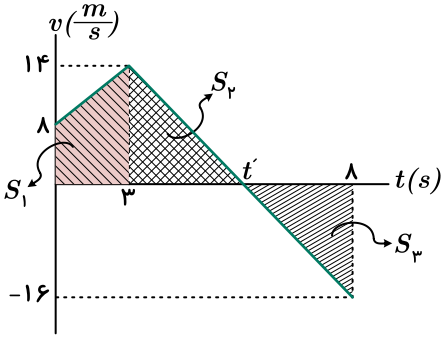


بنابراین از لحظه‌ای که راننده مانع را در ۸۰ متری خود می‌بیند تا توقف کامل $۷۲٫۵m$ جابه‌جا می‌شود، درنتیجه اتومبیل در ۷٫۵ متری مانع می‌ایستد.

۳۵ - گزینه ۴ سطح زیر نمودار $a - t$ برابر با تغییرات سرعت است؛ بنابراین ابتدا نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم:

$$\begin{cases} t = ۳s \rightarrow v = ۸ + ۲ \times ۳ = ۱۴ \frac{m}{s} \\ t = ۸s \rightarrow v = ۱۴ + (۸ - ۳) \times (-۶) = -۱۶ \frac{m}{s} \end{cases}$$

حال به کمک تشابه مثلث‌ها، لحظهٔ t' را می‌یابیم:



$$\frac{۱۶}{۱۴} = \frac{۸ - t'}{t' - ۳} \Rightarrow t' = \frac{۱۶}{۳} s$$

مسافت پیموده شده، برابر با مجموع اندازهٔ جابه‌جایی های متحرک (یعنی سطح زیر نمودار) است.

$$l = S_۱ + S_۲ + S_۳ \rightarrow l = \frac{(۸ + ۱۴) \times ۳}{۲} + \frac{(\frac{۱۶}{۳} - ۳) \times ۱۴}{۲} + \frac{(۸ - \frac{۱۶}{۳}) \times (۱۶)}{۲} = \frac{۲۱۲}{۳} m$$

تندی متوسط برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{\frac{۲۱۲}{۳}}{۸} = \frac{۵۳}{۶} \frac{m}{s}$$

۳۶ - گزینه ۳

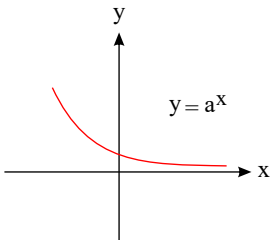
به‌ترتیب اعمال موردنظر را انجام می‌دهیم:

$$f(x) = x^۲ \xrightarrow{\text{انتقال ۴ واحد به طرف } x \text{ های منفی}} f_۱(x) = (x + ۴)^۲ \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x \text{ ها}} f_۲(x) = -(x + ۴)^۲$$

$$\xrightarrow{\text{دو برابر کردن برد}} f_۳(x) = -۲(x + ۴)^۲ \xrightarrow{\text{انتقال ۳ واحد به طرف } y \text{ های منفی}} f_۴(x) = -۲(x + ۴)^۲ - ۳$$

$$f_۴(x) = -۲(x^۲ + ۸x + ۱۶) - ۳ \Rightarrow y = -۲x^۲ - ۱۶x - ۳۵$$

۳۷ - گزینه ۲ تابع $y = a^x$ به‌ازای $\circ < a < ۱$ اکیداً نزولی است و به صورت



است و به‌ازای $a = \circ$ و $a = ۱$ تابع ثابت و درنتیجه هم صعودی و هم نزولی است پس برای آنکه تابع داده شده نزولی باشد باید:

$$\circ \leq \frac{۳m + ۱}{۴} \leq ۱ \rightarrow \circ \leq ۳m + ۱ \leq ۴ \rightarrow -۱ \leq ۳m \leq ۳ \rightarrow \frac{-۱}{۳} \leq m \leq ۱$$

که در این بازه، اعداد صحیح صفر و یک قرار دارند.

۳۸ - گزینه ۱

$$\begin{cases} f(x) = x^۲ - x - ۲ \Rightarrow f(g(x)) = (g(x))^۲ - (g(x)) - ۲ \\ f(g(x)) = x^۲ + x - ۲ \end{cases}$$

حال با تغییر متغیر $g(x) = t$ و تساوی دو رابطه‌ی بالا داریم:

$$\Rightarrow t^۲ - t - ۲ = x^۲ + x - ۲ \Rightarrow t^۲ - t = x^۲ + x$$
$$\Rightarrow (t - \frac{۱}{۲})^۲ - \frac{۱}{۴} = (x + \frac{۱}{۲})^۲ - \frac{۱}{۴} \rightarrow (t - \frac{۱}{۲})^۲ = (x + \frac{۱}{۲})^۲$$
$$\Rightarrow (t - \frac{۱}{۲}) = \pm(x + \frac{۱}{۲})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t - \frac{۱}{۲} = x + \frac{۱}{۲} \Rightarrow t = x + ۱ \Rightarrow g(x) = x + ۱ \\ t - \frac{۱}{۲} = -x - \frac{۱}{۲} \Rightarrow t = -x \Rightarrow g(x) = -x \end{cases}$$

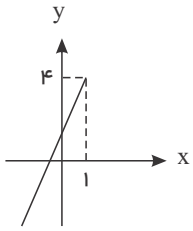
بنابراین داریم:

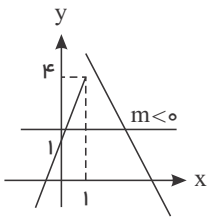
$$\Rightarrow \begin{cases} (f+g)(x) = f(x) + g(x) = x^۲ - x - ۲ + (-x) = x^۲ - ۲x - ۲ \\ (f+g)(x) = f(x) + g(x) = x^۲ - x - ۲ + x + ۱ = x^۲ - ۱ \end{cases}$$

۳۹ - گزینه ۲

نمودار قسمت اول تابع $(x \leq ۱)$ به‌صورت روبه‌رو است. با توجه به این‌که قسمت دوم تابع نیز به‌صورت یک خط راست با شیب m می‌باشد، واضح است که m نباید منفی شود، زیرا اگر m منفی باشد، حالتی مانند نمودار دوم رخ می‌دهد که در این‌صورت می توان خطی موازی محور xها یافت که نمودار تابع را در دو نقطه قطع کند. (رد گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴»)

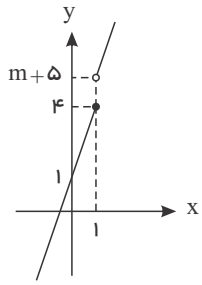
همچنین m نباید برابر با صفر شود زیرا در این‌صورت تابع ثابت خواهد شد و یک‌به‌یک نمی‌شود.





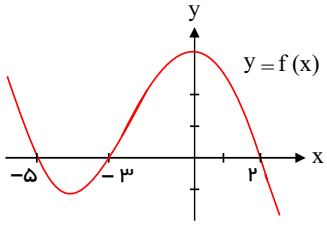
با شرط $m > ۰$، نمودار تابع به‌صورت زیر می‌شود. برای آن‌که این نمودار مربوط به یک تابع یک‌به‌یک باشد، باید شرط $m + ۵ \geq ۴$ برقرار باشد که در نتیجه:

$$\begin{cases} m + ۵ \geq ۴ \Rightarrow m > -۱ \\ m > ۰ \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} m > ۰$$



۴۰ - گزینه ۴

اگر نمودار $f(x - ۲)$ را دو واحد به سمت چپ منتقل کنیم نمودار تابع $f(x)$ به‌دست می‌آید.

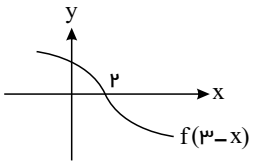


برای پیدا کردن دامنه‌ی تعریف $\sqrt{xf(x)}$ باید زیر رادیکال را بزرگ‌تر مساوی صفر قرار دهیم.

$$xf(x) \geq ۰ \rightarrow xy \geq ۰ \xrightarrow{x,y \text{ باید هم علامت باشند}} [-۵, -۳] \cup [۰, ۲]$$

۴۱ - گزینه ۲ f اکیداً صعودی و $y = ۳ - x$ اکیداً نزولی است، پس ترکیب آن‌ها یعنی $f(۳ - x)$ اکیداً نزولی است. چون $f(۱) = ۰$ است، $x = ۱$ صفر تابع $f(x)$ و $x = ۲$ صفر تابع $f(۳ - x)$ است.

پس به‌طور نمادین تابع $f(۳-x)$ به‌صورت مقابل است.



$$g(x)=\sqrt{\frac{x-۴}{f(۳-x)}} \Rightarrow \frac{x-۴}{f(۳-x)} \geq ۰$$

x	$-\infty$	۲	۴	$+\infty$
x−۴	−	−	۰	+
f(۳−x)	+	۰	−	−
$\frac{x-۴}{f(۳-x)}$	−	ت ن	+ ۰	−

$\Rightarrow$

$۲ < x \leq ۴ \Rightarrow$ ۴ و ۳ : اعداد صحیح

۴۲ - گزینه ۲ می‌دانیم اگر $f(a)=b$ باشد آن‌گاه $f^{-۱}(b)=a$ است.

$$f^{-۱}(g(۲a))=۶ \Rightarrow f(۶)=۳=g(۲a)=\frac{۲a}{۲a-۱} \Rightarrow ۶a-۳=۲a \Rightarrow ۴a=۳ \Rightarrow a=\frac{۳}{۴}$$

۴۳ - گزینه ۱

ابتدا x را برحسب y به‌دست می‌آوریم و سپس جای x و y را عوض می‌کنیم.

$$y=۲-\sqrt{x-۱} \Rightarrow (\sqrt{x-۱})^{۲}=(۲-y)^{۲} \Rightarrow x-۱=۴-۴y+y^{۲}$$

$$\Rightarrow x=y^{۲}-۴y+۵ \quad \Rightarrow \quad f^{-۱}(x)=x^{۲}-۴x+۵\ ,\ x \leq ۲$$

چون $\sqrt{x-۱}$ مثبت است، پس $-\sqrt{x-۱}$ منفی بوده و $y=۲-\sqrt{x-۱}$ همواره کوچک تر مساوی ۲ می شود، بنابراین دامنه‌ی تابع معکوس $x \leq ۲$ است.

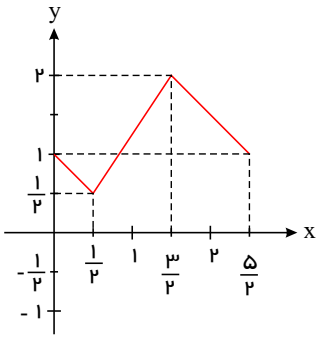
۴۴ - گزینه ۳ با توجه به مراحل زیر داریم:

$$y=f(x) \xrightarrow[\text{۳ واحد به چپ}]{x \to x+۳} y_۱=f(x+۳) \xrightarrow[\text{قرینه نسبت به محور } y\text{ها}]{x \to -x} y_۲=f(-x+۳) \xrightarrow[\text{انقباض افقی با ضریب ۲}]{x \to ۲x} y_۳=f(-۲x+۳)$$

$$\xrightarrow[\text{قرینه نسبت به محور } x\text{ ها}]{} y_۴=-f(-۲x+۳) \xrightarrow[\text{انقباض عمودی با ضریب } \frac{۱}{۲}]{} y_۵=-\frac{۱}{۲}f(-۲x+۳)$$

$$\xrightarrow[\text{یک واحد به بالا}]{} y_۶=-\frac{۱}{۲}f(-۲x+۳)+۱$$

با انجام مراحل بالا نمودار $y=-\frac{۱}{۲}f(-۲x+۳)+۱$ به صورت زیر است.



۴۵ - گزینه ۲

$$y=-(x-۱)^{۳}+ax^{۲}+cx+۱۰=-(x^{۳}-۳x^{۲}+۳x-۱)+ax^{۲}+cx+۱۰$$

$$=-x^{۳}+(a+۳)x^{۲}+(c-۳)x+۱۱$$

حال با توجه به اینکه ضریب $x^{۳}$ برابر -۱ است، پس نمودار داده‌شده از انتقال $y=-x^{۳}$ به اندازهٔ ۲ واحد به راست و b واحد به بالا حاصل شده است، بنابراین داریم:

$$y=-x^{۳} \xrightarrow[x \to x-۲]{\text{۲ واحد به راست}} y=-(x-۲)^{۳} \xrightarrow{b\text{ واحد به بالا}} y=-(x-۲)^{۳}+b$$

$$y=-(x^{۳}-۶x^{۲}+۱۲x-۸)+b=-x^{۳}+۶x^{۲}-۱۲x+۸+b$$

حال در مقایسه با تابع f داده‌شده داریم:

$$-x^{۳}+۶x^{۲}-۱۲x+۸+b=-x^{۳}+(a+۳)x^{۲}+(c-۳)x+۱۱$$

$$\begin{matrix}a+۳=۶\\a=۳\end{matrix}\ ,\ \begin{matrix}c-۳=-۱۲\\c=-۹\end{matrix}\ ,\ \begin{matrix}۸+b=۱۱\\b=۳\end{matrix}\ \Rightarrow a+b+c=۳+۳-۹=-۳$$