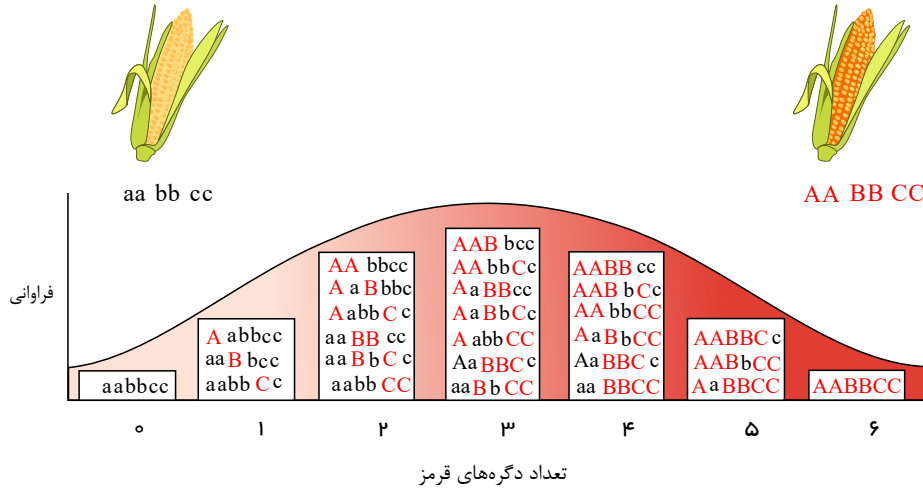


پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ از آمیزش دو ذرت با ژنوتیپ $AABBCC$ و $aabbcc$ ، ذرت‌هایی با ژنوتیپ $AaBbCc$ به وجود می‌آید و تعداد دگره‌های بارز نشان‌دهنده رنگ قرمز است و طبق نمودار زیر، رخ نمود ذرت‌های حاصل بیشترین شباهت را از نظر رنگ با گزینه ۱ دارند.



۲ - گزینه ۴ صفت چند ژنی، چندین جایگاه ژنی دارد که ممکن است این جایگاه‌ها در بخش‌های مختلفی از یک کروموزوم قرار گرفته باشند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): صفت چند دگره‌ای دارای بیش از دو نوع دگره در تمامی افراد جمعیت است؛ اما تعداد دگره‌ها در رابطه با یک فرد بستگی به تعداد مجموعه‌های کروموزومی جاندار دارد.
گزینه (۲): صفت دو ژنی دارای دو جایگاه ژنی متفاوت در کروموزوم (های) فرد است. حتی اگر فرد در رابطه با هر دو جایگاه ژنی ژن‌نمود خالص داشته باشد، دو نوع دگره متفاوت (به دلیل دو ژنی بودن صفت) در رابطه با این صفت خواهد داشت.

گزینه (۳): صفت تک ژنی در یک فرد تریپلوئید دارای یک جایگاه ژنی و سه ژن است؛ در نتیجه فرد تریپلوئید در رابطه با این صفت سه دگره دارد.
۳ - گزینه ۳ همه افراد، در غشای همه یاخته‌های زنده و سالم خود دارای پروتئین هستند. (و این پروتئین‌ها ممکن است کانال پروتئین، پمپ و ... باشند).
بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: افراد با گروه خونی Rh منفی و یا مثبت ناخالص، دارای ژنی هستند که نمی‌تواند پروتئین D را بسازد. (نادرست)
گزینه ۲: ممکن است هر نوع گروه خونی را داشته باشد. (نادرست)

گزینه ۳: در همه افراد سالم، ژن‌های Rh بخشی از فام‌تن شماره یک را به خود اختصاص داده‌اند. (درست)

گزینه ۴: در گویچه‌های قرمز بالغ خون که فاقد هسته و دنا هستند، دگره‌ای برای گروه خونی Rh وجود ندارد. (نادرست)

۴ - گزینه ۳ چون مرد از نظر بیماری سالم است و دختر آنها بیمار می‌باشد، لذا صفت بیماری وابسته به جنس بارز است. دگره بیماری را به صورت X^M و دگره سالم را به صورت X^m نمایش می‌دهیم. ژن‌نمود (ژنوتیپ) مادر از نظر بیماری یا خالص بارز است یا ناخالص، ژن‌نمود (ژنوتیپ) پدر از نظر گروه خونی Rh یا خالص نهفته است یا ناخالص.

ژن‌نمود (ژنوتیپ) مادر: dd و $I^A i$ و $X^M X^m$ یا $X^M X^M$

ژن‌نمود (ژنوتیپ) پدر: Dd یا DD ، $I^B i$ ، $X^m Y$

با توجه به این توضیحات، مادر بزرگ پدری دختر در ارتباط با بیماری یا ژن‌نمود (ژنوتیپ) خالص نهفته دارد یا ناخالص. بنابراین یا سالم (خالص نهفته) است یا بیمار (ناخالص)

۵ - گزینه ۴ از آنجایی که والدین دارای گروه خونی مثبت هستند و فرزند آنها دارای گروه خونی منفی است، درمی‌یابیم که هر دو ناخالص (Dd) هستند. از طرفی چون دختر دارای گروه خونی B است، ژن‌نمود پدر که گروه خونی A دارد، به صورت $I^A i$ می‌باشد. پس ژن‌نمود گروه خونی والدین به صورت $I^A i Dd$ و $I^A I^B Dd$ است.

دقت داشته باشید، از آنجایی که از پدر و مادری سالم، فرزندی بیمار متولد شده است؛ این بیماری، نوعی بیماری نهفته است؛ اما اگر ژن آن بر روی فام‌تن جنسی باشد، برای اینکه فرزند دختر مبتلا باشد، پدر نیز باید به آن بیماری مبتلا باشد، که چنین نیست. پس این بیماری نوعی صفت نهفته و مستقل از جنس است.

۶ - گزینه ۳ حداکثر توانایی تولید انواع گامت در گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

$$1 \leftarrow \frac{X^H X^h}{OO} dd - 2 \text{ نوع گامت } 2^1 = 2$$

$$2 \leftarrow \frac{X^h X^h}{AB} dd - 2 \text{ نوع گامت } 2^1 = 2$$

$$3 \leftarrow \frac{X^H Y}{AB} dd - 4 \text{ نوع گامت } 2^2 = 4$$

$$4 \leftarrow \frac{X^h Y}{OO} dd - 2 \text{ نوع گامت } 2^1 = 2$$

۷ - گزینه ۱ دقت کنید! دگره (الل) سبب تولید آنزیم‌ها، پروتئین‌ها و رناها می‌شود نه کربوهیدرات‌ها. از طرفی محل استقرار دگره‌ها هسته می‌باشد نه غشای یاخته. توجه به این نکته که گویچه‌های قرمز هسته و ماده وراثتی خود را از دست می‌دهند، حائز اهمیت است.

بررسی سایر گزینه‌ها:



گزینه ۲) اثر دو دگره مربوط به گروه خونی (ABO) که روی کروموزوم غیرجنسی (شماره ۹) قرار دارند، هم‌زمان با هم ظاهر می‌شود. (گروه خونی AB)
گزینه ۳) انسان موجودی دیپلوئید است. تشکیل پروتئین D بر روی غشای گویچه‌های قرمز در یکی از حالت‌های DD و Dd حاصل می‌شود که در هر دو حالت وجود دو دگره الزامی است.
گزینه ۴) با توجه به اینکه مردها، یک کروموزوم X و یک کروموزوم Y دارند، دگره‌ای که روی هر کدام از این کروموزوم‌ها قرار داشته باشند باعث بروز یک ویژگی خاص می‌شود. به‌عنوان مثال، تنها یک آلل مربوط به بیماری هموفیلی، باعث بروز این بیماری در مردها می‌شود.

۸ - گزینه ۳ چون در این فرد بالغ برخی از یاخته‌ها، هاپلوئید (جنسی) می‌باشند؛ در نتیجه از این صفت فقط یک دگره (الل) را دارند.
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: گلبول قرمز فاقد هسته و در نتیجه فاقد هر گونه دگره‌ای می‌باشد.

گزینه ۲: چون پدر این فرد دارای گروه خونی O می‌باشد؛ در نتیجه این فرد قطعاً دارای ژنوتیپ BO می‌باشد.

گزینه ۴: به‌طور طبیعی دو دگره یک صفت تک‌جایگاهی بر روی یک کروموزوم قرار نمی‌گیرند.

۹ - گزینه ۳ اگر در رابطه با بیماری وابسته به X بارز، پسری بیمار باشد؛ به دلیل به ارث بردن دگره بارز بیماری از مادر خود، قطعاً مادری بیمار خواهد داشت. سایر گزینه‌ها در رابطه با هر دو نوع وراثت اشاره‌شده قابل مشاهده هستند.

۱۰ - گزینه ۲ در صورتی که نیمی از فرزندان پسر بیمار باشند باید مادر ناقل بیماری باشد؛ یعنی از نظر این بیماری سالم و واجد یک دگره بیماری است. از آنجا که فام‌تن Y فاقد جایگاه برای ژن بیماری هموفیلی است، پدر نقشی در بیمار شدن پسران ندارد و می‌تواند سالم باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: هر دختر برای اینکه هموفیل باشد، باید از هر دو والد دگره بیماری را دریافت کند، از آنجا که همه دخترها بیمار هستند، پدر قطعاً بیمار و مادر ممکن است بیمار یا سالم باشد.

گزینه ۳: دختر بیمار یکی از دگره‌های بیماری را از پدر خود دریافت می‌کند؛ بنابراین پدر این فرد حتماً باید بیمار باشد.

گزینه ۴: برای اینکه همه فرزندان پسر بیمار باشند، باید مادر بیمار باشد و همان‌طور که در ابتدای توضیح داده شد، پدر نقشی در بیمار شدن پسران خود ندارد و نمی‌توان ژنوتیپ آن را به‌طور قطع مشخص کرد.

۱۱ - گزینه ۲ در صورت خودلقاحی در جانداران نر ماده یا گیاهان دوجنسی، فرزند ممکن است هر دو دگره را از یک والد دریافت کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: در صورتی که صفت وابسته به X باشد، دگره نهفته در مردها به تنهایی توانایی بروز صفت را دارد.

گزینه ۳: فرد ناخالص یا رخ‌نمود بارز یا رخ‌نمود حد واسط را بروز می‌دهد.

گزینه ۴: اگر صفت وابسته به X و رابطه دگره‌ها بارز و نهفتگی باشد، ۵ نوع ژن‌نمود اما ۲ نوع رخ‌نمود در جمعیت دیده می‌شود.

۱۲ - گزینه ۴ همه گزینه‌ها صحیح می‌باشند به جز گزینه شماره ۴ کربوهیدرات‌های A و B برای تعیین گروه خونی ABO می‌باشد و پروتئین D برای مثبت و منفی بودن خون می‌باشند، الزامی برای مشاهده هم‌زمان A و B و پروتئین D به صورت همواره وجود ندارد.

۱۳ - گزینه ۱ در بیماران فنیل‌کتونوری آنزیمی که آمینواسید فنیل‌آلانین را تجزیه کند وجود ندارد، در صورتی که شرایط محیطی مناسب برای تشدید این بیماری باشد می‌تواند یاخته‌های مغز آسیب ببیند درست است که این بیماری یک بیماری اتوزوم مغلوب می‌باشد، ولی ۲ دگره به تنهایی برای بروز رخ‌نمود کافی نمی‌باشد تغذیه و محیط نیز اثرگذار هستند. از طرفی فنیل‌آلانین در بدن ایجاد ترکیبات خطرناک می‌کند و آن ترکیبات باعث بیماری دستگاه عصبی مرکزی می‌شود.

۱۴ - گزینه ۴ در یک فرد مبتلا به بیماری هموفیلی، به علت اختلال در تولید فاکتورهای انعقادی، در پی خونریزی‌های شدید، لخته تشکیل نشده؛ در نتیجه حجم زیادی از خون بدن از دست می‌رود.

از طرفی در پی این کم‌خونی میزان مصرف آهن و فولیک‌اسید و ویتامین B_{12} برای تولید گویچه‌های قرمز افزایش پیدا می‌کند؛ در نتیجه میزان ذخایر آهن کبدی کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: دقت کنید اگر خونریزی و آسیب اندک باشد، در نتیجه درپوش پلاکتی تشکیل شده و مانع خونریزی می‌شود. دقت کنید در خونریزی‌های کوچک لخته تشکیل نمی‌شود و در نتیجه به‌وجود فاکتور انعقادی نیازی نیست.

درواقع در بیماری هموفیلی تشکیل درپوش با اختلال مواجه نمی‌شود.

گزینه ۲: در بیماری هموفیلی ممکن است اختلال در تولید نوع دیگری از فاکتور انعقادی باشد. شایع‌ترین نوع آن مربوط به عامل انعقادی $VIII$ است. در ضمن اختلال در تولید فیبرین است نه فیبرینوژن.

گزینه ۳: دقت کنید در پی خونریزی شدید و ایجاد کم‌خونی میزان تقسیم یاخته‌ای در مغز استخوان افزایش می‌یابد؛ پس فعالیت پروتئین‌هایی که باعث افزایش سرعت چرخه یاخته‌ای می‌شوند، افزایش یافته و فعالیت پروتئین‌هایی که باعث کاهش سرعت چرخه یاخته‌ای می‌شوند، کاهش می‌یابد.

۱۵ - گزینه ۴ رخ‌نمود A به‌صورت‌های AO و AA و همچنین رخ‌نمود B به‌صورت‌های BO و BB قابل مشاهده است.

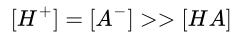
رخ‌نمود مثبت برای گروه خونی نیز دو شکل DD و Dd دارد؛ در نتیجه فقط ژن‌نمود قطعی گروه خونی O^- قابل تعیین است.

۱۶ - گزینه ۳ برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی مواد شوینده، به آن‌ها نمک‌های فسفات می‌افزایند، زیرا این نمک‌ها با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب‌های سخت واکنش می‌دهند و از تشکیل رسوب و لکه جلوگیری می‌کنند.

۱۷ - گزینه ۳ عبارت‌های «آ» و «پ» درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

ب) مقایسه غلظت گونه‌ها در محلول الکترولیت HA به‌صورت زیر خواهد بود. به دلیل یونیده شدن کامل HA ، تقریباً مولکول‌های یونیده نشده در محلول یافت نخواهد شد و مقدار آن‌ها در حد صفر است.



ت) HA یک اسید قوی است. اما HF یک اسید ضعیف بوده و نمی‌توان آن را به HA نسبت داد.

۱۸ - گزینه ۲ تیغه کاتد از جنس پلاتین است و نقش جذب‌کننده گاز هیدروژن (جذب فیزیکی) روی سطح خود را دارد. به‌طور کلی در نیم‌سلول SHE چه در جایگاه کاتد و چه در جایگاه آند باشد، جرم تیغه فلزی (یعنی پلاتین) تغییری نمی‌کند.



بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) دیواره متخلخل، همواره آنیون‌ها را به سمت آند و کاتیون‌ها را به سمت کاتد هدایت می‌کند.
 (۳) واکنش کلی این سلول به صورت $Zn(s) + 2H^+(aq) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + H_2(g)$ است.
 (۴) الکتروود روی در این سلول آند است و قطب منفی سلول را تشکیل می‌دهد.

۱۹ - گزینه ۴

$$pH = -\log[H^+] = -\log(10^{-2}) = 2$$

$$pH = 4 \Rightarrow [H^+] = 10^{-4} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$\Delta[H^+] = 10^{-2} - 10^{-4} = 9,9 \times 10^{-3} \Rightarrow \Delta n(H^+) = 9,9 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{L} \times 2L = 19,8 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

هر مول H^+ با ۱ مول OH^- خنثی می‌شود:

$$0,0198 \text{ mol KOH} \times \frac{56 \text{ g KOH}}{1 \text{ mol KOH}} \approx 1,11 \text{ g KOH}$$

۲۰ - گزینه ۴

باتوجه به رابطه $[H_3O^+][OH^-] = 10^{-14}$ داریم:

$$pH = 8,5 \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-8,5} \Rightarrow [OH^-] = 10^{-5,5}$$

$$pH = 7,4 \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-7,4}$$

$$\text{نسبت خواسته شده} = \frac{10^{-5,5}}{10^{-7,4}} = 10^{1,9} = 10 \times (10^{0,3})^3 = 10 \times 2^3 = 80$$

۲۱ - گزینه ۳ موارد دوم و سوم نادرست هستند.

در پدیده‌هایی همچون تندر و آذرخش، بخشی از انرژی ممکن است به شکل انرژی الکتریکی میان سامانه واکنش و محیط پیرامون جاری شود. مبنای تولید انرژی الکتریکی، واکنش‌هایی شامل داد و ستد الکترون هستند.

۲۲ - گزینه ۲ الف) تنها در صورتی درست است که محلول، یک محلول اسیدی مانند HF باشد. (غلط)

ب) درست است.

ج) این نسبت برابر درجه یونش است. (غلط)

د) درست است.

۲۳ - گزینه ۲

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱- در واکنش‌های اکسایش - کاهش، دست کم عدد اکسایش دو اتم تغییر خواهد کرد که یکی کاهش و دیگری اکسایش می‌یابد.

۳- تعداد الکترون‌های تولیدی در نیم‌واکنش اکسایش همواره با تعداد الکترون‌های مصرفی در نیم‌واکنش کاهش یکسان است.

۴- در این واکنش رنگ محلول از بی‌رنگ به آبی تغییر می‌کند.

۲۴ - گزینه ۴ بررسی موارد:

(۱) شیمی‌دان‌ها برای بیان میزان یونش اسیدها از کمیتی به نام درجه یونش استفاده می‌کنند.

(۲) میزان انحلال‌پذیری بر درجه یونش اثر ندارد.

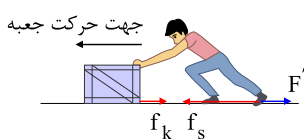
(۳) درست.

$$\text{درجه یونش} = \frac{\text{پس از یونش } [H^+]}{\text{پیش از یونش } [HA]} = \frac{\text{پس از یونش } [A^-]}{\text{پیش از یونش } [HA]}$$

(۴) هیدروژن گروه کربوکسیل در آب به یون هیدرونیوم تبدیل می‌شود که این هیدروژن به اتم اکسیژن متصل است.

۲۵ - گزینه ۲ در HNO_3 عدد اکسایش اتم مرکزی (نیتروژن) برابر ۵+ است اتم نیتروژن در این گونه به بالاترین عدد اکسایش خود رسیده است بنابراین فقط می‌تواند الکترون بگیرد و کاهش یابد بنابراین فقط اکسند است.

۲۶ - گزینه ۱



نیروی اصطکاک همواره در خلاف جهت حرکت واقعی یا احتمالی جسم به جسم اثر می‌کند. مطابق شکل نیروی f' نیرویی است که از طرف کف کشش

شخص به سطح زمین وارد می‌شود. طبق قانون سوم نیوتون عکس‌العمل این نیرو، همان نیروی f_s است که از طرف سطح زمین به پای شخص وارد

می‌شود. که جهت آن به طرف غرب خواهد بود. اما به راستی چرا نیروی اصطکاک وارد بر شخص از نوع ایستایی است؟

از طرفی جعبه به سمت غرب حرکت می‌کند. پس نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جعبه در خلاف جهت حرکت آن یعنی در جهت شرق به جعبه وارد می‌شود.

۲۷ - گزینه ۱ شخص قایق را به سمت چپ هل می‌دهد تا بتواند به سمت راست حرکت کند. بنابراین نیرویی که از طرف قایق به شخص وارد می‌شود برابر است با:

$$F_{12} = m_1 a_1 = 60 \times 2 = 120 \text{ N} \text{ (به سمت راست)}$$

طبق قانون سوم نیوتون، عکس‌العمل این نیرو به قایق و به طرف چپ وارد می‌شود. بنابراین:

$$F_{21} = m_2 a_2 \Rightarrow 120 = 100 a_2 \Rightarrow a_2 = 1,2 \text{ m/s}^2 \text{ (به سمت چپ)}$$



۲۸ - گزینه ۳ در آزمایش اول که نخ را به آرامی می کشیم، اثر نیروی وارده بر نخ فرصت انتقال پیدا می کند و از قسمت بالای وزنه پاره می شود چون نیروی کشش نخ در قسمت بالا بیشتر است. در آزمایش دوم که نخ را به صورت ضربه ای و آبی می کشیم، اثر نیرو فرصت انتقال پیدا نمی کند و از قسمت پایین پاره می شود.

۲۹ - گزینه ۳ طبق قانون سوم نیوتون، نیروی وارده از طرف جسم به کف آسانسور با نیروی وارده از طرف کف آسانسور به جسم، هم اندازه (شتاب و سرعت (جهت حرکت) همسو هستند) حرکت تندشونده است:

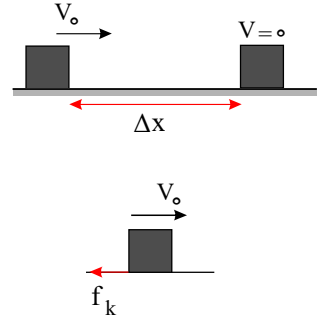
$$\begin{aligned} \text{رو به بالا} \quad N &= m(g + a) \\ \text{رو به پایین} \quad N' &= m(g - a) \end{aligned} \Rightarrow N - N' = 2ma = 2 \times 5 \times 2 = 20N$$

۳۰ - گزینه ۴ با توجه به اینکه پس از پرتاب تنها نیروی مؤثر بر جسم‌ها در راستای افقی، نیروی اصطکاک است، پس حرکت جسم‌ها کند شونده بوده و پس از طی مسافت Δx متوقف می شوند.

$$F_{net} = ma \rightarrow -f_k = ma \rightarrow -\mu_k mg = ma \rightarrow a = -\mu_k g$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_{\text{توقف}} \xrightarrow{v=0} \Delta x_{\text{توقف}} = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2\mu_k g}$$

$$\frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{v_{0A}^2}{v_{0B}^2} \times \frac{\mu_{kB}}{\mu_{kA}} \xrightarrow{v_{0A}=v_{0B}} \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{1}{2}$$

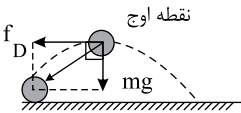


توجه داشته باشید که جرم وزنه‌ها در مسافت توقف آنها تأثیری ندارد.

۳۱ - گزینه ۱ با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

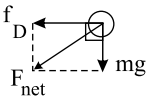
$$F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k mg = ma \Rightarrow 24 - \mu_k \times 6 \times 10 = 6 \times 3 \Rightarrow \mu_k = 0.1$$

۳۲ - گزینه ۲ نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت است، پس در نقطه اوج، این نیرو افقی است. نیروهای وارد بر توپ را در نقطه اوج رسم کرده و برآیند آنها را به دست می آوریم:



$$F_{net} = \sqrt{f_D^2 + (mg)^2}$$

همچنین اندازه برآیند نیروها برابر ma است، پس:



$$F_{net} = ma \Rightarrow \sqrt{f_D^2 + (mg)^2} = m\left(\frac{4}{3}\right)g \xrightarrow{\text{توان}} f_D^2 = \frac{16}{9}(mg)^2 - (mg)^2 \Rightarrow f_D^2 = \frac{7}{9}(mg)^2 \Rightarrow f_D = \frac{\sqrt{7}}{3}mg$$

۳۳ - گزینه ۱ ابتدا شتاب نیروی ترمز را می یابیم. سپس با توجه با معلوم بودن سرعت اولیه و نهایی (توقف)، جابه جایی اتومبیل از لحظه ترمز تا توقف را می یابیم. دقت کنید که در اینجا سرعت باید برحسب $\frac{m}{s}$ باشد.

$$v = 54 \div 3.6 = 15$$

$$\Rightarrow F_{net} = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g \Rightarrow a = -0.2 \times 10 = -2 \frac{m}{s^2}$$

$$x_{\text{توقف}} = \frac{v_0^2}{2|a|} = \frac{(15)^2}{2 \times 2} = \frac{225}{4} \approx 56m$$

۳۴ - گزینه ۲ می دانیم نیروی فنر، همان نقش وزن ظاهری جسم را بر عهده درد. یعنی $(F_e = F_N)$ پس با نوشتن قانون دوم نیوتون و جهت شتاب در هر مرحله داریم:

$$\left. \begin{aligned} \text{آسانسور تند شونده بالا میرود} : F_1 &= m(g + a) = m(10 + 2) = 12m \\ \text{آسانسور کند شونده پایین میرود} : F_2 &= m(g - a) = m(10 - 2) = 8m \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{8m}{12m} = \frac{2}{3}$$

۳۵ - گزینه ۲ هنگامی که جسم به تندی حدی می رسد، نیروی خالص وارد بر جسم برابر صفر می شود. یعنی نیروی مقاومت هوا با نیروی وزن برابر خواهد شد.

۳۶ - گزینه ۱ ابتدا تمام زوایا را برحسب 15° می نویسیم:

$$\begin{aligned} \cos 285^\circ &= \cos(270^\circ + 15^\circ) = \sin 15^\circ, \quad \sin 255^\circ = \sin(270^\circ - 15^\circ) = -\cos 15^\circ \\ \sin 525^\circ &= \sin(540^\circ - 15^\circ) = \sin(180^\circ - 15^\circ) = \sin 15^\circ, \quad \sin 105^\circ = \sin(90^\circ + 15^\circ) = \cos 15^\circ \end{aligned}$$

$$\text{بنابراین داریم: } \frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ} = \frac{\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ}$$

صورت و مخرج را بر $\cos 15^\circ$ تقسیم می کنیم. در نتیجه:

$$\frac{\tan 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ - 1} = \frac{0.28 + 1}{0.28 - 1} = \frac{1.28}{-0.72} = \frac{-128}{72} = -\frac{16}{9}$$



$$2\sin^2 x + 3\cos x = 0 \rightarrow 2(1 - \cos^2 x) + 3\cos x = 0$$

$$\rightarrow 2 - 2\cos^2 x + 3\cos x = 0 \rightarrow 2\cos^2 x - 3\cos x - 2 = 0$$

$$\xrightarrow{\cos x = A} 2A^2 - 3A - 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 + 16 = 25$$

$$\rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{3+5}{4} = 2 \rightarrow (-1 \leq \cos x \leq 1) \text{ امکان ندارد} \\ \cos x = \frac{3-5}{4} = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{x=2k\pi+\alpha} x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

ابتدا تمام زوایا را برحسب 20° می‌نویسیم:

$$\sin 25^\circ = \sin(27^\circ - 2^\circ) = -\cos 2^\circ, \quad \sin 70^\circ = \sin(72^\circ - 2^\circ) = \sin(-2^\circ) = -\sin 2^\circ$$

$$\cos 56^\circ = \cos(54^\circ + 2^\circ) = \cos(18^\circ + 2^\circ) = -\cos 2^\circ, \quad \cos 11^\circ = \cos(9^\circ + 2^\circ) = -\sin 2^\circ$$

بنابراین داریم:

$$\frac{\sin 25^\circ + \sin 70^\circ}{\cos 56^\circ - \cos 11^\circ} = \frac{-\cos 2^\circ - \sin 2^\circ}{-\cos 2^\circ + \sin 2^\circ}$$

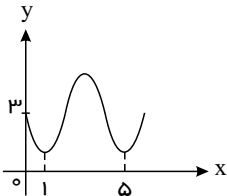
تمام جملات را بر $\cos 2^\circ$ تقسیم می‌کنیم در نتیجه:

$$\frac{-1 - \tan 2^\circ}{-1 + \tan 2^\circ} = \frac{-1 - 0.4}{-1 + 0.4} = \frac{-1.4}{-0.6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

۳۹ - گزینه ۱ می‌دانیم که $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ و چون $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ است، انتهای کمان در ناحیه دوم دایره مثلثاتی است و داریم:

$$\frac{\tan x}{\sqrt{1 + \tan^2 x}} \left(\frac{1}{\sin x} - \sin x \right) = \frac{\tan x}{\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}}} \left(\frac{1 - \sin^2 x}{\sin x} \right) = \frac{\tan x}{\underbrace{1}_{|\cos x|}} \left(\frac{\cos^2 x}{\sin x} \right) = -\left(\frac{\sin x}{\cos x} \right) (\cos x) \left(\frac{\cos^2 x}{\sin x} \right) = -\cos^2 x$$

با توجه به شکل روبرو به راحتی پی می‌بریم که دوره تناوب اصلی تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ برابر $T = 4$ می‌باشد. از طرفی عرض از مبدأ این تابع برابر ۳ است یعنی: $f(0) = 3 \rightarrow a = 3$



توجه کنید که دوره تناوب تابع $y = \sin kx$ برابر $T = \frac{2\pi}{|k|}$ است.

$$y = a + \sin\left(\frac{b\pi}{k}x\right) \Rightarrow \text{دوره تناوب} = T = \frac{2\pi}{|k|} = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} \xrightarrow{T=4} \frac{2}{|b|} = 4 \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

چون به ازای $x > 0$ ، تابع ابتدا نزولی می‌باشد، پس مقدار b منفی می‌باشد، یعنی $b = -\frac{1}{2}$ است. داریم:

$$y = 3 + \sin\left(-\frac{1}{2}\pi x\right)$$

$$\Rightarrow y\left(\frac{25}{3}\right) = 3 + \sin\left(-\frac{25}{6}\pi\right) = 3 - \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{6}\right) = 3 - \sin \frac{\pi}{6} = 3 - \frac{1}{2} = 2.5$$

$$\cos 3x + \cos x = 0 \rightarrow \cos 3x = -\cos x \rightarrow \cos 3x = \cos(\pi - x)$$

$$\xrightarrow{\cos x = \cos \alpha \rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha} \begin{cases} 3x = 2k\pi + \pi - x \rightarrow 4x = 2k\pi + \pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ 3x = 2k\pi - \pi + x \rightarrow 2x = 2k\pi - \pi \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

توجه کنید چون $\cos x \neq 0$ است پس جواب $x = k\pi - \frac{\pi}{2}$ قابل قبول نمی‌باشد.



می‌دانیم: $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$

$$\sin^2 x - \cos^2 x = \sin^2\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \Rightarrow -\cos 2x = -\cos x \Rightarrow \cos 2x = \cos x$$

$$2x = 2k\pi \pm x \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ \text{یا} \\ x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3}$$

جواب‌های $x = 2k\pi$ را پوشش می‌دهد.

گزینه ۴ - می‌دانیم دوره‌ی تناوب تابع $y = a \sin bx$ برابر $T = \frac{2\pi}{|b|}$ است. از روی شکل مشخص است که دوره‌ی تناوب تابع برابر $\frac{2\pi}{3}$ است.

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{|m|} \rightarrow |m| = 3 \rightarrow m = 3, m = -3$$

از طرفی تابع در همسایگی راست $x = 0$ نزولی است پس $m > 0$ است یعنی $m = 3$ قابل قبول است.

$$y = 1 - \sin 3x \rightarrow y\left(\frac{3\pi}{6}\right) = 1 - \sin \frac{3\pi}{2} = 1 - \sin \frac{3\pi}{2} = 1 - \sin\left(\pi - \frac{\pi}{2}\right) = 1 - \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 1 - (-1) = 2$$

گزینه ۳ - می‌دانیم که $\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a$ است پس $y = 1 + \frac{a}{2} \sin 2bx$ است. و می‌دانیم در تابع $y = a \sin bx + c$ ، دوره‌ی تناوب $T = \frac{2\pi}{|b|}$ و $Max = |a| + c$ است.

$$Max = \frac{3}{2} \rightarrow \left|\frac{a}{2}\right| + 1 = \frac{3}{2} \rightarrow \left|\frac{a}{2}\right| = \frac{1}{2} \rightarrow a = \pm 1$$

چون فاصله دو مینیمم متوالی، دوره‌ی تناوب اصلی منحنی است، پس:

$$T = \frac{3\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \pi \rightarrow \frac{2\pi}{|2b|} = \pi \rightarrow |b| = 1 \rightarrow b = \pm 1$$

چون در شکل داده شده بعد از $x = 0$ نمودار در حال صعود است پس a, b هم‌علامتند، یعنی:

$$a = 1 \rightarrow b = 1 \rightarrow a + b = 2 \text{ یا } a = -1 \rightarrow b = -1 \rightarrow a + b = -2$$

گزینه ۱ - با توجه به شکل، منحنی از $(0, 0)$ و $(2, 4)$ عبور می‌کند پس:

$$\left. \begin{aligned} (0, 0) \xrightarrow{\text{تابع}} 0 &= a + b \cos(0) \Rightarrow a + b = 0 \\ (2, 4) \xrightarrow{\text{تابع}} 4 &= a + b \cos\left(\frac{\pi}{2}(2)\right) = a + b \cdot \cos \pi = a - b \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 0 \\ a - b = 4 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = -2$$