

نام و نام خانوادگی:		زکواره تاگردانش بجوی		پایان نوبت اول	
نام درس: ریاضیات گسسته		علوی		تاریخ برگزاری آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۱۵	
پایه تحصیلی: دوازدهم (ریاضی)		مؤسسه علمی آموزشی علوی		مدت زمان پاسخگویی: ۹۰ دقیقه	
پاسخنامه گسسته پایه دوازدهم					
ردیف					
۱	الف) ۳۶ ب) $a \mid m, b \mid m \Rightarrow c \leq m$ پ) $a = p$ یا $a = 1$ ت) مجاور (هر مورد ۵/۰ نمره) (ترکیبی) (متوسط)				
۲	فرض کنید $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2) \dots (a_n - b_n)$ عددی زوج نباشد (فرض خلف)، پس این حاصل عددی فرد است. می‌دانیم اگر حاصل ضرب چند عدد صحیح عددی فرد باشد، همه آن‌ها فرد هستند، بنابراین هر پنج عدد $a_1 - b_1, a_2 - b_2, \dots, a_5 - b_5$ فرد هستند. می‌دانیم مجموع پنج عدد فرد، عددی فرد است، پس حاصل عبارت $(a_1 - b_1) + \dots + (a_5 - b_5)$ عددی فرد است. اما $(a_1 - b_1) + \dots + (a_5 - b_5) = (a_1 + \dots + a_5) - (b_1 + \dots + b_5) = 0$ (چون طبق فرض اعداد $a_1, \dots, a_5$ و $b_1, \dots, b_5$ همان اعداد $a_1, a_2, \dots, a_5$ هستند ولی با ترتیبی دیگر. بنابراین مجموع $a_1 + \dots + a_5$ با مجموع $b_1 + \dots + b_5$ برابر است) که با نتیجه قبلی تناقض دارد. در نتیجه فرض خلف باطل است و حکم نتیجه می‌شود. (۱/۵ نمره) (فصل اول) (متوسط)				
۳	می‌توان نوشت: $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2 \geq 2xy + 2x + 2y$ $\Leftrightarrow (x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) \geq 0$ $\Leftrightarrow (x - y)^2 + (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \geq 0$ همواره درست است. (۱/۵ نمره) (فصل اول) (آسان)				
۴	می‌دانیم مربع هر عدد فرد به صورت $8k + 1$ است، پس $a^2 = 8m + 1$ و $b^2 = 8n + 1$. در نتیجه: $3a^2 + 2b^2 + 7 = 3(8m + 1) + 2(8n + 1) + 7 = 8(3m) + 8(2n) + 3 + 2 + 7$ $= 8(3m) + 8(2n) + 8 + 4 = 8(\underbrace{3m + 2n + 1}_A) + 4 = 8A + 4$ بنابراین باقی‌مانده تقسیم $3a^2 + 2b^2 + 7$ بر ۸ برابر ۴ است. (۱ نمره) (فصل اول) (آسان)				
۵	می‌دانیم هر عدد خودش را عاد می‌کند، پس $4a + 1 \mid 4a + 1$. اکنون می‌توان نوشت: $4a + 1 \mid 4a + 1, 4a + 1 \mid 7a - 3 \Rightarrow 4a + 1 \mid 7(4a + 1) - 4(7a - 3) \Rightarrow 4a + 1 \mid 19$ در نتیجه: $\begin{cases} 4a + 1 = 1 \Rightarrow a = 0 \\ 4a + 1 = 19 \Rightarrow a = \frac{9}{4} \text{ (غ ق ق)} \\ 4a + 1 = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{4} \text{ (غ ق ق)} \\ 4a + 1 = -19 \Rightarrow a = -5 \end{cases}$ پس فقط به ازای $a = 0$ و $a = -5$ رابطه $4a + 1 \mid 7a - 3$ برقرار است. (۱ نمره) (فصل اول) (متوسط)				
۶	الف) می‌توان نوشت: $m \mid m^2 \Rightarrow [m^2, m] = m^2$ $m^2 \mid m^5 \Rightarrow (m^2, m^5) = m^2$ ب) ابتدا عددهای ۷۲ و ۴۸ را به حاصل ضرب عوامل اول تجزیه می‌کنیم: $72 = 2^3 \times 3^2, \quad 48 = 2^4 \times 3$ اکنون می‌توان نوشت: $[(72, 48), (120)] = [(2^3 \times 3^2, 2^4 \times 3), (120)] = [2^4, 120] = 120$ $24 \mid 120$ (۲ نمره) (فصل اول) (متوسط)				

نام و نام خانوادگی:	زکواره تاکوردانش بجوی	پایان نوبت اول
نام درس: ریاضیات گسسته	علوی	تاریخ برگزاری آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۱۵
پایه تحصیلی: دوازدهم (ریاضی)	مؤسسه علمی آموزشی علوی	مدت زمان پاسخگویی: ۹۰ دقیقه
ردیف	پاسخنامه گسسته پایه دوازدهم	
۷	بنابر الگوریتم تقسیم می توان نوشت: $a = 8q_1 + 7 \Rightarrow 9a = 72q_1 + 63$ $a = 9q_2 + 6 \Rightarrow 8a = 72q_2 + 48$ $a = 72(q_1 - q_2) + 15$ پس باقی مانده تقسیم a بر ۷۲ برابر ۱۵ است. (۱/۵ نمره) (فصل اول) (متوسط)	
۸	فرض کنید صورت تقسیم $a = bq + r$ باشد. طبق فرض $n a$ و $n b$ در نتیجه $n a - bq$ پس $n r$. (۱/۵ نمره) (فصل اول) (آسان)	
۹	می توان نوشت: $2^3 \equiv 8 \equiv 1 - 7 \equiv 1 \Rightarrow (2^3)^8 \equiv 1 \Rightarrow 2^{24} \equiv 1 \Rightarrow 2^{25} \equiv 2$ $3^3 \equiv 27 \equiv 27 - 7 \times 4 \equiv -1 \Rightarrow (3^3)^{10} \equiv (-1)^{10} \equiv 1 \Rightarrow 3^{31} \equiv 3$ $5^2 \equiv 25 \equiv 25 - 7 \times 3 \equiv 4 \Rightarrow 5^3 \equiv 5 \times 4 \equiv 20 - 7 \times 3 \equiv -1 \Rightarrow (\Delta^3)^{12} \equiv (-1)^{12} \equiv 1 \Rightarrow \Delta^{43} \equiv \Delta$ در نتیجه: $2^{25} \times 3^{31} + \Delta^{43} \equiv 2 + \Delta \equiv 11 \equiv 4$ (۱/۵ نمره) (فصل اول) (دشوار)	
۱۰	می توان نوشت: $fa - 7 \equiv 3a - 5 \Rightarrow fa - 3a \equiv 7 - 5 \Rightarrow a \equiv 2$ اکنون برای به دست آوردن رقم یکان $9a + 6$ می توان نوشت: $9a + 6 \equiv 9 \times 10 + 6 \equiv 90 + 6 \equiv 96 \equiv 6$ یعنی رقم یکان $9a + 6$ برابر ۶ است. (۱/۵ نمره) (فصل اول) (متوسط)	
۱۱	می توان نوشت: $11x + 19y \equiv 23 \Rightarrow 19y \equiv 23 \Rightarrow 8y \equiv 12 \xrightarrow{+4} 2y \equiv 3 \equiv 3 + 11 \equiv 14 \xrightarrow{+2} y \equiv 7 \Rightarrow y = 11k + 7$ مقدار y به دست آمده را در معادله قرار می دهیم: $11x + 19(11k + 7) = 23 \Rightarrow 11x = -19 \times 11k - 19 \times 7 + 23 \Rightarrow 11x = -19 \times 11k - 110 \Rightarrow x = -19k - 10$ در نتیجه: $x + y = -19k - 10 + 11k + 7 = -8k - 3$ کمترین مقدار طبیعی $x + y$ به ازای $k = -1$ به دست می آید و مقدار آن برابر ۵ است. $(-8)(-1) - 3 = 5$ است. (۱/۵ نمره) (فصل اول) (متوسط)	
۱۲	الف) بیشترین مقدار 2^x برابر ۴ و در این حالت باید گراف کامل K_5 را رسم کنیم. ب) کمترین مقدار 2^x برابر ۲ و در این حالت کافی است گراف C_5 را رسم کنیم. (۱/۵ نمره) (فصل دوم) (متوسط)	

نام و نام خانوادگی:	زکواره تاکوردانش بجوی	پایان نوبت اول
نام درس: ریاضیات گسسته	علوی	تاریخ برگزاری آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۱۵
پایه تحصیلی: دوازدهم (ریاضی)	مؤسسه علمی آموزشی علوی	مدت زمان پاسخگویی: ۹۰ دقیقه
ردیف	پاسخنامه گسسته پایه دوازدهم	
۱۳	با توجه به تعریف، نمودار گراف G به صورت مقابل است. از روی نمودار به دست می آید: $q = ۸, \Delta = ۴, \delta = ۳$ (۱/۵ نمره) (فصل دوم) (متوسط)	
۱۴	باید رأسی را به دست آوریم که فقط با a و c مجاور است. این رأس، رأس b است. (۱ نمره) (فصل دوم) (آسان)	

