

نام و نام خانوادگی:		برنام خداوند جان و خرد	نام آزمون: پایان نوبت اول
نام درس: ریاضی گسسته		علوی	زمان: ۱۰۰ دقیقه
پایه تحصیلی: دوازدهم ریاضی		مؤسسه علمی آموزشی علوی	تاریخ برگزاری آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/
ردیف	سوالات ریاضی گسسته پایه دوازدهم		
۱	با در نظر گرفتن حالات مختلف ثابت کنید عدد $n^2 - n$ مضرب ۳ می باشد؟ ( $n \in \mathbb{Z}$ )		
۲	به روش بازگشتی ثابت کنید اگر $x$ و $y$ و $z$ اعداد حقیقی باشند: آن گاه: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$		
۳	$a_1$ و $a_2$ و $a_3$ اعداد صحیح هستند و $b_1$ و $b_2$ و $b_3$ همان اعداد هستند ولی با ترتیب دیگری قرار گرفته اند. ثابت کنید $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ عددی زوج است.		
۴	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید ( $a$ و $b$ و $c$ اعداد صحیح و $m$ عدد طبیعی بزرگتر از ۱ است). الف) اگر $a b$ و $b c$ آنگاه $a c$ ب) شرط وجود جواب صحیح در معادله $ax \equiv b \pmod{m}$ این است که $(a, m)   b$ پ) تعداد رئوس زوج یک گراف ساده عددی فرد است. ت) گراف کامل مرتبه ۸ دارای ۵۶ یال است.		
۵	اگر $k \in \mathbb{Z}$ داشته باشیم $3 + 10k$ و $1 - 4k$ در این صورت مقادیر طبیعی $a$ را به دست آورید.		
۶	اگر $a$ و $b$ دو عدد طبیعی باشند، حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید. الف) $[(a, a^2), (a, b)]$ ب) $[(a, a^5), [a, a^5]]$ پ) $(ab, ab + 1)$		
۷	در تقسیم عدد $a$ بر ۲۷ باقی مانده ۴ واحد از مربع خارج قسمت کمتر است. بیشترین مقدار $a$ را به دست آورید.		
۸	باقی مانده تقسیم $19 + 38^{36}$ بر ۴ را به دست آورید.		
۹	جوابهای کلی معادله همبستگی $1402x \equiv 11 \pmod{9}$ را به دست آورید.		
۱۰	به چند طریق می توان یک کیسه ۱۳۱ کیلویی را با وزنه های ۷ و ۵ کیلویی وزن کرد؟		
۱۱	اگر $a$ و $b$ و $c$ اعداد صحیح باشد به طوری که $a$ دو عدد $b$ و $c$ را عاد کند، ثابت کنید $a$ تقاض آنها را نیز عاد می کند.		
۱۲	در گراف $G(V, E)$ داریم $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ و $E = \{ab, ac, af, bd, de, df, fc\}$ به سوالات زیر در مورد این گراف پاسخ دهید. الف) رئوس فرد گراف را مشخص کنید. ب) $N_G(d)$ را مشخص کنید. پ) گراف مکمل گراف $G$ را رسم کنید. ت) یک زیرگراف با ۴ رأس و ۳ یال از این گراف رسم کنید.		
۱۳	گراف به شکل مقابل مفروض است: 		
۱۴	اولاً گراف همبند را تعریف کنید. ثانیاً یک گراف ۲-منتظم همبند از مرتبه ۶ و یک گراف ۲-منتظم ناهمبند از مرتبه ۶ را رسم کنید.		