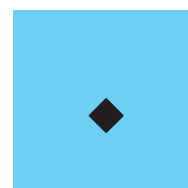


راهنمای استفاده از کتاب



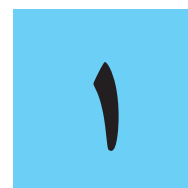
فرمول نامه!

در این بخش خلاصه‌ای از فرمول‌های هر فصل برای سهولت استفاده شما عزیزان درج شده است. توصیه می‌شود قبل از شروع کتاب، تدریس دبیر و کتاب درسی را به صورت کامل بررسی نمایید.



پرسش‌های تشریحی

۱. هر فصل به چند بخش تقسیم شده است.
۲. در هر بخشی سؤالات تشریحی مربوط به آن بخش با تیپ‌های مختلف و شبیه آزمون‌های نهایی تألیف شده است.



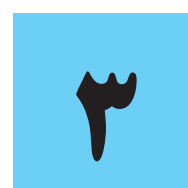
سؤالات تستی

بعد از پرسش‌های تشریحی سؤالات تستی با تقسیم‌بندی سؤالات آموزشی با (شماره سؤالات به رنگ مشکی) و سؤالات تثبیتی با (شماره سؤالات به رنگ آبی) همراه با تمامی تست‌های کنکور منطبق با کتاب درسی جدید آورده شده است.



آزمون‌های پایان فصل تشریحی و جامع

این قسمت در انتهای هر فصل که شامل سؤالات کل فصل می‌باشد در نظر گرفتن استاندارد آزمون نهایی تألیف شده است.
این آزمون‌ها در پایان کتاب نیز به عنوان جامع از کل کتاب تهیه شده است.



آزمون های تستی پایان فصل و جامع

این قسمت همانند قسمت قبل شامل پرسش های چهارگزینه ای از کل فصل و منطبق بر استاندارد کنکور سراسری می باشد.
این آزمون ها در پایان کتاب نیز به عنوان جامع از کل کتاب تهیه شده است.

۴

آزمون پلاس

تست های با سطح دشواری بسیار بالا برای علاقه مندان در این قسمت گنجانده شده است.

۵

پاسخنامه کلیدی

این پاسخنامه به صورت گزینه ای صرفاً برای سؤالات تستی با هدف تطبیق پاسخ دهی در انتهای فصل گنجانده شده است.

۶

پاسخنامه تشریحی الکترونیکی

پاسخنامه کامل تشریحی کل سؤالات در این بخش قرار دارد. این بخش در اختیار مجموعه های آموزشی قرار می گیرد.

۷

اعلام ایرادات کتاب

قطعاً این مجموعه با نظرات سازنده شما عزیزان به مجموعه ای پربار تبدیل خواهد شد.
با اسکن کد مقابل می توانید ایرادات این کتاب را برای ما ارسال نمایید.



۸

فهرست

فصل اول

آشنایی با مبانی ریاضیات

۷



فصل دوم

احتمال

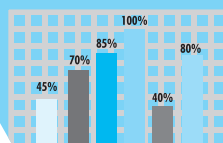
۳۶



فصل سوم

آمار توصیفی

۷۸



فصل چهارم

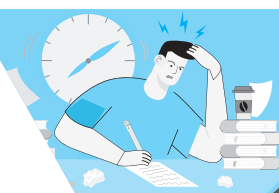
آمار استنباطی

۱۱۳



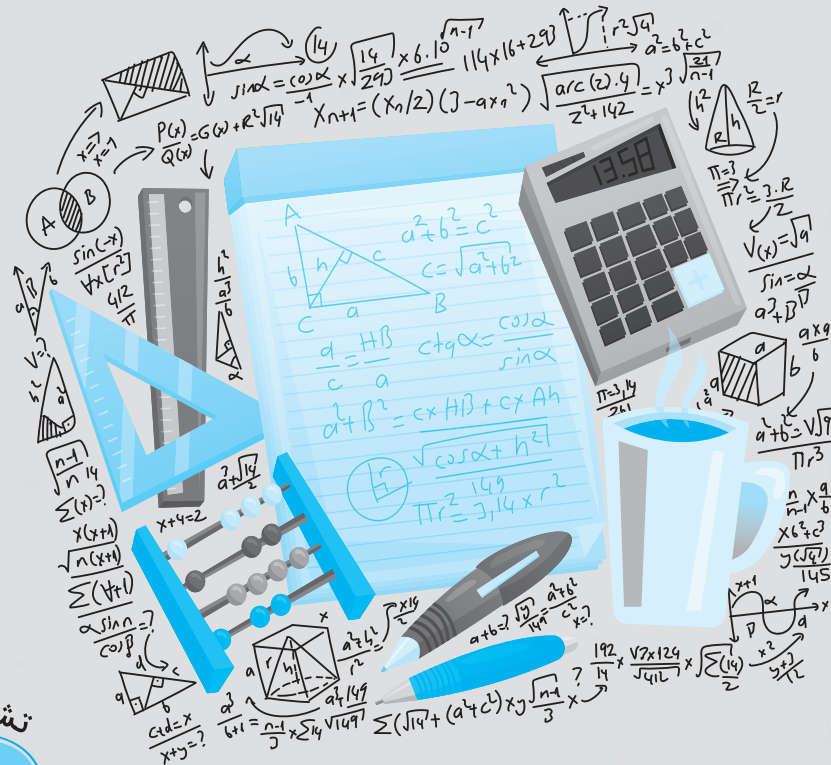
آزمون جامع

۱۳۱



فصل ۱

آشنایی با مبانی ریاضیات



تستی

۱۵۰

تشریحی

۹۵

بارم بندی امتحانات

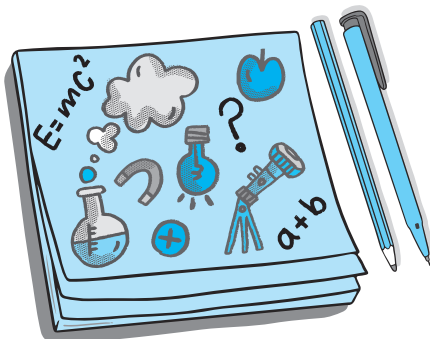
نهایی	نیمسال اول
نمره ۴/۵	نمره ۱۲

سهم تست

درصد	تعداد
۵٪	۲



در این فصل با مفاهیم پایه‌ای مانند ترکیب گزاره‌ها و مجموعه‌ها و ضرب دکارتی آشنا می‌شویم که این مباحث اساسی کمک می‌کنند تا درک عمیق‌تری از ساختار ریاضی پیدا کنیم و مهارت لازم برای تحلیل و حل مسائل پیچیده‌ای را پیدا کنیم و آشنایی با این مفاهیم پایه‌ای زمینه‌ساز موفقیت در فصل‌های بعدی می‌شود. پایه مورد نیاز فقط بخش مجموعه‌ها و شمارش بدون شمردن از کتاب دهم هستند که نگران نباشید هر چه لازم دارید در این کتاب هست و تازه راه‌های جذابی برای تست‌زنی درون آن وجود دارد، اما برای آزمون نهایی فقط تمرینات تشریحی را مطالعه کنید.



فرمول نامه

«آشنایی با مبانی ریاضیات»

بخش ۱: آشنایی با منطق ریاضی

گزاره: گزاره یک جمله خبری است که یا راست و یا دروغ است، بنابراین جملات امری و پرسشی و عاطفی گزاره نیستند و معمولاً گزاره‌ها را با حروف p ، q و r ... نمایش می‌دهیم.

درست یا نادرست بودن یک گزاره را ارزش گزاره می‌گوییم. و چنانچه ارزش گزاره‌ای درست باشد آن را با T و چنانچه نادرست باشد با F نمایش می‌دهیم.

دو گزاره هم ارز: اگر دو گزاره p و q هم ارزش باشند (یعنی هر دو درست یا هر دو نادرست باشند)، می‌نویسیم $p \equiv q$ و گزاره‌های p و q را هم ارز می‌گوییم.

جدول ارزش گزاره‌ها: هر گزاره، یکی از دو ارزش درست یا غلط را دارد، بنابراین ارزش گزاره p به‌صورت جدول زیر است.

P
T
F



نکته: برای n گزاره در جدول ارزش گزاره‌ها 2^n حالت وجود دارد.

گزاره‌نما: به هر جمله خبری که شامل یک یا چند متغیر باشد و با جای‌گذاری مقادیری به جای متغیرها به یک گزاره تبدیل شود، گزاره‌نما می‌گوییم مثل (عدد x عدد فرد است) اگر به جای x عدد ۲ قرار دهیم تبدیل به گزاره نادرست می‌شود و اگر به جای x عدد ۳ قرار دهیم تبدیل به گزاره درست می‌شود.

دامنه متغیر: در هر گزاره‌نما به مجموعه مقادیری که می‌توان به جای متغیرهای آن قرارداد تا گزاره‌نما تبدیل به گزاره شود، دامنه متغیر گزاره می‌گویند و آن را با حرف D نمایش می‌دهیم.

مجموعه جواب: در هر گزاره‌نما، به مجموعه عضوهایی از دامنه متغیر که به‌زای آن‌ها، گزاره‌نما به گزاره‌ای با ارزش درست تبدیل شود، مجموعه جواب گزاره‌نما می‌گویند و آن را با حرف S نمایش می‌دهند و همواره داریم: $S \subseteq D$

ترکیب گزاره‌ها: هرگاه بخواهیم دو یا چند گزاره را با هم ترکیب کنیم و یک گزاره مرکب بسازیم به کمک رابطه‌ها گزاره‌های ساده را به هم وصل می‌کنیم که این رابطه‌ها عبارت‌اند از ترکیب فصلی و عطفی و شرطی و دو شرطی

«یا» (ترکیب فصلی): چنانچه دو گزاره p و q را با ترکیب فصلی به هم وصل کنیم به‌صورت $p \vee q$ می‌نویسیم و ارزش این گزاره زمانی نادرست است که هر دو گزاره p و q با هم نادرست باشند.

«و» (ترکیب عطفی): چنانچه دو گزاره p و q را با ترکیب عطفی به هم وصل کنیم به‌صورت $p \wedge q$ می‌نویسیم و ارزش این گزاره زمانی درست است که هر دو گزاره p و q با هم درست باشند.

(ترکیب شرطی): چنانچه دو گزاره p و q را با ترکیب شرطی به هم وصل کنیم به‌صورت $p \Rightarrow q$ می‌نویسیم و به‌صورت اگر p آنگاه q می‌خوانیم که p را مقدم و q را تالی می‌گوییم و ارزش این گزاره زمانی نادرست است که p (مقدم) درست و q (تالی) نادرست باشد.



(۱) اگر p نادرست باشد، گزاره $p \Rightarrow q$ حتماً درست است. (انتقای مقدم)

(۲) اگر q درست باشد، گزاره $p \Rightarrow q$ حتماً درست است. (انتقای تالی)

ترکیب دو شرطی: چنانچه دو گزاره p و q را با گزاره دو شرطی به هم وصل کنیم به صورت $p \Leftrightarrow q$ می نویسیم و به صورت اگر p آنگاه q و برعکس می خوانیم و ارزش

این گزاره زمانی درست است که گزاره p و q هم ارزش باشند.

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
T	T	T	T	T	T
T	F	T	F	F	F
F	T	T	F	T	F
F	F	F	F	T	T

نقیض گزاره: نقیض گزاره p را با $(\sim p)$ نشان می دهیم و همواره ارزش p با ارزش گزاره $(\sim p)$ متفاوت است.

هم ارزی های مهم

$$۱) p \vee p \equiv p \wedge p \equiv p$$

$$۲) p \vee q \equiv q \vee p$$

$$۳) p \wedge q \equiv q \wedge p$$

$$۴) \sim(\sim p) \equiv p$$

$$۵) p \vee T \equiv T$$

$$۶) p \vee F \equiv p$$

$$۷) p \wedge T \equiv p$$

$$۸) p \wedge F \equiv F$$

$$۹) \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

$$۱۰) \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$۱۱) p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$۱۲) p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$

$$۱۳) p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv (p \vee r) \vee q$$

$$۱۴) p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv (q \wedge r) \wedge p$$

$$۱۵) p \wedge (p \wedge q) \equiv p$$

$$۱۶) p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

$$۱۷) p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$۱۸) p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$۱۹) p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

$$۲۰) p \Leftrightarrow q \equiv \sim p \Leftrightarrow \sim q$$

سور عمومی: به معنی «بهازای هر» یا «بهازای همه مقادیر» است و آن را با $\forall$ نشان می دهیم و هرگاه همراه متغیر گزاره نما بیابید، گزاره نما را به یک گزاره کلی تبدیل می کند و ارزش گزاره کلی زمانی درست است که مجموعه جواب گزاره نما برابر دامنه متغیر آن گزاره نما ($D = S$) باشد.

اگر با یک مثال خلاف حکم در این گزاره ها ثابت شد، ارزش آن ها نادرست است.

سور وجودی: به معنی «بهازای بعضی از مقادیر» یا «وجود دارد» یا «حداقل یکی یافت می شود» است و آن را با علامت $\exists$ نشان می دهیم و هرگاه همراه متغیر گزاره نما بیابید، گزاره نما را به یک گزاره جزئی تبدیل می کند و ارزش آن زمانی درست است که مجموعه جواب گزاره نما تهی نباشد.

اگر با یک مثال درستی حکم در این گزاره ها ثابت شود، ارزش آن ها درست است.

نقیض سورها: برای نقیض کردن سورها در گزاره نما $P(x)$ ، آن ها را به هم تبدیل می کنیم و $P(x)$ را نقیض می کنیم ولی دامنه متغیر ثابت می ماند.

$$\sim(\forall x; P(x)) \equiv \exists x; \sim P(x)$$

$$\sim(\exists x; P(x)) \equiv \forall x; \sim P(x)$$

بخش ۲: جبر مجموعه ها

مجموعه: به هر دسته از اشیای کاملاً مشخص، یک مجموعه گوییم مثل مجموعه اعداد اول که به صورت $A = \{۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, \dots\}$ و اگر x عضوی از مجموعه A

باشد می نویسیم $x \in A$ و اگر x عضوی از مجموعه A نباشد می نویسیم $x \notin A$

هرگاه هر عضو از مجموعه A ، عضوی از مجموعه B باشد، می گوییم مجموعه A زیرمجموعه مجموعه B است و با $A \subseteq B$ نشان می دهیم.

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x; (x \in A \Rightarrow x \in B)$$



اگر عضوی در A باشد، به طوری که آن عضو در مجموعه B نباشد، در این صورت A زیرمجموعه B نیست و می‌نویسیم $A \not\subseteq B$.

$$A \not\subseteq B \Leftrightarrow \exists x; (x \in A \wedge x \notin B)$$



تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی برابر 2^n است.

تعداد زیرمجموعه‌های غیر تهی یک مجموعه n عضوی $2^n - 1$ است.

زیرمجموعه سره: اگر $A \subseteq B$ ، ولی $A \neq B$ آنگاه A زیرمجموعه محض یا سره B نامیده می‌شود و آن را با $A \subset B$ نشان می‌دهیم.



تعداد زیرمجموعه‌های غیر تهی و سره مجموعه A ، $2^n - 2$ است.

تعداد زیرمجموعه‌های k عضوی از یک مجموعه n عضوی برابر است با:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

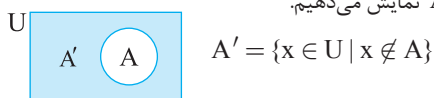
روش‌کد گذاری: اگر فرض کنیم $A = \{1, 2, 3\}$ باشد، چون A دارای ۳ عضو است پس ۸ زیرمجموعه دارد که با دو رقم ۰ و ۱ می‌توانیم تمام زیرمجموعه‌های A را مشخص کنیم مثلاً $B = \{1, 3\}$ که $B \subset A$ است با کد «۱۰۱» مشخص می‌شود چون $1, 3 \in B$ با کد ۱ و $2 \notin B$ با کد ۰ مشخص می‌شوند و به همین ترتیب $C = \{3\}$ که $C \subset A$ است با کد «۰۰۱» مشخص می‌شود.

نکات مهم زیرمجموعه‌ها

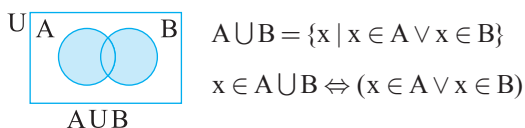
- ۱) $A \subseteq A$
- ۲) $\emptyset \subset A$
- ۳) $A \subseteq U$
- ۴) $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$
- ۵) $(A \cap B) \subseteq A$
- ۶) $A \subseteq (A \cup B)$
- ۷) $A \subseteq B, B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$
- ۸) $(A - B) \subseteq A$

مجموعه توانی: اگر همه زیرمجموعه‌های مجموعه A را در یک مجموعه قرار دهیم، مجموعه به دست آمده را مجموعه توانی A گوئیم و آن را با $P(A)$ نشان می‌دهیم. بدیهی است که اگر A مجموعه‌ای n عضوی باشد، تعداد عضوهای مجموعه توانی A ، 2^n است.

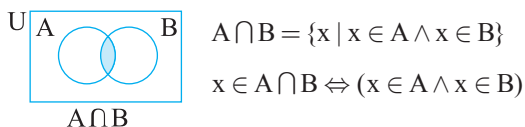
متمم یک مجموعه: متمم مجموعه A برابر با مجموعه اعضای U است که متعلق به A نباشد و آن را با A' نمایش می‌دهیم.



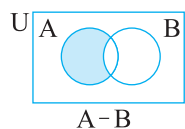
اجتماع دو مجموعه: اجتماع دو مجموعه A و B که با $A \cup B$ نمایش داده می‌شود، مجموعه‌ای است که عضوهای آن به مجموعه‌های A یا B یا هر دو تعلق داشته باشد.



اشتراک دو مجموعه: اشتراک دو مجموعه A و B که آن را به صورت $A \cap B$ نشان می‌دهیم، مجموعه‌ای است که عضوهای آن هم متعلق به A هم متعلق به B باشد.



تفاضل دو مجموعه: تفاضل مجموعه B از A که با $A - B$ نمایش داده می‌شود، مجموعه‌ای شامل اعضای A است که متعلق به B نباشد.



$$A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\} = \{x \mid x \in A \wedge x \in B'\} = A \cap B'$$

$$x \in A - B \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B') \Leftrightarrow x \in A \cap B'$$

دو مجموعه مساوی: اگر A و B دو مجموعه با مرجع U باشند به طوری که هر عضو A ، عضو B و هر عضو B عضو A باشد، یعنی $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$ ، در این صورت A با B مساوی است و می‌نویسیم $A = B$.

$$A = B \Leftrightarrow [(A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)]$$

نکات اجتماع

$$1) A \cup B = B \cup A$$

$$2) A \cup A' = U$$

$$3) A \cup \emptyset = A$$

$$4) A, B \subseteq A \cup B$$

$$5) A \subset B \Rightarrow A \cup B = B$$

$$6) A \cup U = U$$

$$7) A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

نکات اشتراک

$$1) A \cap B = B \cap A$$

$$2) A \cap A' = \emptyset$$

$$3) A \cap \emptyset = \emptyset$$

$$4) A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$$

$$5) A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$$

$$6) A \cap U = A$$

$$7) A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = (A \cap C) \cap B$$

نکات تفاضل

$$1) U - A = A'$$

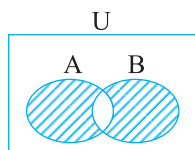
$$2) A - A' = A$$

$$3) A - \emptyset = A$$

$$4) A - B = A \cap B'$$

$$5) A \cap B = \emptyset \Rightarrow A - B = A$$

تفاضل متقارن دو مجموعه: تفاضل متقارن دو مجموعه A و B را با $A \Delta B$ نشان می‌دهیم و آن مجموعه‌ای است که اعضای آن در یکی از دو مجموعه A و B وجود دارد و در مجموعه دیگر وجود ندارد.



$$A \Delta B = \{x \in U \mid (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \notin A \wedge x \in B)\}$$

قوانین تفاضل متقارن

$$1) A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$

$$2) A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$$

$$3) A \Delta A = \emptyset$$

$$4) A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C = (A \Delta C) \Delta B$$

$$5) A' \Delta B' = A \Delta B$$

$$6) A \Delta A' = U$$

جبر مجموعه‌ها: به قوانین و خواص مربوط به اعمال اجتماع، اشتراک و تفاضل بین مجموعه‌ها جبر مجموعه‌ها گوئیم که مهم‌ترین این قوانین به صورت زیر است.

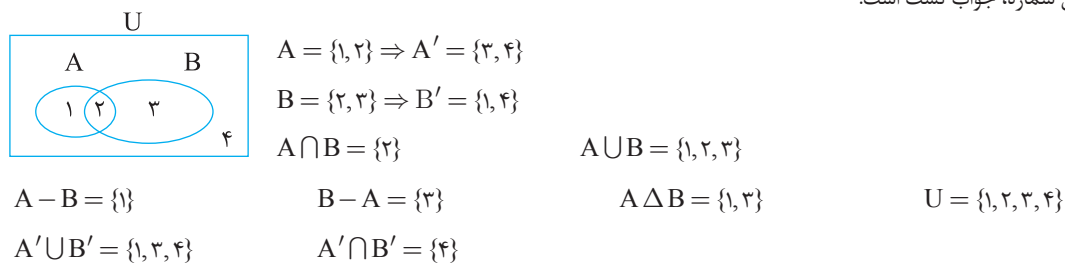
قانون دمورگان $\begin{cases} (A \cup B)' = A' \cap B' \\ (A \cap B)' = A' \cup B' \end{cases}$

قانون جذب «هم‌پوشانی» $\begin{cases} A \cup (A \cap B) = A \\ A \cap (A \cup B) = A \end{cases}$

قانون توزیع پذیری «پخشی» $\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \end{cases}$

نکته مهم

می‌توانیم تست‌های جبر مجموعه‌ها را به کمک نمودار ون حل کنیم که در این روش لازم نیست هیچ رابطه‌ای را به خاطر داشته باشیم و کافی است پس از رسم نمودار ون برای هر ناحیه شماره مشخصی را در نظر بگیریم و سپس عبارتی که در صورت تست داده شده را با شماره‌های نمودار ون به دست آوریم و در آخر هم شماره‌ای که باقی ماند، منطقه مربوط به آن شماره، جواب تست است.



ضرب دکارتی: حاصل ضرب دکارتی دو مجموعه A و B را با $A \times B$ نشان می‌دهیم و این حاصل ضرب شامل همه زوج مرتب‌هایی است که مؤلفه‌های اول آن‌ها متعلق به مجموعه A و مؤلفه‌های دوم متعلق به مجموعه B است و در حالت کلی $A \times B = B \times A$ نیست یعنی حاصل ضرب دکارتی خاصیت جابه‌جایی ندارد اما:

$$A \times B = B \times A \Rightarrow (A = B) \vee (A = \emptyset) \vee (B = \emptyset)$$

نکات ضرب دکارتی

- ۱) $A \times C = B \times C \xrightarrow{C \neq \emptyset} A = B$
- ۲) $A \times B = \emptyset \Rightarrow A = \emptyset \vee B = \emptyset$
- ۳) $A \times \emptyset = \emptyset$
- ۴) $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$
- ۵) $(A \times B) \subseteq (C \times D) \Rightarrow A \subseteq C \wedge B \subseteq D$
- ۶) $A^2 \times B^2 = (A \times B)^2$
- ۷) $(A \times B)' = (A' \times B') \cup (A' \times B) \cup (A \times B')$
- ۸) $(A \times B) \times (B \times A) = (A \cap B)^2$
- ۹) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
- ۱۰) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

شمارش تعداد اعضای حاصل ضرب دکارتی: در تست‌های مربوط به این بخش، روابط به صورت ترکیبی از جبر مجموعه‌ها و حاصل ضرب دکارتی طرح می‌شوند که روابط زیر در حل این تست‌ها بسیار کمک کننده هستند.

- ۱) $|A \times B| = |A| \times |B|$
- ۲) $|(A \times B) \cap (B \times A)| = |A \cap B|^2$
- ۳) $|A^2 - B^2| = |A|^2 - |A \cap B|^2$
- ۴) $|(A \times B) - (B \times A)| = |A| \times |B| - |A \cap B|^2$
- ۵) $|A^2 \Delta B^2| = |A|^2 + |B|^2 - 2|A \cap B|^2$
- ۶) $|(A \times B) \cup (B \times A)| = 2|A| \times |B| - |A \cap B|^2$
- ۷) $|(A \times B) \Delta (B \times A)| = 2|A| \times |B| - 2|A \cap B|^2$
- ۸) $|A^2 \cap B^2| = |A \cap B|^2$

ضرب دکارتی مجموعه‌هایی که لااقل یکی از آن‌ها پیوسته باشد: اگر دسته کم یکی از مجموعه‌های A و B بازه‌ای پیوسته از اعداد حقیقی باشند، آنگاه $A \times B$ شامل بی‌نهایت نقطه خواهد بود که برای نشان دادن این حاصل ضرب از نمودار هندسی استفاده می‌کنیم.

۱. مقادیر x و y را چنان بیابید که داشته باشیم:

$$(2x - y)^2 + (x - 1)^2 = 0$$

۲. ثابت کنید اگر $a \in \mathbb{Z}$ و a^2 عددی فرد باشد، آنگاه a عددی فرد است.

۳. ثابت کنید هرگاه n عددی صحیح و n^2 مضرب ۳ باشد، آنگاه n نیز مضرب ۳ است.

۴. با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید که $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$.

۵. با استفاده از جدول ارزشی درستی گزاره‌ها، هم ارزی‌های منطقی زیر را اثبات کنید.

۱ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

۲ $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

۶. با استفاده از جدول ارزش‌ها نشان دهید که:

۱ $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$

۲ $\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q$

۷. جدول زیر را کامل کنید.

گزاره p	گزاره q	ارزش p	ارزش q	ارزش $(p \Rightarrow q)$	ارزش $(p \wedge q)$
عدد ۲ زوج است.					د
	1×2			ن	
$2 \in \{1, 2\}$					ن
	عدد ۷ اول است.				د

۸. بدون استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها و با استفاده از جبر گزاره‌ها، هم ارزی‌های زیر را اثبات کنید.

۱ $[(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)] \wedge r \equiv r$

۲ $p \Leftrightarrow q \equiv \sim p \Leftrightarrow \sim q$

۹. به کمک جبر گزاره‌ها و بدون استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها ثابت کنید.

۱ $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$

۲ $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv q \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

۱۰. هرگاه $\sim p$ و q نادرست باشند، با ذکر دلیل و بدون استفاده از جدول، ارزش گزاره $\sim(p \Rightarrow q) \vee (p \wedge q)$ را تعیین کنید.

۱۱. بدون استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها، نشان دهید برای هر دو گزاره دلخواه p و q گزاره $p \Rightarrow (q \Rightarrow (p \wedge q))$ همواره درست است.

۱۲. ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید و سپس نقیض هر یک را بنویسید.

۱ $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0$

۲ $\exists y \in \mathbb{R}; y < 0 \wedge y^2 \leq 1$

۱۳. ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید، سپس نقیض هر یک را بنویسید.

۱ $\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$

ب $\exists y \in \mathbb{R}; \frac{y - 3}{5} = 0$

۱۴. هرگاه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 < x \leq 5\}$ دامنه متغیر باشد، ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید.

۱ $\exists x \in A; x + 4 = 10$

ب $\forall x \in A; x + 2 \leq 9$

۱۵. ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید.

۱ $(\forall x, y \in \mathbb{R}; xy = 0 \Rightarrow x = 0 \vee y = 0) \wedge (\forall x, y \in \mathbb{R}; x^2 + y^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \vee y = 0)$

ب $(\exists x \in \mathbb{N}; \frac{5x^2 + 1}{x + 5} = 3) \Leftrightarrow (\forall x \in \mathbb{R}^+; x + \frac{1}{x} \geq 2)$

۱۶. نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید.

۱ اگر $0 < x < 1$ ، آنگاه $x^2 < x$

ب ابوالوفا محمد بوزجانی، ریاضی دان است.

پ $a \in \{b, c, d\}$

ت ۲ عددی زوج است یا عدد π گویاست.

۱۷. گزاره سوری «عدد حقیقی وجود دارد که از هر عدد دیگری بزرگ تر است.» را به زبان ریاضی بیان کنید و سپس نقیض آن را بنویسید.

۱۸. عکس و نقیض گزاره شرطی زیر را بنویسید.

$(\forall a, b \in \mathbb{Z}; a < b) \Rightarrow (\exists a, b \in \mathbb{Z}; a^2 > b^2)$

۱۹. دامنه متغیر گزاره‌نماهای زیر داده شده است. مجموع جواب هر یک را مشخص کنید.

۱ x مضرب ۵ است. ($D =$ مجموعه اعداد اول)

ب $(D = \mathbb{N}) \frac{12}{x+1} \in \mathbb{N}$

پ $(D = \mathbb{N}) \frac{5x+6}{x-2} \in \mathbb{Z}$

ت $(D = \mathbb{N}) \frac{1}{x} + x < 1$

۲۰. دامنه متغیر گزاره‌نمای «در پرتاب یک تاس احتمال این که پیشامد A رخ دهد $\frac{1}{3}$ است.» چند عضو دارد. چند تا از این اعضا، گزاره‌نما را به یک گزاره با

ارزش درست تبدیل می‌کنند؟

۱. کدام یک از جملات زیر گزاره محسوب نمی‌شوند؟

- ۱ هیچ عدد اولی وجود ندارد که زوج باشد. ۲ عدد ۷۲ مقدس است.
۳ عددی که مربع کامل نباشد حتماً اول است. ۴ هیچ مربع کاملی وجود ندارد که مضرب ۵ باشد.

۲. جدول ارزش $(3n+1)$ گزاره دارای ۱۲۸ حالت متمایز است. جدول ارزش $(5n-1)$ گزاره دارای چند حالت است؟

- ۱ ۲۵۶ ۲ ۵۱۲ ۳ ۱۰۲۴ ۴ ۲۰۴۸

۳. اگر از میان تعدادی گزاره، یک گزاره را حذف کنیم، از تعداد سطرهای جدول ارزش گزاره‌ها ۱۶ سطر کم می‌شود، تعداد گزاره‌های اولیه کدام است؟

- ۱ ۸ ۲ ۷ ۳ ۶ ۴ ۵

۴. در جدول ارزش گزاره‌های p, q, r, s, t چند بار حرف (ن) به معنی نادرست نوشته می‌شود؟

- ۱ ۴۰ ۲ ۶۴ ۳ ۸۰ ۴ ۸۱

۵. دامنه متغیر گزاره‌نمای $\sqrt{3x+1} \leq 6$ اعداد طبیعی است. مجموعه جواب این گزاره‌نما چند عضو دارد؟

- ۱ ۱۰ ۲ ۱۱ ۳ ۱۲ ۴ مجموعه جواب این گزاره‌نما، نامتناهی است.

(سراسری-۹۸)

۶. گزاره $(p \Rightarrow q) \sim$ ، با کدام گزاره زیر، هم ارزش است؟

- ۱ $\sim p \vee q$ ۲ $p \vee \sim q$ ۳ $\sim p \wedge q$ ۴ $p \wedge \sim q$

(خارج از کشور-۹۹)

۷. کدام یک از گزاره‌های زیر، هم ارزش منطقی گزاره $(\sim p \Rightarrow \sim q) \wedge (p \vee q)$ است؟

- ۱ p ۲ q ۳ $p \wedge q$ ۴ $p \Rightarrow q$

(خارج از کشور-۹۸)

۸. گزاره $(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge r)$ ، با کدام گزاره زیر، هم ارزش است؟

- ۱ $p \vee (q \wedge r)$ ۲ $p \wedge (q \vee r)$ ۳ $r \Rightarrow (p \wedge q)$ ۴ $r \Rightarrow (p \vee q)$

(سراسری-۹۹)

۹. کدام یک از گزاره‌های زیر، هم ارزش منطقی گزاره $p \Leftrightarrow q$ است؟

- ۱ $(p \wedge q) \vee (\sim p \vee \sim q)$ ۲ $(p \vee q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$ ۳ $(p \wedge q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$ ۴ $(p \vee q) \wedge (\sim p \wedge \sim q)$

(سراسری-۰۰)

۱۰. کدام گزاره زیر، هم ارزش منطقی گزاره $(\sim p \vee q) \Leftrightarrow q$ است؟

- ۱ p ۲ $p \vee q$ ۳ q ۴ $\sim p \Leftrightarrow q$

۱۱. اگر گزاره $p \Rightarrow q$ نادرست و r گزاره دلخواهی باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر همواره نادرست است؟

- ۱ $(p \vee q) \wedge r$ ۲ $(p \wedge r) \vee q$ ۳ $(p \Rightarrow r) \wedge q$ ۴ $(p \Leftrightarrow q) \vee r$

۱۲. ارزش کدام گزاره مرکب همواره نادرست است؟

- ۱ $(p \vee q) \vee (\sim q \vee \sim p)$ ۲ $(\sim p \wedge q) \vee (\sim p \vee q)$ ۳ $(p \wedge \sim q) \wedge (\sim p \vee q)$ ۴ $(p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$

۱۳. گزاره $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim r \wedge p)$ با کدام یک از گزاره‌های زیر هم ارزش است؟

- ۱ $(p \Rightarrow q) \wedge r$ ۲ $p \wedge (\sim r \vee \sim q)$ ۳ $(p \wedge \sim q) \wedge (r \Rightarrow q)$ ۴ $P \vee (q \vee \sim r)$

۱۴. گزاره $\sim p \wedge [(p \Rightarrow q) \vee (p \Leftrightarrow q)]$ با کدام یک از گزاره‌های زیر هم ارزش است؟

- ۱ p ۲ q ۳ $\sim p$ ۴ $\sim q$

۱۵. اگر گزاره $(\sim p \vee q)$ نادرست و گزاره $(p \Rightarrow r)$ نادرست باشد، کدام گزاره همواره نادرست است؟

- ۱ $\sim [(p \Rightarrow q) \vee p] \vee \sim r$ ۲ $r \Rightarrow [(p \wedge \sim q) \vee q]$ ۳ $p \wedge (r \Rightarrow (\sim p \vee q))$ ۴ $(p \wedge r) \vee \sim (r \Rightarrow (p \vee q))$

۱۶. ارزش گزاره $[(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow q)]$ کدام گزینه است؟

- ۱ همیشه دارای ارزش درست است. ۲ همیشه دارای ارزش نادرست است. ۳ با گزاره p هم ارزش است. ۴ با گزاره q هم ارزش است.

۱۷. اگر ارزش گزاره $(\sim p) \vee (p \Rightarrow q)$ نادرست باشد، ارزش کدام گزاره درست است؟

- ۱ $p \Leftrightarrow q$ ۲ $p \wedge q$ ۳ $\sim q \Rightarrow \sim p$ ۴ $p \vee q$

۱۸. ارزش گزاره $[(p \Rightarrow q) \Rightarrow p] \Leftrightarrow p \wedge (p \vee q)$ کدام است؟

- ۱ هم ارزش با p ۲ هم ارزش با q ۳ همیشه درست ۴ همیشه نادرست

۱۹. گزاره $p \Rightarrow [q \Rightarrow \sim (p \Rightarrow q)]$ دارای چه ارزشی است؟

- ۱ همواره درست است. ۲ همواره نادرست است. ۳ هم ارزش گزاره $p \Rightarrow \sim q$ ۴ هم ارزش گزاره $\sim p \Rightarrow q$ است.

۲۰. گزاره $\sim (p \wedge q) \wedge (p \Rightarrow q)$ هم ارزش کدام گزاره است؟

- ۱ p ۲ $\sim p$ ۳ q ۴ $\sim q$

۲۱. اگر p و q دو گزاره با ارزش نادرست باشند، در این صورت ارزش دو گزاره $p \vee (\sim p \vee q)$ و $\sim q \wedge (\sim p \vee q)$ به ترتیب کدام است؟

- ۱ درست - درست ۲ درست - نادرست ۳ نادرست - درست ۴ نادرست - درست

۲۲. کدام گزاره مرکب برای ستون آخر جدول مقابل مناسب است؟

p	q	
د	د	ن
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	د

۱ $q \Rightarrow p$

۲ $q \Rightarrow \sim p$

۳ $p \Rightarrow q$

۴ $\sim p \Rightarrow q$

۲۳. جدول زیر یک سطر از یک جدول ارزش گزاره‌ها را نشان می‌دهد. با توجه به این جدول کدام گزاره ممکن است در ستون آخر قرار بگیرد؟

p	q	$p \Leftrightarrow q$	
.....		ن	ن

- ۱ $\sim p \Rightarrow q$ ۲ $\sim q \Rightarrow p$ ۳ $p \wedge q$ ۴ $p \Leftrightarrow \sim q$

۲۴. با توجه به ارزش‌های مشخص شده برای گزاره‌ها در جدول زیر کدام گزاره در ستون آخر می‌تواند قرار بگیرد؟

p	q	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$	
.....		د	ن	د

- ۱ $q \Rightarrow p$ ۲ $p \vee \sim q$ ۳ $p \wedge q$ ۴ $\sim p \wedge q$

(خارج از کشور - ۰۲)

۲۵. با توجه به جدول ارزش درستی گزاره‌های زیر، کدام گزاره مرکب زیر می‌تواند هم ارزش منطقی گزاره X باشد؟

p	q	r	X
د	د	د	ن
د	د	ن	د
د	ن	د	ن
د	ن	ن	ن
ن	د	د	ن
ن	د	ن	د
ن	ن	د	د
ن	ن	ن	ن

۱ $(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \wedge (q \wedge \sim r))$

۲ $(\sim r \Rightarrow (p \vee \sim q)) \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \wedge (\sim q \wedge r))$

۳ $(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow [((p \Rightarrow r) \Rightarrow (\sim p \wedge r)) \wedge q]$

۴ $((p \wedge q \Rightarrow r) \Rightarrow [(q \Rightarrow (p \vee r)) \Rightarrow \sim ((p \wedge r) \Rightarrow q)])$