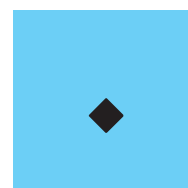


راهنمای استفاده از کتاب



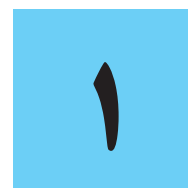
فرمول‌نامه!

در این بخش خلاصه‌ای از فرمول‌های هر فصل برای سهولت استفاده شما عزیزان درج شده است. توصیه می‌شود قبل از شروع کتاب، تدریس دبیر و کتاب درسی را به صورت کامل بررسی نمایید.



پرسش‌های تشریحی

۱. هر فصل به چند بخش تقسیم شده است.
۲. در هر بخشی سؤالات تشریحی مربوط به آن بخش با تیپ‌های مختلف و شبیه آزمون‌های نهایی تألیف شده است.



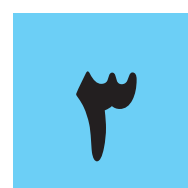
سؤالات تستی

بعد از پرسش‌های تشریحی سؤالات تستی با تقسیم‌بندی سؤالات آموزشی با شماره سؤالات به رنگ مشکی و سؤالات تثبیتی با شماره سؤالات به رنگ آبی همراه با تمامی تست‌های کنکور منطبق با کتاب درسی جدید آورده شده است.



آزمون‌های پایان فصل تشریحی و جامع

این قسمت در انتهای هر فصل که شامل سؤالات کل فصل می‌باشد در نظر گرفتن استاندارد آزمون نهایی تألیف شده است.
این آزمون‌ها در پایان کتاب نیز به عنوان سؤالات جامع از کل کتاب تهیه شده است.



آزمون های تستی پایان فصل و جامع

این قسمت همانند قسمت قبل شامل پرسش های چهارگزینه ای از کل فصل و منطبق بر استاندارد کنکور سراسری می باشد.
این آزمون ها در پایان کتاب نیز به عنوان جامع از کل کتاب تهیه شده است.

۴

آزمون پلاس

تست های با سطح دشواری بسیار بالا برای علاقه مندان در این قسمت گنجانده شده است.

۵

پاسخنامه کلیدی

این پاسخنامه به صورت گزینه ای صرفاً برای سؤالات تستی با هدف تطبیق پاسخ دهی در انتهای فصل گنجانده شده است.

۶

پاسخنامه تشریحی الکترونیکی

پاسخنامه کامل تشریحی کل سؤالات در این بخش قرار دارد. این بخش در اختیار مجموعه های آموزشی قرار می گیرد.

۷

اعلام ایرادات کتاب

قطعاً این مجموعه با نظرات سازنده شما عزیزان به مجموعه ای پربار تبدیل خواهد شد.
با اسکن کد مقابل می توانید ایرادات این کتاب را برای ما ارسال نمایید.

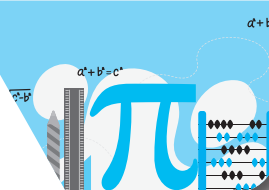


۸

فهرست

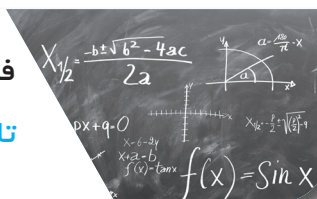
فصل اول
جبر و معادله

۷



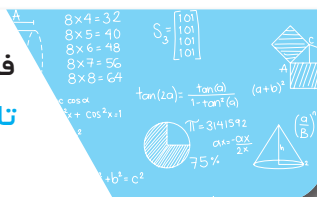
فصل دوم
تابع

۵۲



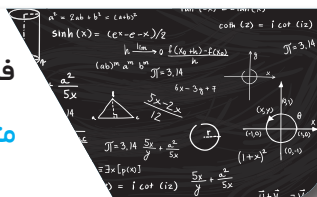
فصل سوم
تابع نمایی و لگاریتمی

۹۱



فصل چهارم
مثلثات

۱۲۱



فصل پنجم
حد و پیوستگی

۱۶۱



آزمون جامع

۲۰۴



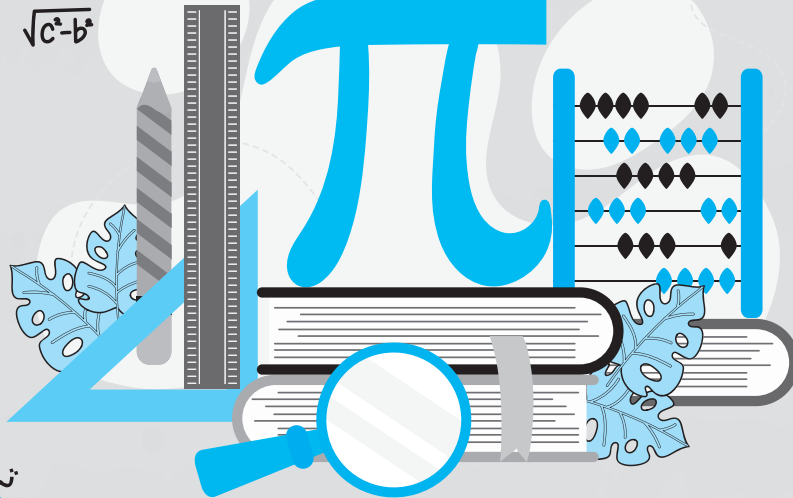
فصل ۱

جبر و معادله

$$a^2 + b^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\sqrt{c^2 - b^2}$$



تستی

۲۰۶

تشریحی

۱۶۸

بارم بندی امتحانات

نهایی	نیمسال اول
۶/۷۵ نمره	۱۳ نمره

سهم تست

درصد	تعداد
۸٪	۳



- حجیم ترین فصل کتاب درسی در سال یازدهم فصل اول هست.
- سؤالات این فصل با گریزی از سال های گذشته نوشته شده است که اگر جایی از سال های گذشته فراموش شده یادآوری شود.
- تسلط به فصل اول به حرفه ای بودن شما در فصل های آینده خیلی کمک می کند.
- از تست های ویژه برترها نترسید و دل به دریا بزنید و آن ها را حل کنید و یاد بگیرید.
- برای شب امتحان نهایی تسلط به سؤالات تشریحی کفایت می کند.



فرمول نامه

«جبر و معادله»

۱ دنباله حسابی (فرمول‌های یادآوری دهم)

قدر نسبت: $d = a_2 - a_1$

جمله عمومی دنباله: $a_n = a_1 + (n-1)d$

با داشتن دو جمله از دنباله: $d = \frac{a_n - a_m}{n - m}$

تعداد جملات: $n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$

۲ دنباله هندسی (فرمول‌های یادآوری دهم)

قدر نسبت: $q = \frac{a_2}{a_1}$

جمله عمومی دنباله: $a_n = a_1 q^{(n-1)}$

با داشتن دو جمله از دنباله: $q^{(n-m)} = \frac{a_n}{a_m}$

۳ مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی

مجموع n جمله اول:

اگر جمله اول و قدرنسبت رو داری: $S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$

اگر جمله اول و آخر رو داری: $S_n = \frac{n}{2} [a_1 + a_n]$

هندسی: $S_n = \frac{a_1 (1 - q^n)}{1 - q}$, $q \neq 1$

۴ قانون اندیس‌ها در دنباله‌ها

اگر $m + n = p + q$ آنگاه:

در دنباله حسابی: $a_m + a_n = a_p + a_q$

در دنباله هندسی: $a_m \cdot a_n = a_p \cdot a_q$

۵ مجموع‌های مهم اعداد طبیعی

مجموع n عدد طبیعی با شروع از ۱:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2 + n}{2}$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2n - 1 = n^2$$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n^2 + n$$

مجموع n عدد فرد طبیعی با شروع از ۱:

مجموع n عدد زوج طبیعی با شروع از ۲:

۶

$${}_2b = a + c \text{ یا } b = \frac{a+c}{2}$$

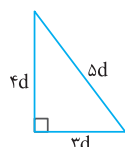
b واسطه حسابی بین دو عدد a و c:

$$y^2 = xz \text{ یا } y = \pm\sqrt{xz}$$

y واسطه هندسی بین دو عدد x و z:

۷

مثلت قائم الزاویه‌ای که طول اضلاع آن تشکیل دنباله حسابی بدهند:



۸

فرمول S_n در دنباله حسابی شامل چه اطلاعاتی است؟

$$S_n = \frac{d}{2}n^2 + (a_1 - \frac{d}{2})n$$

✓ ضریب n^2 ، نصف قدرنسبت است.

✓ ضریب n، جمله‌ی اول منهای نصف قدرنسبت است.

۹

$$\dots, x - 3d, x - 2d, x - d, x, x + d, x + 2d, x + 3d, \dots$$

جملات متوالی دنباله حسابی:

$$\dots, \frac{x}{r^3}, \frac{x}{r^2}, \frac{x}{r}, x, rx, r^2x, r^3x, \dots$$

جملات متوالی دنباله هندسی:

۱۰ دو حالت خاص و خیلی مهم حل معادلات درجه دوم

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$۱) a + b + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -\frac{c}{a} \end{cases}$$

$$۲) a + c = b \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -\frac{c}{a} \end{cases}$$

۱۱

اگر α و β ریشه‌های یک معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، مجموع ریشه‌ها $S = \frac{-b}{a}$ ، ضرب ریشه‌ها $P = \frac{c}{a}$ و تفاضل ریشه‌ها

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \text{ است و داریم:}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P \text{ مجموع مربعات ریشه‌ها}$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3SP \text{ مجموع مکعبات ریشه‌ها}$$

$$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}} \text{ مجموع جذرهای ریشه‌ها}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{S}{P} \text{ مجموع معکوس ریشه‌ها}$$

$$|\alpha - \beta| = \sqrt{S^2 - 4P}$$

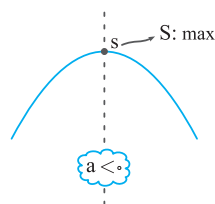
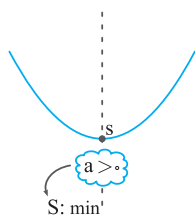
فرمول دیگری برای تفاضل:

۱۲ نوشتن معادله درجه دوم با داشتن مجموع (S) و حاصل ضرب ریشه‌ها (P)

اگر S و P موجود باشند معادله به صورت مقابل است:

۱۳ نقاط ماکزیمم و مینیمم سهمی

معادله محور تقارن:



$$x = x_s \quad \left| \begin{array}{l} x_s = -\frac{b}{2a} \\ y_s = -\frac{\Delta}{4a} \end{array} \right. \text{ جای گذاری } x_s \text{ در معادله یا}$$

۱۴ نوشتن معادله سهمی از روی ریشه‌ها

(۱) α و β دو ریشه مجزا هستند. (سهمی در دو نقطه با محور Xها برخورد دارد).

(۲) α ریشه مضاعف است. (سهمی مماس بر محور X)

(۳) معادله ریشه ندارد. (سهمی با محور X برخورد ندارد).

نوشتن معادله سهمی از روی مختصات رأس سهمی:

$$S \left| \begin{array}{l} x_s \\ y_s \end{array} \right. \Rightarrow y = a(x - x_s)^2 + y_s$$

۱۵ تشخیص علامت ضرایب a, b, c, Δ از روی نمودار سهمی

(a) اگر سهمی رو به بالا است علامت a مثبت و اگر سهمی رو به پایین است علامت a منفی است. ($a \neq 0$)

(b) با دانستن علامت a و این که $x_s = -\frac{b}{2a}$ است، علامت b معلوم می‌شود.

(c) محل برخورد سهمی با محور Y (عرض از مبدأ)

$$\Delta : \text{تعداد برخوردهای سهمی با محور Xها} \left\{ \begin{array}{l} \Delta > 0 \leftarrow \text{دو برخورد} \leftarrow \Delta > 0 \leftarrow \text{۲ ریشه} \\ \Delta = 0 \leftarrow \text{یک برخورد (مماس)} \leftarrow \Delta = 0 \leftarrow \text{۱ ریشه (ریشه مضاعف)} \\ \Delta < 0 \leftarrow \text{بدون برخورد} \leftarrow \Delta < 0 \leftarrow \text{ریشه ندارد} \end{array} \right.$$

۱۶

معادله دو مجذوری $ax^2 + bx^2 + c = 0$ در صورتی دارای ۴ جواب هستند که $\Delta > 0$, $S > 0$, $P > 0$ باشد.

معادله نیم مجذوری $ax + b\sqrt{x} + c = 0$ در صورتی یک ریشه حقیقی دارند که $P < 0$.

۱۷

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{array} \right. \Rightarrow \text{دو ریشه حقیقی مثبت} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta = 0 \\ -\frac{b}{2a} > 0 \end{array} \right. \Rightarrow \text{یک ریشه مثبت}$$

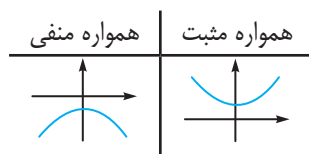
$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \Delta > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{array} \right. \Rightarrow \text{دو ریشه حقیقی منفی} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta = 0 \\ -\frac{b}{2a} < 0 \end{array} \right. \Rightarrow \text{یک ریشه منفی}$$

$$\Rightarrow P < 0 \Rightarrow \text{دو ریشه مختلف علامت} \quad \left\{ \begin{array}{l} b = 0 \\ P < 0 \end{array} \right. \Rightarrow \text{دو ریشه قرینه}$$

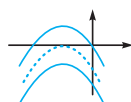
$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta > 0 \\ P = 1 \end{array} \right. \Rightarrow \text{دو ریشه معکوس}$$

۱۸ موقعیت سهمی در دستگاه مختصات

(۱) سهمی از ناحیه اول و دوم فقط بگذرد (همواره مثبت - همواره بالای محور x ها) $\Delta < 0$, $a > 0$

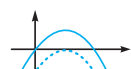


(۲) سهمی از ناحیه سوم و چهارم فقط بگذرد (همواره منفی - همواره پایین محور x ها) $\Delta < 0$, $a < 0$



$$\Delta > 0, c \leq 0, b < 0, a < 0$$

(۳) سهمی فقط از ناحیه اول نگذرد.



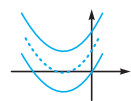
$$\Delta > 0, c \leq 0, b > 0, a < 0$$

(۴) سهمی فقط از ناحیه دوم نگذرد.



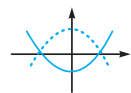
$$\Delta > 0, c \geq 0, b < 0, a > 0$$

(۵) سهمی فقط از ناحیه سوم نگذرد.



$$\Delta > 0, c \geq 0, b > 0, a > 0$$

(۶) سهمی فقط از ناحیه چهارم نگذرد.



(۷) سهمی از هر چهار ناحیه بگذرد. $P < 0$

۱۹

(۱) در هر معادله دلخواه اگر جمع ضرایب معادله برابر با صفر بشود یعنی $x = 1$ یک ریشه از معادله بوده و معادله بر $(x - 1)$ بخش پذیر است.

(۲) اگر $f(a) = 0$ یعنی a ریشه (صفر تابع) باشد، آنگاه $f(x)$ بر $(x - a)$ بخش پذیر است و باقی مانده تقسیم f بر $(x - a)$ صفر می شود.

۲۰

اگر در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ با $\Delta > 0$ ، یکی از ریشه های k برابر ریشه دیگر باشد: $\frac{(k+1)^2}{k} = \frac{b^2}{ac}$

۲۱

مساحت مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع a : $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

مساحت شش ضلعی منتظم به طول ضلع a : $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$

۲۲

این چند مفهوم هم معنی هستند

(۱) ریشه مشترک دو معادله $f = 0$ و $g = 0$

(۲) محل برخورد نمودار دو تابع f و g

(۳) محل تقاطع نمودار دو تابع f و g

(۴) جواب معادله $f - g = 0$ که حل جبری این معادله منجر به استفاده از Δ برای تشخیص تعداد جواب های معادله و یافتن جواب ها در صورت

وجود می باشد. به این صورت که:

اگر $\Delta > 0$ آنگاه معادله دو جواب (نمودارها دو برخورد) دارد.

اگر $\Delta = 0$ آنگاه معادله یک جواب (نمودارها یک برخورد) دارد.

و اگر $\Delta < 0$ آنگاه معادله جواب ندارد و نمودارها برخورد ندارند.

۲۳ نکته برای حل معادلات کسری

(۱) برای حل معادلات کسری (گویا) نیاز به مخرج مشترک گرفتن داریم یا دلت باشد که مخرج مشترک یعنی ک.م.م مخرج‌ها یعنی کوچک‌ترین مضرب مشترک. یعنی همه عوامل با بیش‌ترین توانی که دارند.

(۲) این که از بین جواب‌هایی که از حل معادله گویا به دست میان، اونایی قابل قبولند که مخرج هیچ کسری از معادله رو صفر نکنند.

۲۴ ساده کردن عبارت‌ها در معادلات گویا

(۱) از اونجایی که می‌دونیم مخرج مخالف صفر است پس همیشه یک عبارت رو از صورت و مخرج یک کسر ساده کرد.

(۲) اگر عبارتی رو از طریق معادله ساده کردی، در صورت داشتن ریشه، این ریشه هم جزو جواب‌های معادله به حساب میاد. پس یاد دلت باشد مساوی صفر بذاریش.

۲۵

اگر $x = a$ یک ریشه برای هر معادله‌ای باشد، در معادله صدق می‌کند. پس با جاگذاری اون در معادله می‌تونی به پیدا کردن یک مجهول کمک کنی.

۲۶ نکته معادلات غلظت

برای حل این گونه سؤالات تناسب (غلظت مورد نظر = $\frac{\text{مقدار حل شونده}}{\text{کل مقدار محلول}}$) مسأله رو حل می‌کنه فقط باید ببینیم اگر قرار است حل شونده اضافه بشه

به صورت و مخرج هر دو، x اضافه کنیم. اگر قرار است آب تبخیر کنیم، فقط از مخرج x کم کنیم.

اگر قرار است هم مقداری حل شونده اضافه کنیم هم آب تبخیر کنیم، مقدار موجود حل شونده در صورت کسر اضافه بشه و مقدار x در مخرج کسر کم بشه.

۲۷

در مسائل مربوط به سرعت و مسافت، از فرمول $v = \frac{x}{t}$ که v نشان‌دهنده سرعت، x مسافت (فاصله) و t زمان است استفاده می‌کنیم.

۲۸ نسبت طلایی

مستطیلی طلایی است که نسبت طول به عرض آن، برابر با نسبت مجموع طول و عرض به طول آن باشد. یعنی:

$$\boxed{L} \quad w \quad \frac{L}{W} = \frac{L+W}{L}$$

عدد طلایی (نسبت طلایی) (Golden Ratio) برابر با $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ با مقدار تقریبی $1/618$ است که از حل معادله $x^2 - x - 1 = 0$ به دست می‌آید.

۲۹ حل معادلات گنگ

حل معادلات گنگ (رادیکالی) به کمک توان رسانی انجام می‌شود. بهتر است تا جای ممکن رادیکال تنها باشد. و یاد دلت باشد توان رسانی ایجاد جواب‌های اضافه می‌کنه و با توجه به دامنه تابع در معادله جواب‌های قابل قبول رو پیدا کنیم به این معنی که به طور کامل در معادله صدق کنه. پس یاد دلت باشد اول از همه دامنه تعیین کنی.

≥ 0 زیر رادیکال : دامنه توابع رادیکالی

۳۰

$$x + \frac{1}{x} \geq 2 \quad ; \quad x > 0$$

$$x + \frac{1}{x} \leq -2 \quad ; \quad x < 0$$

۳۱ مجموع عبارت‌های نامنفی

اگر مجموع این عبارت‌ها صفر شد، به این معنی است که هر کدام برابر صفر است:

(۳) توان زوج

(۲) قدرمطلق

(۱) عبارت‌های رادیکالی با فرجه زوج

۳۲ حل معادله قدر مطلق

- ۱) $|O| = a \Rightarrow O = \pm a$
- ۲) $|O| = |\Delta| \Rightarrow O = \pm \Delta$
- ۳) $|O| + |\Delta| = 0 \Rightarrow O = 0 \cap \Delta = 0$

۳۳ نامعادله قدر مطلق: (a عدد مثبت)

$$|O| \leq a \Rightarrow -a \leq O \leq a$$

$$|O| \geq a \Rightarrow O \geq a \cup O \leq -a$$

۳۴ ویژگی های قدر مطلق

- ۱) $|a| = \begin{cases} a & a \geq 0 \\ -a & a < 0 \end{cases}$
- ۲) $|-a| = |a|$
- ۳) $\sqrt{a^2} = |a|$
- ۴) $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$
- ۵) $|a - b| = 0 \Leftrightarrow a = b$
- ۶) $||a| - |b|| \leq |a + b| \leq |a| + |b|$ (نامساوی مثلث)
- ۷) $|a - b| \geq ||a| - |b||$
- ۸) $|a|^2 = a^2$
- ۹) $|xy| = |x||y|$
- ۱۰) $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$ و $y \neq 0$
- ۱۱) $-|a| \leq a \leq |a|$

۳۵

$$\left| x - \frac{a+b}{2} \right| < \frac{b-a}{2}$$

$$\left| x - \frac{a+b}{2} \right| > \frac{b-a}{2}$$

نامعادله ای که مجموعه جواب آن به صورت بازه (a, b) باشد:

نامعادله ای که مجموعه جواب آن به صورت $(-\infty, a) \cup (b, +\infty)$ باشد:

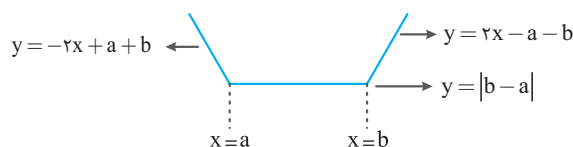
۳۶ روش رسم

۱) تابع $y = |f(x)|$ از روی نمودار $f(x)$: بخش هایی از نمودار f را که زیر محور x ها است بالای محور x قرینه می کنیم و بخش زیر محور را حذف می کنیم.

۲) تابع $y = f(|x|)$ از روی نمودار $f(x)$: بخش هایی از نمودار f که قسمت چپ محور y (Xهای منفی) است را حذف کرده و بخش سمت راست f

(نسبت به محور y) را به سمت چپ نسبت به محور y نیز قرینه می کنیم.

۳۷ نمودار تابع $y = |x - a| + |x - b|$: با فرض $(b > a)$



این نمودار به تابع گلدانی معروفه! کمترین مقدار نمودار گلدانی در $|b - a|$ رخ می دهد.

۳۸ تعداد جواب های معادله $|x - a| + |x - b| = k$

۱) اگر $|a - b| > k$ آنگاه معادله جواب ندارد.

۲) اگر $|a - b| = k$ آنگاه معادله بی شمار جواب دارد.

۳) اگر $|a - b| < k$ آنگاه معادله دو جواب دارد که از مساوی قرار دادن دو معادله طرفین گلدان با k به دست می آیند.

۳۹ نامساوی مثلث

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

اگر $ab \geq 0$ آنگاه تساوی رخ می دهد.

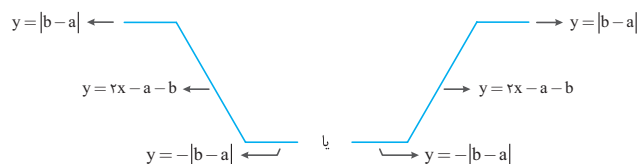
۴۰ دو معادله خاص

$$|O| = 0 \Rightarrow O \geq 0$$

$$|O| = -O \Rightarrow O \leq 0$$

۴۱ نمودار آبخاری

$$y = |x - a| - |x - b| \quad a < b$$



۴۲

جواب‌های معادله $f(x) = g(x)$ به روش هندسی، مقداری از x است که در آن‌ها نمودارهای f و g برخورد دارند.

مجموعه جواب نامعادله $f(x) < g(x)$ ، بازه‌هایی است که نمودار f پایین‌تر از نمودار g قرار می‌گیرد.

۴۳ برای هر دو عدد حقیقی a و b داریم

$$۱) -|a| \leq a \leq |a|$$

$$۲) -|a| - |b| \leq a + b \leq |a| + |b|$$

۴۴ معادله خط

$$y = ax + b$$

a شیب خط و b عرض از مبدأ (محل تلاقی خط با محور y) است. اگر از این معادله استفاده می‌کنی با جاگذاری مختصات نقاط داده شده در مسئله می‌تونی a و b رو پیدا کنی.

۴۵ نوشتن معادله خط از روی مختصات دو نقطه

$$A \begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \end{vmatrix} \quad B \begin{vmatrix} x_2 \\ y_2 \end{vmatrix}$$

$$\text{شیب } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

۴۶ معادله خط از روی زاویه

اگر θ زاویه‌ای باشد که خط با جهت مثبت محور x می‌سازد:

۴۷ دو خط موازی هستند اگر شیب آن‌ها برابر باشد: $m = m'$

دو خط بر هم عمودند اگر شیب آن‌ها عکس و قرینه هم باشد:

شرط موازی بودن دو خط $ax + by + c = 0$ و $a'x + b'y + c' = 0$:

$$m' = -\frac{1}{m}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$$

۴۸ یافتن محل تلاقی خط یا نمودار هر تابع دیگری با محور $x \leftarrow y = 0$ (ریشه پیدا کن)

یافتن محل تلاقی خط یا نمودار هر تابع دیگری با محور $y \leftarrow x = 0$

۴۹ فاصله دو نقطه

$$A \begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \end{vmatrix} \quad B \begin{vmatrix} x_2 \\ y_2 \end{vmatrix}$$

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$|OA| = \sqrt{x_A^2 + y_A^2}$$

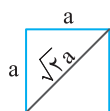
فاصله نقطه A از مبدأ مختصات:

۵۰

نقطه وسط پاره خط AB :

$$A \begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \end{vmatrix} \quad B \begin{vmatrix} x_2 \\ y_2 \end{vmatrix} \quad m \begin{vmatrix} \frac{x_1 + x_2}{2} \\ \frac{y_1 + y_2}{2} \end{vmatrix}$$

۵۱ این شکل رو به خاطر بسپار



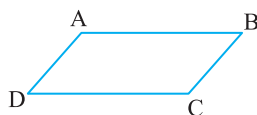
$d = a\sqrt{2}$ طول قطر مربعی به ضلع a

$$S = \frac{d^2}{4} \text{ مساحت مربع برحسب قطر}$$

۵۲ در متوازی‌الاضلاع روابط زیر برقرار است

$$x_A + x_C = x_B + x_D$$

$$y_A + y_C = y_B + y_D$$



یادت باشه قطرهای متوازی‌الاضلاع همدیگه رو نصف می‌کنند.

یادت باشه مربع، لوزی و مستطیل نوعی متوازی‌الاضلاع هستند.

$$\begin{matrix} A \\ x_1 \\ y_1 \end{matrix} \quad \ell: ax + by + c = 0 \quad \text{۵۳ فاصله نقطه از خط}$$

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \leftarrow \text{جاگذاری نقطه در خط}$$

فاصله دو خط موازی:

$$\ell: ax + by + c = 0$$

$$\ell': ax + by + c' = 0$$

$$D = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \text{حواست باشه } a \text{ و } b \text{ در هر دو معادله یکی هستند.}$$

در استفاده از این دو فرمول یادت باشه معادله خط رو به فرم استاندارد $ax + by + c = 0$ در بیاری.

۵۴ در خط $ax + by + c = 0$

$$\text{ضریب } x \rightarrow -\frac{a}{b} = \text{ضریب } y$$

$$= -\frac{c}{b} = \text{عرض از مبدأ}$$

$$= -\frac{c}{a} = \text{طول از مبدأ}$$

۵۵ مرکز ثقل مثلث

G مرکز ثقل هر مثلث، محل برخورد میانه‌های مثلث است و داریم:

$$G \left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \right)$$

۵۶ محاسبه مساحت یک مثلث با داشتن مختصات سه رأس آن

$$S = \frac{1}{2} |(x_A y_B + x_B y_C + x_C y_A) - (y_A x_B + y_B x_C + y_C x_A)|$$

۱. اگر جمله سوم و هفتم یک دنباله حسابی به ترتیب از راست به چپ برابر ۲۵ و ۹ باشد، چند جمله این دنباله مثبت است؟

۲. جمله بیستم یک دنباله حسابی ۵۲ و مجموع سه جمله ابتدایی آن برابر ۶- است. جمله چندم آن برابر ۱۹ است؟

۳. دنباله $0, 1, 2, \dots, 25, 0$ چند جمله کوچک‌تر از ۳۰۰ دارد؟

۴. در یک دنباله هندسی مجموع ۴ جمله اول آن ۸۰ و مجموع جملات اول و سوم آن ۲۰ است. جمله پنجم آن را بیابید.

۵. در دنباله حسابی $2, 4x + 2, 3x + 1, 3x - 1$ جمله شانزدهم را بیابید.

۶. در دنباله حسابی $c, b, a, -5$ حاصل $a + b + c$ را بیابید.

۷. در دنباله هندسی $m, m^2, 64$ جمله چهارم را بیابید.

۸. اعداد $2^x, 2\sqrt{2}, 2^y$ به ترتیب جملات متوالی یک دنباله هندسی هستند. واسطه حسابی بین دو عدد x و y را بیابید.

۹. در یک دنباله حسابی، جملات اول، هفتم و سی و هفتم به ترتیب جملات متوالی یک دنباله هندسی هستند. قدر نسبت دنباله هندسی را بیابید.

۱۰. مجموع همه عددهای طبیعی سه رقمی مضرب ۱۵ را بیابید.

۱۱. روی محیط دایره‌ای ۴۰ نقطه متمایز قرار دارد. از هر نقطه به نقاط دیگر وصل می‌کنیم. تعداد کل وترهای تشکیل شده را به دست آورید.

۱۲. مجموع بیست جمله اول از دنباله $5, 9, 13, 17, \dots$ را به دست آورید.

۱۳. مجموع تمام اعداد ۳ رقمی که در تقسیم بر ۹ باقی‌مانده ۲ دارند را بیابید.

۱۴. در بین ۲۰ نفر، به چند طریق می‌توان گروه‌های ۲ نفره انتخاب کرد؟

۱۵. یک ورزشکار برای بالا بردن استقامت بدنی خود، در نظر دارد تعدادی وزنه با وزن‌های متفاوت در نقطه شروع مسیر بگذارد این ورزشکار وزنه اول را برمی‌دارد و سه متر آن را حمل می‌کند سپس به نقطه شروع بازمی‌گردد وزنه را گذاشته و وزنه سنگین‌تری را برمی‌دارد و این بار سه متر بیشتر از قبل مسیر را طی می‌کند و برای تعویض وزنه به نقطه شروع باز می‌گردد و این کار را تا طی کردن ۹۱۸ متر ادامه می‌دهد او در مجموع چند وزنه جابه‌جا کرده است؟

۱۶. در هر قسمت مجموع جملات را به دست آورید.

۱ $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n =$

۲ $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2n - 1 =$

۳ $1 + 2 + 3 + \dots + n =$

۱۷. در دنباله $2, 7, 12, \dots$ حداقل چند جمله آن را با هم جمع کنیم تا حاصل از ۶۵ بیشتر شود؟

۱۸. در یک دنباله حسابی با ۳۰ جمله، اگر مجموع جملات با شماره‌های فرد برابر ۲۲۵ و مجموع جملات با شماره‌های زوج برابر ۲۷۰ باشد، جمله اول و قدر نسبت را بیابید.