

کتابخانه

علوی

ریاضی تجربی (جلد ۱)

سیروس نصیری

مجموعه کتابهای همراه علوی

سخن‌ناشر

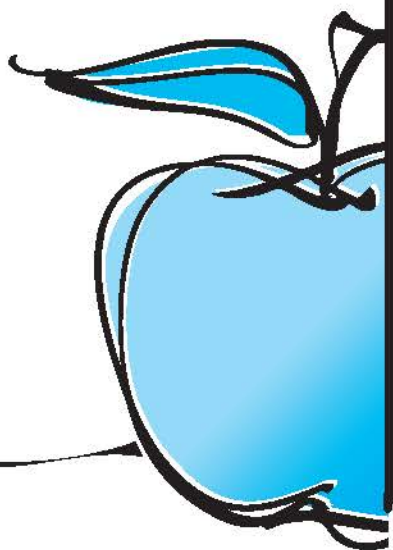
سرآغاز هر نامه نام خداست که بی نام او نامه یکسر خطاست

سپاس خدای را سزاست که اندیشهٔ انسانی را از طریق الهام با علم الهی پیوند زد و غبار تفکر بشری را با ظهور وحی ناب شست‌وشو داد و راهی رسا و نمایان در مقابل انسان گشود.

مؤسسهٔ علوی طی سالیان متمادی، با ارائه خدمات فرهنگی و آموزشی، مفتخر است که توانسته تا حد توان در راه اعتلای کیفی فرهنگ و آموزش گام بردارد و با توجه به این رسالت خطیر و جامعیت بخشیدن به برنامه‌های آموزشی خویش اقدام به تهیه مجموعهٔ حاضر نماید.

کتاب پیش رو برای دانش‌آموزان پایهٔ دوازدهم منطبق با آخرین نسخهٔ کتاب درسی تألیف شده است، همچنین این کتاب برای آمادگی و تسلط کامل بر درس پایه دهم و یازدهم می‌تواند بسیار آموزنده و مفید باشد.

مؤلف کتاب در مقدمه به شیوایی رئوس مطالب را شرح داده است، پس سخن را کوتاه و شما را به مطالعه کتاب دعوت می‌نماییم. امیدواریم آموزش این کتاب، به رشد و شکوفایی علم و دانش و پرورش شایستگی‌ها در نسل جوان باری رساند. در خاتمه از همهٔ دست‌اندرکاران محترم که در مسیر پرفراز و نشیب تدوین و نشر کتاب زحمات فراوانی کشیده‌اند سپاسگزاری می‌نماییم و از تمامی شما عزیزان خواهشمندیم جهت بهبود و ارتقای سطح کیفیت کتاب پیشنهادات و انتقادات خود را از طریق سایت alavi.ir و شماره های تماس ذکر شده در صفحه شناسنامه با ما در میان بگذارید.



«تقدیم به روح بزرگ پروفیسور مریم میرزاخانی»

سلام به روی ما همتون

خدا رو شکر می‌کنم که به من قدرت و انرژی داد تا بتوانم پنجاه و یکمین کتاب و به عبارتی اولین کتاب از سیستم آموزشی (۳-۳-۶) است رو بنویسم. این کتاب برای آقایون و خانم‌هایی که قراره به امید خدا دکتر بشن. من بر خلاف خیلیا سبک کتابی جدید رو میپسندم. یکی از ویژگی‌های خوب کتابی جدید اینه که از اون حالت اقبانوس در اومدن و تمرکز بیشتری رو مباحث دارن.

خلاصه این‌که این کتاب رو تو ۱۳ فصل تنظیم کردیم. جلد اولش ۷ فصل و جلد دومش ۶ فصل. این کتاب اینجوریه که اول درسامه داره و توی درسامه تعداد کمی مثال آورده که مطالب رو یاد بگیرید. بعدش وارد تستها شدیم. توی تستها سعی کردیم کل مطالب مربوط به فصل رو پوشش بدیم. تستامون رو از مثالها و تمرینات کتاب

درسی جدید طرح و البته از کتکوره‌های سراسری جمع‌آوری کردیم.

واسه یادگیری بهتر شما تستارو تو سه سطح آوردیم. اگه میخوای

خوب یاد بگیري اول درسامه و مثالاش رو بخون و بعدش برو سراغ

تستا و به ترتیب سطحشون برو جلو. هر جا هم که نتونستی سوال رو حل کنی از پاسخامه استفاده کن.

از آقایان لواسانی و حسینی‌نژاد کمال تشکر رو دارم که به من اعتماد کردن و

برای بار دوم تألیف این کتاب رو به من سپردن.

از خانم فاطمه اسدی ممنونم که با صبر و حوصله توی تولید محتوا کمکمون کرد.

از خانم‌ها زهرا یخشی، شادی طرهانی، حدیث تربتبان و آقای بهزاد رنجبران که

امور تایپ رو به عهده داشتن تشکر میکنم.

از آقایان بهرام غلامی، یوسف فکری، حسین براری، حسین ملک‌شاه، به خاطر

ویراستاری این کتاب ممنونم.

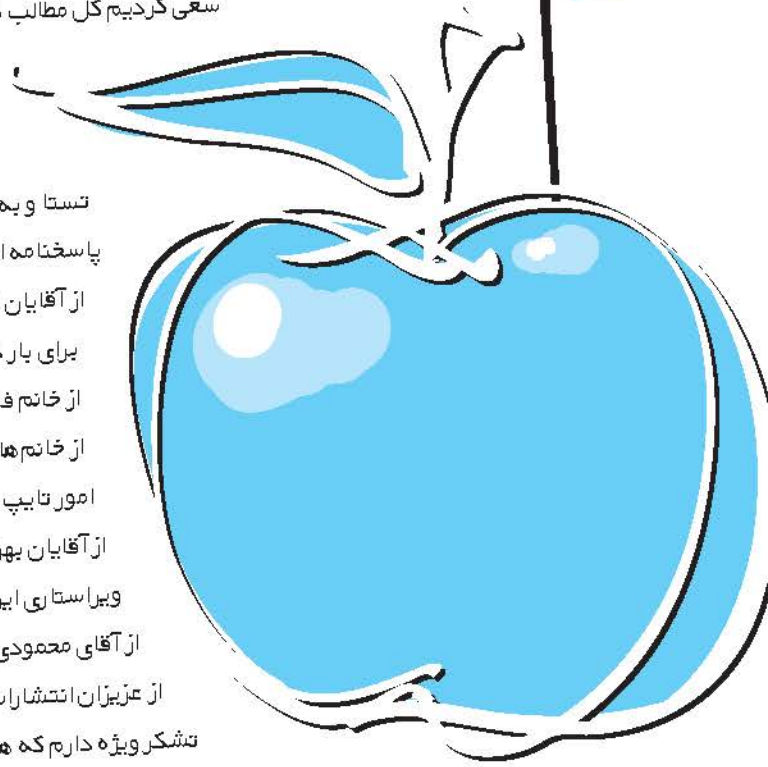
از آقای محمودی به خاطر صفحه‌آرایی سپاسگزارم.

از عزیزان انتشارات علوی، آقایان کامرانی، مجتهدین و خانم رحمانی و خانم کبائی هم

تشکر ویژه دارم که هم غرض‌مدن منو تحمل کردن و هم از تلاش شبانه‌روزی برای به ثمر

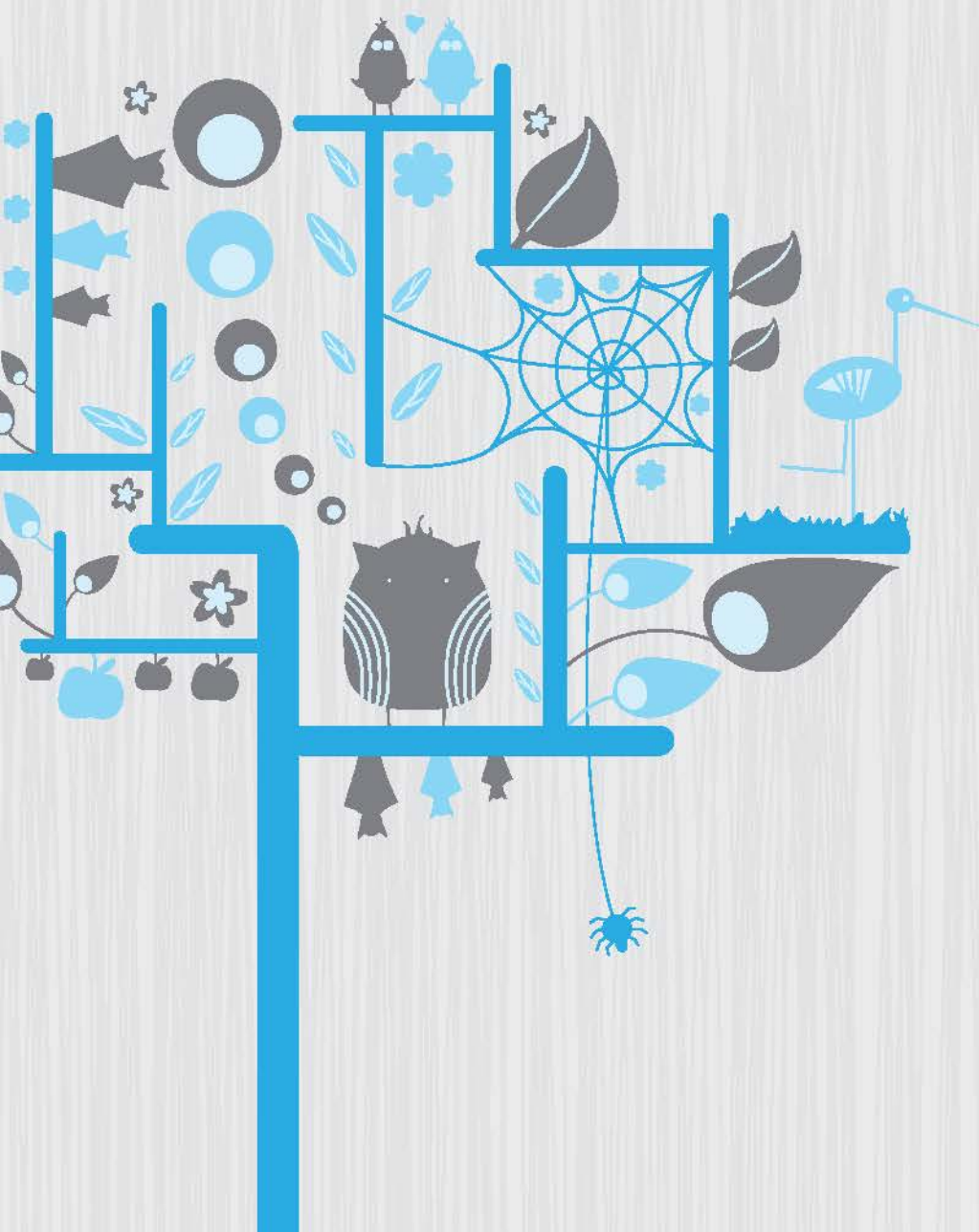
رسوندن این اثر دریغ نکردن.

و در آخر از همه عزیزانی که این کتاب رو میخونن، میخوام که نظراتشون و به ما بگن تا برای چاپ‌های بعدی، کتاب رو بهترش کنیم.

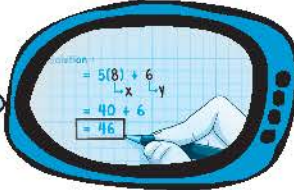



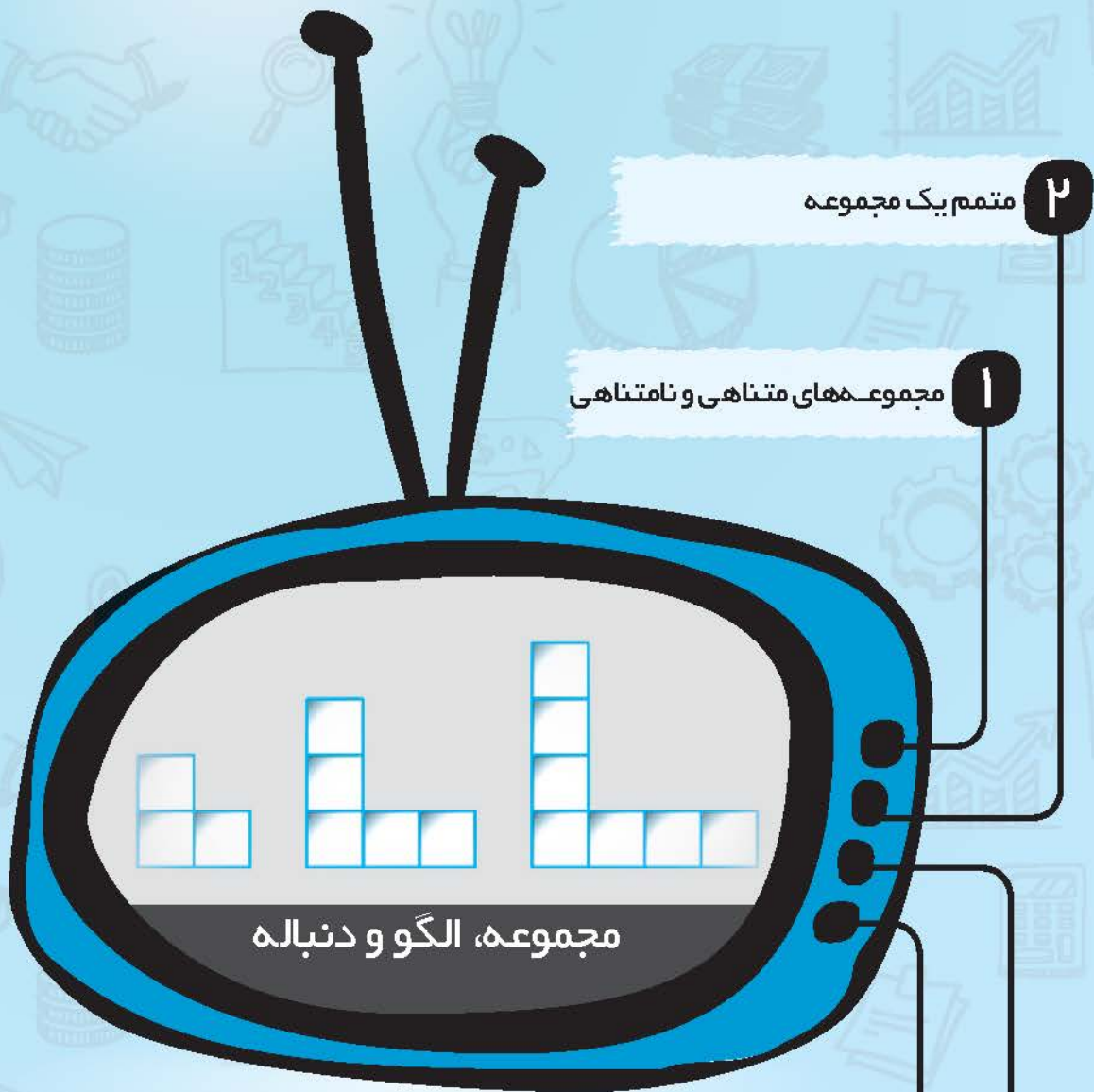
تقدیم به:

- همه آن‌ها که تا امروز در مسیر آموزش تلاش کرده‌اند.
- و شما که قرار است در آینده نزدیک، نقش علمی مهمی ایفا کنید.



فهرست

- ۷ فصل اول: مجموعه، الگو و دنباله 
- ۵۲ فصل دوم: توان‌های گویا و عبارت‌های جبری 
- ۸۲ فصل سوم: معادله‌ها و نامعادله‌ها 
- ۱۷۳ فصل چهارم: هندسه تحلیلی 
- ۱۹۸ فصل پنجم: مثلثات 
- ۲۶۴ فصل ششم: تابع 
- ۳۳۳ فصل هفتم: تابع نمایی و لگاریتمی 
- ۳۶۰ آزمون جامع 



۲ متمم یک مجموعه

۱ مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

مجموعه، الگو و دنباله

۴ دنباله‌های حسابی و هندسی

۳ الگو و دنباله



درس ۱ مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

مجموعه‌های اعداد: در سال‌های گذشته با مجموعه‌های زیر آشنا شدید:

مجموعه اعداد طبیعی: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

مجموعه اعداد حسابی: $\mathbb{W} = \{0, 1, 2, \dots\} = \mathbb{N} \cup \{0\}$

مجموعه اعداد صحیح: $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

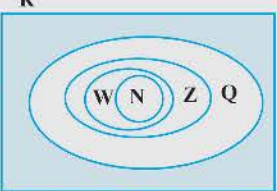
مجموعه اعداد گویا: $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0 \right\}$

مجموعه اعداد گنگ (\mathbb{Q}'): مجموعه‌های اعدادی که نتوان آن‌ها را به صورت نسبت دو عدد صحیح نمایش داد. مجموعه اعداد حقیقی (\mathbb{R}): اجتماع دو مجموعه گویا (\mathbb{Q}) و گنگ (\mathbb{Q}') را مجموعه اعداد حقیقی می‌نامند.

نکته همه اعداد حقیقی را می‌توان به صورت اعشاری نمایش داد.

نکته هر عدد حقیقی، گویا یا گنگ است. یعنی عدد حقیقی که گویا نباشد، گنگ است و عدد حقیقی که گنگ نباشد، گویاست و نتایج زیر به دست می‌آید.
 $\mathbb{Q} = \mathbb{R} - \mathbb{Q}'$, $\mathbb{Q}' = \mathbb{R} - \mathbb{Q}$, $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset$

نکته بین مجموعه‌های مهم که گفته شد رابطه مهم $\mathbb{N} \subset \mathbb{W} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ برقرار است و برای مجموعه‌ها می‌توان نمودار ون را به صورت مقابل فرض کرد:



مثال ۱: کدام یک از اعداد مجموعه $A = \left\{ \frac{\pi}{3}, \sqrt{7}, \frac{1}{3} \right\}$ گویا و کدام یک گنگ است؟

پاسخ: $\sqrt{7}, \frac{\pi}{3}$ گنگ است و $\frac{1}{3}$ عددی گویاست.

مثال ۲: کدام مجموعه زیر عضوهای کمتری دارد؟

الف) $A = \{x^2 \mid x \in \mathbb{N}, x < 7\}$
 ب) $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid 1 < x < 2\}$

پ) $C = \mathbb{W} - \mathbb{N}$
 ت) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 1\}$

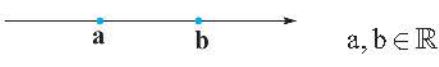
پاسخ: عضوهای مجموعه A عبارتست از:

$A = \{1^2, 2^2, 3^2, \dots, 6^2\}$

پس مجموعه A دارای ۶ عضو است.

توجه داشته باشید که بین دو عدد حقیقی، بی‌شمار عدد گویا و گنگ وجود دارد. پس مجموعه‌های B و D دارای بی‌شمار عضو می‌باشند. اما مجموعه $C = \{0\}$ فقط یک عضو دارد.

خط حقیقی: خطی افقی مانند محور X ها را یک خط حقیقی می‌نامیم و هر عدد حقیقی یک نقطه روی خط حقیقی را نشان می‌دهد و عکس این موضوع نیز صحیح است.





مثال ۳: از میان اعداد $A = \{-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \sqrt{2}, \pi\}$ دو عدد را روی محور زیر نمایش داده‌ایم. حاصل $b^{\frac{1}{2}a}$ را محاسبه کنید.



پاسخ: a عددی است بین صفر و یک؛ پس $a = \frac{1}{2}$ است و همچنین b عددی است بین یک و دو؛ پس $b = \sqrt{2}$.

در نتیجه:

$$b^{\frac{1}{2}a} = (\sqrt{2})^{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} = \sqrt{2}^{\frac{1}{2}} = 2$$

بازه‌ها: در این قسمت گونه دیگری از زیرمجموعه اعداد حقیقی را معرفی می‌کنیم.

الف) بازه باز: این بازه شامل تمام نقاط بین دو عدد حقیقی a و b می‌باشد.



$$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$$

ب) بازه بسته: این بازه شامل تمام نقاط بین دو عدد حقیقی a و b به همراه خود a و b می‌باشد.



$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$$

ج) بازه نیمه باز: بازه (a, b) به همراه a بصورت $[a, b)$ و بازه (a, b) به همراه b بصورت $(a, b]$ می‌باشد.

$$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$$



$$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$$



نکته بازه‌های بالا همگی بازه‌های کران‌دار نامیده می‌شوند.

مثال ۴: بازه مربوط به خط حقیقی مقابل را بنویسید.



پاسخ: چون این مجموعه شامل نقاط بین -2 و 2 به همراه خود -2 است، پس مربوط به بازه نیمه باز $[-2, 2]$ خواهد بود.

مثال ۵: کدام عدد زیر وجود دارد؟ در صورت وجود آن را بنویسید.

الف) کوچک‌ترین عدد حقیقی بزرگ‌تر از 2 .

ب) بزرگ‌ترین عدد صحیح بازه $(-1, 5)$.

ج) کوچک‌ترین عضو مجموعه $D = \{x \in \mathbb{Q} \mid 1 < x < 2\}$.

پاسخ: چون بین هر دو عدد حقیقی، بی‌شمار عدد گویا و گنگ وجود دارد پس کوچک‌ترین عدد حقیقی بزرگ‌تر از 2 وجود ندارد. اما اعداد صحیح بازه $(-1, 5)$ عبارتند از:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x < 5\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید بزرگ‌ترین عضو مجموعه A برابر 4 است.

در مورد مجموعه D : این مجموعه نیز مانند الف) کوچک‌ترین عضو ندارد.

ادامه بازه‌ها

$$(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$$



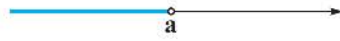
د) مجموعه اعداد بزرگتر از عدد حقیقی a :

$$[a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$$



ه) مجموعه اعداد بزرگتر یا مساوی عدد حقیقی a :

$$(-\infty, a) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$$



و) مجموعه اعداد کوچکتر از عدد حقیقی a :

$$(-\infty, a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$$



ز) مجموعه اعداد کوچکتر یا مساوی عدد حقیقی a :

$+\infty$ و $-\infty$ عدد حقیقی نیستند. همچنین می‌توان نوشت:

$$\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$$

مثال ۶: بازه‌های $(-\infty, +\infty)$ ، $(3, 4)$ ، $(0, 3]$ بهتر تب چه نوع بازه‌هایی هستند؟

پاسخ: بازه‌ها بهتر تب «بیم‌باز - باز - باز» می‌باشند.

مثال ۷: عدد $\sqrt{7}$ عضو کدام بازه است؟

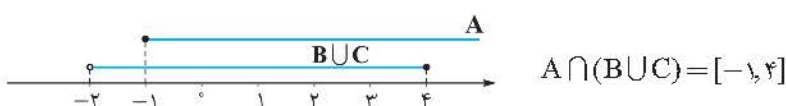
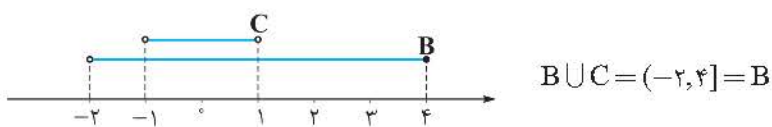
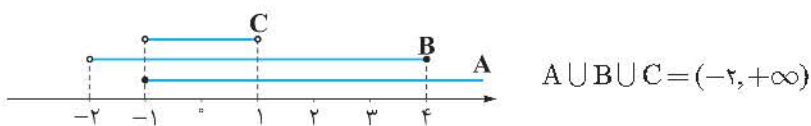
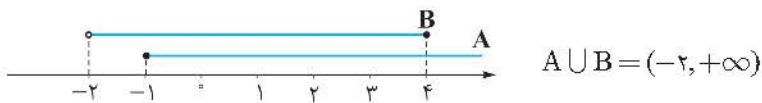
$$(-\infty, 2] \quad (1) \quad (-\infty, \sqrt{7}) \quad (2) \quad [3, +\infty) \quad (3) \quad [\sqrt{6}, +\infty) \quad (4)$$

پاسخ: $\sqrt{7} \in [\sqrt{6}, +\infty)$ می‌باشد.

مثال ۸: اگر $A = [-1, +\infty)$ و $B = (-2, 4]$ و $C = (-1, 1)$ باشد، حاصل $A \cap (B \cup C)$ ، $A \cup B \cup C$ ، $A \cap C$ ، $A \cup B$ محاسبه کنید.

محاسبه کنید.

پاسخ: برای محاسبه اجتماع و اشتراک بازه‌ها بهتر است آن‌ها را روی خط حقیقی یعنی به صورت هندسی نمایش دهیم.





مثال ۹: کدام صحیح است؟

الف) $\sqrt{2} \in [1/4, 1/5]$ ب) $(-2, 1) \subseteq [-2, 1)$ ج) $\frac{4}{3} \in (-1, 1)$ د) $(2, 5) \subseteq (2, 5)$

پاسخ: «الف» و «د» صحیح هستند.

مثال ۱۰: اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$ و $B = (-\infty, 4]$ باشد، حاصل $A - B$ و $B - A$ را تعیین کنید.

پاسخ: مجموعه $A - B$ یعنی عضوهایی از A که در B نباشد.

$$A - B = (2, +\infty) - (-\infty, 4] = (4, +\infty)$$

$$B - A = (-\infty, 4] - (2, +\infty) = (-\infty, 2]$$

مجموعه منتهای: مجموعه‌هایی که تعداد اعضای آن‌ها یک عدد حسابی باشند را مجموعه منتهای می‌نامند. مانند مجموعه $A = \{2, -1, 5\}$ که دارای سه عضو می‌باشد.

مجموعه نامتناهی: مجموعه نامتناهی مجموعه‌ای است که تعداد اعضای آن را نمی‌توانیم با یک عدد مشخص کنیم، در واقع تعداد عضوهای مجموعه نامتناهی از هر عددی بزرگتر است.

مثلاً مجموعه اعداد صحیح کمتر از ۴ یک مجموعه نامتناهی است.

مثال ۱۱: منتهای یا نامتناهی بودن مجموعه‌های زیر را تعیین کنید.

الف) مجموعه اعداد اول یک رقمی

ب) مجموعه اعداد طبیعی فرد

ج) مجموعه دانش‌آموزان مدرسه شما

د) مجموعه اعداد گویای مثبت که صورت هم‌شان برابر ۴ باشد.

پاسخ:

الف) مجموعه اعداد اول یک رقمی به صورت $A = \{2, 3, 5, 7\}$ می‌باشد پس $n(A) = 4$ و در نتیجه A یک مجموعه منتهای می‌باشد.

ب) مجموعه اعداد طبیعی فرد به صورت $O = \{1, 3, 5, \dots\}$ می‌باشد که تعداد عضوهای آن از هر عدد حسابی بزرگتر است پس مجموعه O یک مجموعه نامتناهی محسوب می‌شود.

ج) مجموعه دانش‌آموزان هر مدرسه قابل شمارش است و تعداد عضوهای آن همواره یک عدد حسابی است. پس مجموعه دانش‌آموزان مدرسه شما منتهای است.

د) مجموعه اعداد گویای مثبت که صورت هم‌شان برابر ۴ باشد به صورت زیر است:

$$B = \left\{ \frac{4}{x} \mid x \in \mathbb{Z} - \{0\} \right\} = \left\{ \dots, \frac{4}{-2}, \frac{4}{-1}, \frac{4}{1}, \frac{4}{2}, \dots \right\}$$

ملاحظه می‌کنید که مجموعه B نیز نامتناهی است.

مثال ۱۲: اگر $A = (-\infty, 1]$ و $B = (-\infty, 1)$ باشد، کدام مجموعه زیر منتهای است؟

الف) $A \cup B$

ب) $A \cap B$

ج) $A - B$

پاسخ: هر قسمت را محاسبه می‌کنیم:

الف) $A \cup B = (-\infty, 1] \cup (-\infty, 1) = (-\infty, 1] = A$

ب) $A \cap B = (-\infty, 1] \cap (-\infty, 1) = (-\infty, 1) = B$

ج) $A - B = (-\infty, 1] - (-\infty, 1) = \{1\}$

A و B نامتناهی اما $A - B$ منتهای است.

نکته بین هر دو عدد حقیقی بی‌شمار عدد حقیقی (گنگ یا گویا) وجود دارد. مثلاً در بازه $(\frac{1}{10}, \frac{1}{9})$ بی‌شمار عدد گویا و گنگ وجود دارد. پس می‌توان نتیجه گرفت که در بازه (a, b) بی‌شمار عدد وجود دارد، پس این بازه‌ها از اعداد حقیقی بی‌شمار عضو دارند و در نتیجه مجموعه‌های نامتناهی محسوب می‌شوند.

مثال ۱۳: درستی یا نادرستی جملات زیر را تعیین کنید.

الف) مجموعه \mathbb{Q} نامتناهی است.

ب) اعداد گویای بازه $(0, 1)$ نامتناهی‌اند.

ج) اگر A یک زیرمجموعه نامتناهی داشته باشد، آن‌گاه A نامتناهی است.

پاسخ: الف و ب به دلیل این که تعداد عضوهای بی‌شمار دارند، نامتناهی‌اند. در مورد (ج) باید گفت که چون زیرمجموعه‌ای از A مجموعه‌ای با بی‌شمار عضو می‌باشد، پس خود A نیز نامتناهی است.

نکته اگر $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ دو عدد گویا و $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ باشند، آن‌گاه $\frac{a+c}{b+d}$ بین $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ قرار می‌گیرد. مانند:

$$\frac{1}{5} < \frac{1+1}{5+4} < \frac{1}{4}$$

مثال ۱۴: بین دو عدد $\frac{1}{11}$ و $\frac{1}{10}$ سه عدد گویا بنویسید.

پاسخ:

$$\frac{1}{11} < \frac{2}{21} < \frac{3}{31} < \frac{4}{41} < \frac{1}{10}$$

درس ۲ متمم یک مجموعه



مجموعه مرجع و متمم مجموعه: در هر مبحث، مجموعه‌ای که همه مجموعه‌های مورد بحث زیر مجموعه آن باشند، مجموعه مرجع می‌نامیم و آن را با U نمایش می‌دهیم. اگر $A \subseteq U$ باشد، آن‌گاه $U - A$ را متمم A می‌نامیم و آن را با A' نمایش می‌دهیم.

مثال ۱۵: اگر مجموعه مرجع \mathbb{Z} و $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x \leq 2\}$ باشد، مجموعه A' را با اعضا مشخص کنید.

پاسخ:

$$A' = \mathbb{Z} - A = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} - \{-2, -1, 0, 1, 2\} = \{\dots, -4, -3, 3, 4, 5, \dots\}$$

مثال ۱۶: متمم مجموعه‌های زیر را تعیین کنید. (مجموعه مرجع را \mathbb{R} در نظر بگیرید.)

الف) $A = [2, 5)$

ب) $B = (-\infty, 4)$

پاسخ:

الف) $A' = (-\infty, 2) \cup [5, +\infty)$

ب) $B' = [4, +\infty)$



نکات مربوط به مجموعه مرجع و متمم مجموعه: اگر U مجموعه مرجع و $A, B \subseteq U$ باشد، انگاه:



$$\begin{aligned} ۱) (A')' &= A & ۲) \emptyset' &= U & ۳) U' &= \emptyset & ۴) A \cup A' &= U \\ ۵) A \cap A' &= \emptyset & ۶) (A \cup B)' &= A' \cap B' & ۷) (A \cap B)' &= A' \cup B' & ۸) A - B &= A \cap B' = A - (A \cap B) \end{aligned}$$

مثال ۱۷: متمم مجموعه $A - (A \cap B)$ را محاسبه کنید.

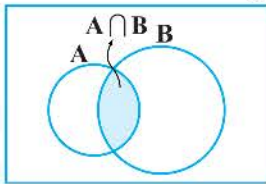


پاسخ: با توجه به نکات گفته شده:

$$A - (A \cap B) = A - B \Rightarrow (A - B)' = (A \cap B')' = A' \cup B$$

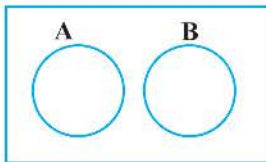
U

تعداد عضوهای مجموعه $A \cup B$: اگر تعداد عضوهای مجموعه G را با $n(G)$ نمایش دهیم، در این صورت داریم:



$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

دو مجموعه از هم جدا: اگر دو مجموعه A و B فاقد عضو مشترک باشند، آن دو مجموعه جدا از هم یا مجزا نامیده می‌شوند، یعنی $A \cap B = \emptyset$ خواهد بود و در نتیجه:



$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

مثال ۱۸: اگر $n(A) = ۱۵$ ، $n(A \cap B) = ۵$ ، $n(A \cup B) = ۳۰$ ، مقدار $n(B)$ چقدر است؟



پاسخ:

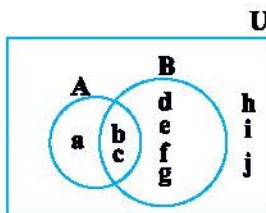
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow ۳۰ = ۱۵ + n(B) - ۵ \Rightarrow n(B) = ۲۰$$

مثال ۱۹: در مورد مجموعه‌های A و B اطلاعات زیر در دسترس است. مقدار $n((A - B)')$ را حساب کنید.



$$(n(U) = ۱۰, n(A \cup B) = ۷, n(A) = n(B) - ۳ = x + ۲, n(A \cap B) = ۵x - ۳)$$

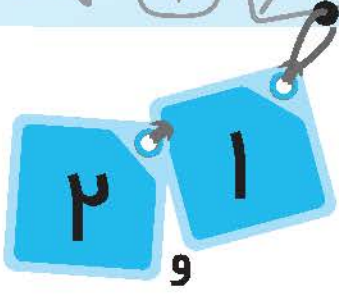
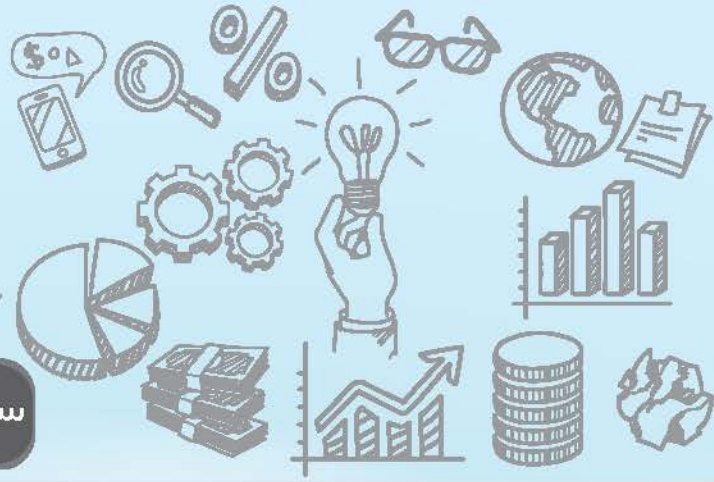
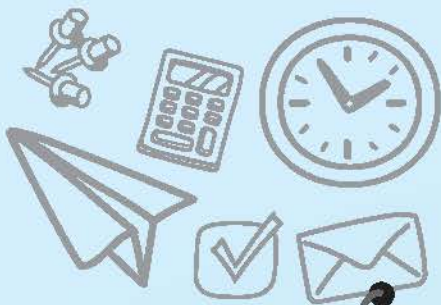
پاسخ: با توجه به اطلاعات مسئله می‌توان نمودار ون را به صورت زیر تنظیم کرد.



$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow ۷ = x + ۲ + x + ۵ - (۵x - ۳)$$

$$\Rightarrow ۳x = ۲ + ۲ + ۵ - ۷ \Rightarrow x = ۱ \Rightarrow n(A) = ۳, n(B) = ۶, n(A \cap B) = ۲$$

$$n((A - B)') = ۱۰ - ۱ = ۹$$



سؤالات طبقه‌بندی

- چندتا از عضوهای مجموعه $\{2/45, \frac{1}{3}, \sqrt{16}, \sqrt{3969}\}$ گویا هستند؟ -۱
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
- چندتا از جملات زیر درست است؟ -۲
- الف) مجموع و تفاضل هر دو عدد گویا، عددی گویا است.
 ب) حاصل ضرب هر دو عدد گویا، عددی گویا است.
 ج) مجموع هر دو عدد گنگ، گنگ است.
 د) حاصل ضرب یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است.
 هـ) اگر a گویا و b گنگ باشد، $a \pm b$ گنگ است.
- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)
- مجموعه اعداد صحیح غیرحسابی کدام است؟ -۳
- $\{x | x \in \mathbb{W}\}$ (۱) $\{-x | x \in \mathbb{N}\}$ (۲) $\{x \in \mathbb{Z} | x \leq 0\}$ (۳) $\{-x | x \in \mathbb{W}\}$ (۴)
- کدام مجموعه زیر متناهی است؟ -۴
- $\{x \in \mathbb{Z} | x < 3\}$ (۱) $\{x \in \mathbb{Q} | -1 < x < \frac{1}{3}\}$ (۲) $\{x \in \mathbb{R} | 0 < x < \sqrt{2}\}$ (۳) $\{x \in \mathbb{W} | x < \frac{11}{3}\}$ (۴)
- حاصل $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ و $\mathbb{Z} - \mathbb{Q}$ به ترتیب کدام است؟ -۵
- \mathbb{Z}, \mathbb{Q}' (۱) \mathbb{N}, \mathbb{Q}' (۲) \emptyset, \mathbb{Q} (۳) \emptyset, \mathbb{Q}' (۴)
- کدام مجموعه زیر فقط ۴ عضو دارد؟ -۶
- $A = \{x \in \mathbb{Z} | -1 < x < 4\}$ (۱) $C = \{x^2 | x \in \mathbb{N}, x < 10\}$ (۳) $B = \{x \in \mathbb{N} | x < 4\}$ (۲) $D = \{\frac{1}{x} | x \in \mathbb{Z} - \{0\}; x < 5\}$ (۴)
- کدام گزینه نادرست است؟ -۷
- $\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' = \mathbb{R}$ (۱) $\mathbb{R} - \mathbb{Q} = \mathbb{Q}'$ (۲) $\mathbb{Q} - \mathbb{Q}' = \emptyset$ (۳) $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset$ (۴)
- چند تا از عضوهای مجموعه $A = \{\sqrt{n} : n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 100\}$ گویا هستند؟ -۸
- ۱۰۰ (۱) ۱۰ (۲) ۱۶ (۳) ۱۴ (۴)
- چند تا از مجموعه‌های زیر متناهی‌اند؟ -۹
- الف) مجموعه انسان‌های روی زمین
 ب) مجموعه سلول‌های عصبی مغز یک انسان
 ج) مجموعه تمام دایره‌های به مرکز مبدأ مختصات
 د) مجموعه اعداد طبیعی ده رقمی
 هـ) مجموعه درخت‌های جنگل آمازون
- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۲ (۴)



- ۱۰- کدام جمله زیر صحیح است؟
 (۱) مجموعه جواب معادله $(x-1)(4x^2-1)=0$ نامتناهی است.
 (۲) مجموعه جواب نامعادله $3x+4 > 0$ متناهی است.
 (۳) مجموعه $A = \{3^n : n \in \mathbb{N}\}$ نامتناهی است.
 (۴) بازه $(\frac{1}{2}, \frac{1}{10})$ یک مجموعه متناهی است.
- ۱۱- تعداد عضوهای کدام مجموعه کمتر است؟
 (۱) مضارب دو رقمی ۵ (۲) اعداد زوج دو رقمی کمتر از ۴۰ (۳) اعداد اول فرد کمتر از ۲۰ (۴) مقسوم علیه‌های عدد ۴۴
- ۱۲- کدام مجموعه تهی نیست؟ (مجموعه مرجع \mathbb{R} است.)
 (۱) $\mathbb{N} \cap \mathbb{N}'$ (۲) $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}'$ (۳) $\mathbb{Q} - \mathbb{Q}'$ (۴) \mathbb{R}'
- ۱۳- اشتراک دو مجموعه $\mathbb{W} - \mathbb{N}$ و $A = [-3, 1)$ چند عضو دارد؟
 (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) بی‌شمار
- ۱۴- اگر $A = \{1, 2, \{3, 1\}\}$ و $B = \{1, 2, 3\}$ و $C = \{1, 2, \{3\}\}$ ، در این صورت کدام صحیح است؟
 (۱) $C \subseteq B$ (۲) $C \in B$ (۳) $B - C = \{\{3\}\}$ (۴) $C - B = \{\{3\}\}$
- ۱۵- در یک کلاس ۲۸ نفری ۲۰ نفر فوتبال دوست و ۱۵ نفر والیبال دوست هستند. حداقل چند نفر هم فوتبال و هم والیبال دوست هستند؟
 (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷
- ۱۶- اگر A مجموعه شماره‌های ۲۸ و B مجموعه شماره‌های ۳۰ باشند، $n(A \cup B) + n(A \cap B)$ کدام است؟
 (۱) ۲۸ (۲) ۳۰ (۳) ۱۴ (۴) ۲
- ۱۷- اگر $A = (-4, 2]$ و $B = [1, 3]$ باشد، حاصل $A - (A \cap B)$ برابر کدام است؟
 (۱) $(-4, 1]$ (۲) $(-4, 1)$ (۳) $(-4, 3]$ (۴) $(-4, 3)$
- ۱۸- اگر $A = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x < 2\}$ و $B = \{x : 0 < x < 3\}$ باشد، حاصل $(A \cup B) - (A \cap B)$ و $(A - B) \cup (B - A)$ به ترتیب کدام است؟
 (۱) $(2, 3), (-1, 0)$ (۲) $(-1, 0) \cup [2, 3), (-1, 0] \cup [2, 3)$
 (۳) $(-1, 3), \mathbb{R}$ (۴) $(-1, 0) \cup (2, 3), (-3, 1)$
- ۱۹- اگر $A \subseteq B \subseteq U$ (مجموعه مرجع) باشد، ان‌گاه کدام صحیح است؟
 (۱) $A' \subseteq B'$ (۲) $A' \cup B' = U$ (۳) $B' \subseteq A'$ (۴) $B' = A'$
- ۲۰- در یک کلاس ۳۵ نفری، ۲۵ نفر اعضای تیم فوتبال و ۱۱ نفر عضو تیم بسکتبال هستند. اگر ۸ نفر از دانش‌آموزان عضو هیچ تیمی نباشند، چند نفر از اعضا عضو هر دو تیم هستند؟
 (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۷
- ۲۱- اعداد طبیعی یک رقمی را مرجع در نظر می‌گیریم، اگر A مجموعه اعداد فرد یک رقمی و B مجموعه اعداد اول یک رقمی باشد، کدام گزینه تعداد اعضای بیش‌تری دارد؟
 (۱) $A \cap B$ (۲) $A - B$ (۳) $B - A$ (۴) $A \cap (B - A)$
- ۲۲- اگر A مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی و $B = \{x | x = 3k, k \in A\}$ ، اگر $B \subseteq A$ باشد، ان‌گاه مجموعه $(A \cap B)$ چند عضو دارد؟
 (۱) ۲۱ (۲) ۲۲ (۳) ۲۳ (۴) ۲۴
- ۲۳- برای مجموعه $A = \{0, 1, 3, 5, 7, \dots\}$ کدام مجموعه زیر نمی‌تواند مجموعه مرجع باشد؟
 (۱) \mathbb{N} (۲) \mathbb{W} (۳) \mathbb{Z} (۴) \mathbb{R}
- ۲۴- اگر A مجموعه اعداد طبیعی مقرب ۳ و کمتر از ۳۰ و مجموعه B اعداد صحیح مثبت و کمتر از ۲۰ باشد، ان‌گاه کدام مجموعه زیر متناهی است؟ (\mathbb{Z} را مجموعه مرجع فرض کنید.)
 (۱) $A' \cup B'$ (۲) $A \cup B'$ (۳) $A \cap B$ (۴) $(A \cap B)'$

۲۵- کدام رابطه زیر صحیح است؟

$A \subseteq B \Rightarrow n(B') \geq n(A')$ (۴) $A \subseteq B \Rightarrow n(A) \geq n(B)$ (۳) $A \subseteq B \Rightarrow A' \subseteq B'$ (۲) $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$ (۱)

۲۶- حاصل $[(A \cup B)' - (A \cap B)'] \cup A$ کدام مجموعه است؟

\mathbb{R} (۴) \emptyset (۳) B (۲) A (۱)

۲۷- اگر \mathbb{N} مجموعه مرجع و $A \subseteq \mathbb{N}$ باشد، کدام گزینه کاملاً صحیح است؟

- (۱) اگر A متناهی باشد، A' نیز متناهی است.
- (۲) اگر A نامتناهی باشد، A' متناهی است.
- (۳) اگر A مجموعه مضارب ۳ باشد، آن گاه A' نامتناهی است.
- (۴) اگر A مجموعه اعداد زوج باشد، A' متناهی است.

۲۸- اگر مجموعه A اعداد صحیح بزرگتر از ۴ و مجموعه B اعداد طبیعی کمتر از ۶ و مجموعه C اعداد حقیقی مثبت کمتر از $\sqrt{17}$ و مجموعه D مجموعه اعداد حسابی مثبت باشد، کدام گزینه صحیح است؟

A متناهی است. (۱) B نامتناهی است. (۲) C نامتناهی است. (۳) D متناهی است. (۴)

۲۹- اگر $\{b\} = (-\infty, a+1] \cap [3-a, +\infty)$ باشد، $a+b$ کدام است؟

۳ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴)

۳۰- اگر $(a, 4] \subseteq (-1, b]$ باشد، آن گاه محدوده کامل a و b کدام است؟

$\begin{cases} -1 < a < 4 \\ b > 4 \end{cases}$ (۱) $\begin{cases} -1 \leq a < 4 \\ b \geq 4 \end{cases}$ (۳) $\begin{cases} -1 \leq a \leq 4 \\ b \geq 4 \end{cases}$ (۲) $\begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases}$ (۴)

۳۱- اگر $x = \frac{24}{25}$ و $y = \frac{10}{11}$ و $z = \frac{13}{14}$ و $A = [\frac{17}{18}, +\infty)$ و $B = [\frac{3}{4}, +\infty)$ باشد، کدام رابطه صحیح است؟

$x \notin A$ (۱) $y \in A$ (۲) $y \in B$ (۳) $z \in A$ (۴)

۳۲- اگر $a = \frac{1}{100}$ ، $b = \sqrt{2} - 1$ ، $c = 3 \times 10^{-4}$ باشد، چند تا از روابط زیر صحیح است؟

$a \in (\frac{1}{100}, \frac{1}{1000})$ (۱) $b \in (\frac{1}{10}, 1)$ (۲) $c \in (\frac{1}{100}, \frac{1}{1000})$ (۳) سه (۴)

۳۳- کدام عدد زیر وجود ندارد؟

- (۱) بزرگترین عدد گویای بزرگتر از $\frac{4}{3}$
- (۲) کوچکترین عدد حقیقی بزرگتر یا مساوی $1 - \sqrt{2}$
- (۳) عضو مشترک مجموعه اعداد اول و مجموعه اعداد زوج طبیعی
- (۴) بزرگترین عضو مجموعه $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 14\}$

۳۴- اگر $U = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x < 7\}$ مجموعه مرجع و $A = (-\sqrt{6}, \sqrt{6})$ و $B = \{x \mid \sqrt{5-x} \in \mathbb{W}\}$ باشد، در این صورت $(U - A) - (B \cap A')$ چند عضو دارد؟

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) بی شمار (۴)

۳۵- اگر اجتماع دو مجموعه $B = (k+1, 7)$ و $A = (-7, b-1)$ برابر $(-12, 20)$ باشد، کدام رابطه زیر صحیح است؟

$bk = 168$ (۱) $b-k = -8$ (۲) $b+k = 8$ (۳) $\frac{b}{k} = -3$ (۴)

۳۶- حاصل کدام یک از گزینه‌های زیر یک بازه باز است؟

$[1, 3] - (2, 3]$ (۱) $(1, 5) - [3, 5]$ (۲) $(-\infty, 2) \cap [0, +\infty)$ (۳) $\mathbb{R} - (3, +\infty)$ (۴)

۳۷- اگر $X \cap Z = X \cap Y = \emptyset$ باشد، کدام نتیجه‌گیری قطعاً صحیح است؟

$Z \subseteq Y$ (۱) $Z \cup Y = \mathbb{R}$ (۲) $X \cap (Z - Y) = \emptyset$ (۳) $Z = Y$ (۴)