

راهنمای استفاده از کتاب



فرمول نامه!

در این بخش خلاصه‌ای از فرمول‌های هر فصل برای سهولت استفاده شما عزیزان درج شده است. توصیه می‌شود قبل از شروع کتاب، تدریس دبیر و کتاب درسی را به صورت کامل بررسی نمایید.



پرسش‌های تشریحی

۱. هر فصل به چند بخش تقسیم شده است.
۲. در هر بخشی سؤالات تشریحی مربوط به آن بخش با تیپ‌های مختلف و شبیه آزمون‌های نهایی تألیف شده است.



سؤالات تستی

بعد از پرسش‌های تشریحی سؤالات تستی با تقسیم‌بندی سؤالات آموزشی با (شماره سؤالات به رنگ مشکی) و سؤالات تثبیتی با (شماره سؤالات به رنگ آبی) همراه با تمامی تست‌های کنکور منطبق با کتاب درسی جدید آورده شده است.



آزمون‌های پایان فصل تشریحی و جامع

این قسمت در انتهای هر فصل که شامل سؤالات کل فصل می‌باشد در نظر گرفتن استاندارد آزمون نهایی تألیف شده است.
این آزمون‌ها در پایان کتاب نیز به عنوان جامع از کل کتاب تهیه شده است.



آزمون های تستی پایان فصل و جامع

این قسمت همانند قسمت قبل شامل پرسش های چهارگزینه ای از کل فصل و منطبق بر استاندارد کنکور سراسری می باشد.
این آزمون ها در پایان کتاب نیز به عنوان جامع از کل کتاب تهیه شده است.

۴

آزمون پلاس

تست های با سطح دشواری بسیار بالا برای علاقه مندان در این قسمت گنجانده شده است.

۵

پاسخنامه کلیدی

این پاسخنامه به صورت گزینه ای صرفاً برای سؤالات تستی با هدف تطبیق پاسخ دهی در انتهای فصل گنجانده شده است.

۶

پاسخنامه تشریحی الکترونیکی

پاسخنامه کامل تشریحی کل سؤالات در این بخش قرار دارد. این بخش در اختیار مجموعه های آموزشی قرار می گیرد.

۷

اعلام ایرادات کتاب

قطعاً این مجموعه با نظرات سازنده شما عزیزان به مجموعه ای پربار تبدیل خواهد شد.
با اسکن کد مقابل می توانید ایرادات این کتاب را برای ما ارسال نمایید.

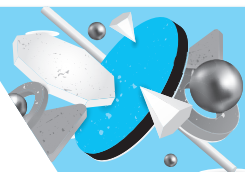


۸

فهرست

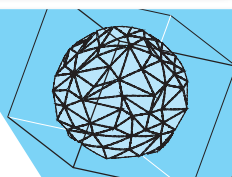
۷

فصل اول
هندسه تحلیلی و جبر



۳۹

فصل دوم
هندسه



۷۰

فصل سوم
تابع



۱۱۳

فصل چهارم
مثلثات



۱۴۷

فصل پنجم
توابع نمایی و لگاریتمی



۱۷۴

فصل ششم
حد و پیوستگی



۲۰۷

فصل هفتم
آمار و احتمال



۲۳۱

آزمون جامع



فصل ۱

هندسه تحلیلی و جبر



تستی

۱۴۶

تشریحی

۱۳۱

بارم بندی امتحانات

نهایی	نیمسال اول
۲ نمره	۶ نمره

سهم تست

درصد	تعداد
۵٪	۳-۲



فصل اول کتاب درسی «ریاضی ۲» بسیاری از مطالب سال دهم را یادآوری کرده است. پس در پاسخنامه این فصل هر جا که احتیاج بوده از مطالب کتاب «ریاضی ۱» نیز یادآوری شده است. تسلط به مطالب فصل اول، کمک بزرگی به حل مسائل در فصل های دیگر دارد، پس حل معادلات که در فصل اول بررسی شده است (درجه ۲، گنگ و گویا) را خیلی جدی بگیرید. تست های ویژه برترها که تحت عنوان پلاس در نظر گرفته شده است را حتماً بررسی کنید حتی اگر که در ابتدا احساس کردید سؤالات سخت است، با نگاه به پاسخنامه آن ها را یاد بگیرید، چون سعی شده در پاسخنامه توضیح کامل و مفید نوشته شود. برای شب امتحان نهایی، تسلط به قسمت های تشریحی کفایت می کند.



فرمول نامه

«هندسه تحلیلی و جبر»

۱- معادله خط:

$$y = ax + b$$

a شیب خط و b عرض از مبدأ (محل تلاقی خط با محور y ها) است.

اگر از این معادله استفاده می‌کنی با جای‌گذاری مختصات نقاط داده شده در مسأله می‌تونی a و b رو پیدا کنی.

۲- نوشتن معادله خط از روی مختصات دو نقطه:

$$A \begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \end{vmatrix} \quad B \begin{vmatrix} x_2 \\ y_2 \end{vmatrix}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

۳- نوشتن معادله خط از روی زاویه:

اگر θ زاویه‌ای باشد که خط با جهت مثبت محور x می‌سازد:

$$\tan \theta = \text{شیب خط}$$

۴- دو خط موازی هستند اگر شیب آن‌ها برابر باشد:

$$m = m'$$

دو خط بر هم عمودند اگر شیب آن‌ها عکس و قرینه هم باشد:

$$m' = \frac{-1}{m} \quad \text{یا} \quad mm' = -1$$

شرط موازی بودن دو خط $ax + by + c = 0$ و $a'x + b'y + c' = 0$:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$$

۵- یافتن محل تلاقی خط یا نمودار هر تابع دیگری با محور $x \leftarrow y = 0$

یافتن محل تلاقی خط یا نمودار هر تابع دیگری با محور $y \leftarrow x = 0$

۶- فاصله دو نقطه:

$$A \begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \end{vmatrix} \quad B \begin{vmatrix} x_2 \\ y_2 \end{vmatrix} \quad |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

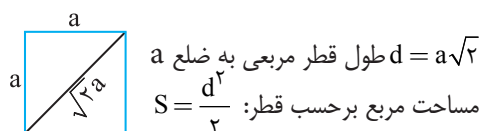
فاصله نقطه A از مبدأ مختصات:

$$|OA| = \sqrt{x_A^2 + y_A^2}$$

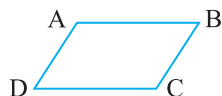
نقطه وسط پاره خط AB :

$$m \begin{vmatrix} \frac{x_1 + x_2}{2} \\ \frac{y_1 + y_2}{2} \end{vmatrix}$$

۷- این شکل رو به خاطر بسپار:



۸- در متوازی‌الاضلاع روابط زیر برقراره:



$$x_A + x_C = x_B + x_D$$

$$y_A + y_C = y_B + y_D$$

یادت باشه قطرهای متوازی‌الاضلاع همدیگه رو نصف می‌کنند.

یادت باشه مربع، لوزی و مستطیل نوعی متوازی‌الاضلاع هستند.

۹- فاصله نقطه از خط:

$$A \begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \end{vmatrix}, \quad \ell: ax + by + c = 0, \quad d = \frac{|\begin{vmatrix} ax_1 + by_1 + c \end{vmatrix}|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

فاصله دو خط موازی:

برای یافتن فاصله دو خط موازی، یک نقطه از خط گرفته و فاصله آن را تا خط دیگر می‌یابیم.

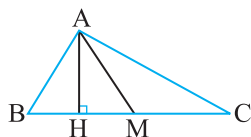
$$\begin{cases} \ell: ax + by + c = 0 \\ \ell': ax + by + c' = 0 \end{cases}$$

(حواست هست ضرایب X و Y در هر دو معادله یکی هستند؟)

$$D = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

در استفاده از این دو فرمول یادت باشه معادله خط رو به فرم استاندارد فرمول در بیاری.

۱۰- طول میانه AM: فرمول M وسط BC و فرمول فاصله دو نقطه



طول ارتفاع AH: فاصله A از ضلع BC (فرمول فاصله نقطه از خط)

معادله ارتفاع AH: شیب AH عکس و قرینه شیب BC هست و نقطه A رو داری!

فاصله پای ارتفاع و میانه: از فیثاغورس در مثلث AMH استفاده کن.

یا معادله AH و BC رو برخورد بده، فاصله M تا H رو به دست بیار.

۱۱- در خط $ax + by + c = 0$ داریم:

$$\begin{aligned} \text{قرینه ضریب } x &\rightarrow -a \\ \text{ضریب } y &\rightarrow b \end{aligned}$$

$$\text{عرض از مبدأ} = \frac{-c}{b}$$

$$\text{طول از مبدأ} = \frac{-c}{a}$$

۱۲- مرکز ثقل مثلث:

G مرکز ثقل هر مثلث، محل برخورد میانه‌های مثلث هست و داریم:

$$G \left| \begin{array}{c} x_A + x_B + x_C \\ 3 \\ y_A + y_B + y_C \\ 3 \end{array} \right|$$

۱۳- محاسبه مساحت یک مثلث با داشتن مختصات سه رأس آن:

$$A \left| \begin{array}{c} x_A \\ y_A \end{array} \right| \quad B \left| \begin{array}{c} x_B \\ y_B \end{array} \right| \quad C \left| \begin{array}{c} x_C \\ y_C \end{array} \right|$$

$$S = \frac{1}{2} |(x_A y_B + x_B y_C + x_C y_A) - (y_A x_B + y_B x_C + y_C x_A)|$$

۱۴- دو حالت خاص و خیلی مهم حل معادلات درجه دوم:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$1) \ a + b + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

$$2) \ a + c = b \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{-c}{a} \end{cases}$$

۱۵- اگر α و β ریشه‌های یک معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، مجموع ریشه‌ها $S = \frac{-b}{a}$ ، ضرب ریشه‌ها $P = \frac{c}{a}$ و تفاضل ریشه‌ها

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \sqrt{S^2 - 4P}$$

هست و داریم:

$$1) \ \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P$$

$$2) \ \alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3SP$$

$$3) \ \text{مجموع جذرهای ریشه‌ها: } \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}} \quad ; \alpha, \beta > 0$$

$$4) \ \text{مجموع معکوس ریشه‌ها: } \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{S}{P}$$

۱۶- نوشتن معادله درجه دوم با داشتن مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها:

اگر S و P موجود باشند معادله به صورت زیر است:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

۱۷- نقاط ماکزیمم و مینیمم سهمی:



معادله محور تقارن: $x = x_S$

$$S \left| \begin{array}{c} x_S = \frac{-b}{2a} \\ y_S = \frac{-\Delta}{4a} \end{array} \right| \text{ (جای گذاری } x_S \text{ در معادله)}$$

۱۸- نوشتن تابع سهمی:

(۱) تابع سهمی دارای دو صفر مجزا است. (سهمی در دو نقطه با محور X برخورد دارد):

$$y = a(x - \alpha)(x - \beta)$$

(۲) تابع سهمی دارای یک صفر تکراری (مضاعف) است. (سهمی مماس بر محور X):

$$y = a(x - \alpha)^2$$

(۳) تابع سهمی دارای هیچ صفری نیست. (عدم برخورد با محور X):

$$y = ax^2 + bx + c$$

(۴) مختصات رأس سهمی

$$S \begin{vmatrix} x_s \\ y_s \end{vmatrix} \Rightarrow y = a(x - x_s)^2 + y_s$$

۱۹- تشخیص علامت ضرایب a, b, c و Δ از روی نمودار سهمی:

a : اگر دهانه سهمی رو به بالاست، علامت a مثبت و اگر دهانه سهمی رو به پایین است، علامت a منفی است. ($a \neq 0$)

b : با دانستن علامت a و این که $x_s = \frac{-b}{2a}$ ، علامت b معلوم میشه.

c : محل برخورد سهمی با محور y (عرض از مبدأ)

Δ : تعداد برخوردهای سهمی با محور X ها

$\Delta > 0 \leftarrow$ دو برخورد

$\Delta = 0 \leftarrow$ یک برخورد (مماس)

$\Delta < 0 \leftarrow$ بدون برخورد

۲۰- معادله دو مجذوری $ax^2 + bx + c = 0$ در صورتی دارای ۴ جواب است که $\Delta > 0$ ، $S > 0$ و $P > 0$ باشد.

۲۱- در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ داریم:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} & \Rightarrow \text{دو ریشه حقیقی مثبت} & \Rightarrow \begin{cases} \Delta = 0 \\ \frac{-b}{2a} > 0 \end{cases} & \Rightarrow \text{یک ریشه مثبت} & \Rightarrow \begin{cases} \Delta = 0 \\ \frac{-b}{2a} < 0 \end{cases} & \Rightarrow \text{یک ریشه منفی} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} & \Rightarrow \text{دو ریشه حقیقی منفی} & \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ P < 0 \end{cases} & \Rightarrow \text{دو ریشه قرینه} & \Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P = 1 \end{cases} & \Rightarrow \text{دو ریشه معکوس} \end{aligned}$$

$P < 0 \Rightarrow$ دو ریشه حقیقی مختلف علامت

۲۲- موقعیت سهمی در دستگاه مختصات:

سهمی فقط از ناحیه اول و دوم بگذرد. (همواره مثبت - همواره بالای محور X) $\Delta < 0, a > 0 \leftarrow$

سهمی فقط از ناحیه سوم و چهارم بگذرد. (همواره منفی - همواره پایین محور X) $\Delta < 0, a < 0 \leftarrow$

سهمی فقط از ناحیه اول نگذرد. $\Delta > 0, c \leq 0, b < 0, a < 0$

سهمی فقط از ناحیه دوم نگذرد. $\Delta > 0, c \leq 0, b > 0, a < 0$

سهمی فقط از ناحیه سوم نگذرد. $\Delta > 0, c \geq 0, b < 0, a > 0$

سهمی فقط از ناحیه چهارم نگذرد. $\Delta > 0, c \geq 0, b > 0, a > 0$

سهمی از هر چهار ناحیه بگذرد. $P < 0$

۲۳-

(آ) در هر معادله دلخواه اگر جمع ضرایب معادله برابر با صفر بشه یعنی $x = 1$ یک ریشه از معادله بوده.

ب) اگر $f(a) = 0$ یعنی a صفر تابع باشد، آنگاه $f(x)$ بر $(x - a)$ بخش پذیر هست و باقی مانده تقسیم f بر $(x - a)$ صفر می‌شه.

۲۴- اگر در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ با $\Delta > 0$ یکی از ریشه‌ها k برابر ریشه دیگر باشد:

$$\frac{(k+1)^2}{k} = \frac{b^2}{ac}$$

۲۵- مساحت مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع a :

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

مساحت شش ضلعی منتظم به طول ضلع a :

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$

۲۶- این چند مفهوم هم معنی هستند:

(۱) محل برخورد نمودار دو تابع f و g

(۲) محل تقاطع نمودار دو تابع f و g

(۳) جواب معادله $f - g = 0$ که حل جبری این معادله منجر به استفاده از Δ برای تشخیص تعداد جواب‌های معادله و یافتن جواب‌ها در صورت

وجود می‌باشد. به این صورت که:

اگر $\Delta > 0$ آنگاه معادله دو جواب دارد. (نمودارها دو برخورد دارند).

اگر $\Delta = 0$ آنگاه معادله یک جواب دارد. (نمودارها مماس هستند).

اگر $\Delta < 0$ آنگاه معادله جواب ندارد و نمودارها برخورد ندارند.

۲۷- برای حل معادلات کسری:

برای حل معادلات کسری (گویا) نیاز به مخرج مشترک گرفتن داریم. یادت باشه که مخرج مشترک یعنی ک.م.م مخرج‌ها یعنی کوچک‌ترین مضرب مشترک، یعنی همه عوامل با بیش‌ترین توانی که دارند.

دوم این که از بین جواب‌هایی که از حل معادله گویا به دست میان اون‌هایی قابل قبولند که مخرج هیچ کسری از معادله رو صفر نکنند.

۲۸- ساده کردن عبارت‌ها در معادلات گویا:

(۱) از اونجایی که می‌دونیم مخرج مخالف صفر هست پس همیشه یک عبارت رو از صورت و مخرج یک کسر ساده کرد.

(۲) اگر عبارتی رو از طرفین صورت معادله ساده کردی در صورت داشتن ریشه، این ریشه هم جزو جواب‌های معادله به حساب میاد. پس یادت باشه مساوی صفر بذاریش.

۲۹- اگر $x = a$ یک ریشه برای هر معادله‌ای باشه، در معادله صدق می‌کنه. پس با جاگذاری اون در معادله می‌تونی به پیدا کردن یک مجهول کمک کنی.

۳۰- نکته معادلات غلظت:

برای حل این گونه سوالات تناسب (غلظت مورد نظر = $\frac{\text{مقدار حل شونده}}{\text{کل مقدار محلول}}$) مسأله رو حل می‌کنه. فقط باید ببینیم اگر قرار هست حل شونده اضافه بشه،

به صورت و مخرج هر دو x اضافه کنیم. اگر قرار هست آب تبخیر کنیم، فقط از مخرج x کم کنیم.

اگر قرار هست هم مقداری حل شونده اضافه کنیم هم آب تبخیر کنیم، مقدار موجود حل شونده در صورت کسر اضافه بشه و مقدار x در مخرج کسر کم بشه.

۳۱- در مسائل مربوط به سرعت و مسافت، از فرمول $V = \frac{x}{t}$ که V نشان‌دهنده سرعت، x مسافت (فاصله) و t زمان هست استفاده می‌کنیم.

۳۲- نسبت طلایی:

مستطیلی طلایی است که نسبت طول به عرض آن برابر با نسبت مجموع طول و عرض به طول آن باشد یعنی:

$$\boxed{L} \quad W \quad \frac{L}{W} = \frac{L+W}{L}$$

عدد طلایی (نسبت طلایی) (Golden Ratio) برابر با $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ با مقدار تقریبی $1/618$ هست که از حل معادله $x^2 - x - 1 = 0$ به دست می‌آید.

۳۳- حل معادلات گنگ:

حل معادلات گنگ (رادیکالی) به کمک توان رسانی انجام می‌شود. بهتر هست تا جای ممکن رادیکال تنها باشد. و یادت باشه توان رسانی ایجاد جواب‌های اضافه می‌کنه و باید با توجه به دامنه تابع در معادله جواب‌های قابل قبول رو پیدا کنیم. به این معنی که به طور کامل در معادله صدق کنه. پس یادت باشه اول از همه دامنه تعیین کنی.

۳۴-

$$x + \frac{1}{x} \geq 2 \quad ; \quad x > 0$$

و

$$x + \frac{1}{x} \leq -2 \quad ; \quad x < 0$$

۳۵- مجموع عبارت‌های نامنفی:

اگر مجموع چند تا از این عبارت‌ها صفر شد، به این معنی هست که هر کدام برابر صفر است.

(۱) عبارت‌های رادیکالی با فرجه زوج

(۲) قدر مطلق

(۳) توان زوج

۱. معادله خطی را بنویسید که از نقطه تلاقی خط $2y = x - 2$ با محور x ها گذشته و با خط $3y = x + 2$ موازی باشد.
۲. معادله خطی را بنویسید که بر خط $2y - 3x + 1 = 0$ عمود است و از نقطه‌ای به طول ۲ روی خط $y + 2x = 3$ می‌گذرد.
۳. اگر نقاط $A(2, 0)$ ، $B(5, 4)$ و $C(-2, 3)$ رأس‌های یک مثلث باشد:
 ۱. مشخص کنید ABC چه نوع مثلثی است؟
 ۲. محیط و مساحت مثلث ABC را مشخص کنید.
۴. اگر نقاط $A(2, -2)$ و $B(4, 6)$ دو رأس مقابل یک مربع باشند، مساحت مربع را بیابید.
۵. شعاع دایره گذرنده از $M(2, -3)$ و مرکز $O(1, 2)$ را بیابید.
۶. دو نقطه روی نیمساز ربع اول و سوم داریم که از نقطه $A(0, 3)$ به فاصله ۴ هستند. مجموع طول‌های این نقاط را بیابید.
۷. قریبۀ نقطه $A(3, -1)$ نسبت به نقطه $M(2, 1)$ را تعیین کنید.
۸. نقطه‌ای روی خط $y = 2x$ تعیین کنید که مجموع فاصله آن تا مبدأ مختصات و نقطه $A(2, 4)$ برابر ۵ باشد.
۹. نقطه $A(3, 1)$ ، $B(2, 0)$ و $C(4, -2)$ سه رأس از متوازی‌الاضلاع $ABCD$ هستند. طول قطر BD را بیابید.
۱۰. اگر یک ضلع مربعی بر خط $2x + y = 3$ واقع باشد و $A(2, 1)$ رأسی از مربع باشد، مساحت مربع را بیابید.
۱۱. قطر مربعی به معادله $y = x - 5$ است. اگر $A(2, 3)$ رأسی از مربع باشد، مختصات مرکز مربع را بیابید.
۱۲. اگر فاصله نقطه $A(1, 2)$ از خط $ax + 4y = 1$ برابر ۲ باشد، مقدار a چقدر است؟
۱۳. اگر نقطه $A(2, 3)$ رأس یک مربع و معادله یک ضلع مربع $3x - 4y = 9$ باشد، مساحت مربع چقدر است؟
۱۴. نشان دهید نقطه $P(-12, 11)$ روی عمودمنصف پاره‌خط واصل دو نقطه $A(0, -3)$ و $B(6, 15)$ قرار دارد.
۱۵. مثلث با رأس‌های $A(1, 9)$ ، $B(3, 1)$ ، $C(7, 11)$ را در نظر بگیرید:
 ۱. طول میانه AM را محاسبه کنید.
 ۲. معادله میانه AM را بنویسید.

۱۶. مثلث ABC به رأس‌های $A(-1, 7)$ ، $B(-6, -2)$ و $C(3, 2)$ را در نظر بگیرید:

۱. نشان دهید مثلث متساوی‌الساقین است.
۲. معادله عمودمنصف ضلع BC را به دست آورید.
۳. طول ارتفاع AH چقدر است؟

۱۷. نقاط $A(4, 2)$ ، $B(1, -1)$ و $C(8, -2)$ سه رأس مثلث ABC هستند. اگر H و M به ترتیب پای ارتفاع AH و میانه AM باشند، طول MH را بیابید.

۱۸. دو انتهای یکی از قطرهای دایره‌ای نقاط $A(2, -2)$ ، $B(6, 4)$ هستند:

۱. اندازه شعاع و مختصات مرکز دایره را بیابید.
۲. آیا نقطه $C(7, 3)$ بر روی محیط این دایره قرار دارد؟ چرا؟

۱۹. دو ضلع یک مستطیل بر خطوط به معادلات $x - 3y = 1$ و $3x + y = 3$ واقع هستند. اگر $A(5, 2)$ رأسی از این مستطیل باشد، مختصات محل برخورد قطرهای آن را بیابید.

۲۰. ثابت کنید فاصله دو خط موازی $ax + by + c = 0$ و $ax + by + c' = 0$ برابر $\frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ است.

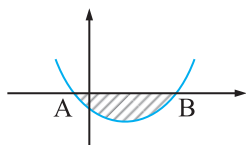
۲۱. فاصله دو خط به معادلات $y = \sqrt{3}x - 1$ و $\sqrt{3}y - 3x + 5 = 0$ را بیابید.

۲۲. دو نقطه بر خط به معادله $y = x + 1$ قرار دارند که فاصله آنها از خط $2x - y = -3$ برابر $\sqrt{5}$ است. طول این دو نقطه را بیابید.

۲۳. معادله چهار ضلع یک مستطیل بر روی خطوط $2x + 3y = 1$ ، $2x + 5 + 3y = 0$ ، $2x - 2y = 3$ و $2y = x - 1$ قرار دارد. محیط این مستطیل را بیابید.

۲۴. دایره‌ای به مرکز $(-1, 4)$ بر دو خط به معادلات $3x + 4y = -2$ و $5x - 12y = k$ مماس است. مقادیر ممکن برای k را بیابید.

۲۵. شکل نمای جانبی عدسی از منحنی سهمی به معادله $y = x^2 - 8x - 20$ مطابق شکل زیر مدل سازی می شود.



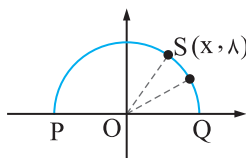
۱. مشخصات نقاط انتهایی عدسی (A و B) را به دست آورید.

۲. اگر x برحسب سانتی متر باشد، طول AB را به دست آورید.

۳. اگر عدسی کاملاً متقارن و y برحسب میلی متر باشد، بیشترین ضخامت آن چقدر است؟

۲۶. ثابت کنید اگر $A(x_0, y_0)$ باشد، فاصله آن از خط $ax + by + c = 0$ از رابطه $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ به دست می آید.

۲۷. نقطه $S(x, 8)$ روی نیم دایره‌ای به شعاع ۱۰ در شکل زیر قرار داده شده است.



۱. مقدار x را به دست آورید.

۲. شیب خطهای SQ و PS را به دست آورید.

۳. نشان دهید $\hat{PSQ}$ قائمه است.

۲۸. در یکی از جاده‌های کشور تصادفی رخ داده است که مشخصات نقطه تصادف روی نقشه مرکز امداد به صورت $P(50, 30)$ است. پایگاه‌های امداد هوایی

که به محل تصادف نزدیک‌اند، در نقاط $A(10, -20)$ و $B(80, 90)$ واقع‌اند. شما کدام پایگاه را برای اعزام بالگرد امداد به محل حادثه پیشنهاد می کنید؟

۲۹. قرینه نقطه $A(2, 1)$ نسبت به خط $x - y = 2$ را بیابید.

۳۰. نقطه $M(0, 4)$ وسط قطر مربعی است که یک ضلع آن بر خط به معادله $2y + x = 1$ واقع شده است. مساحت را به دست آورید.

۱. اگر طول نقطه $A(2n-3, \frac{1}{p}-3n)$ از سه برابر عرض آن یک واحد بیشتر باشد، A در کدام ناحیه دستگاه مختصات قرار دارد؟

- ۱ اول ۲ دوم ۳ سوم ۴ چهارم

۲. مقدار m کدام یک از اعداد زیر باشد تا فاصله نقطه $A(-2m, 3m-1)$ در ربع دوم از محورهای مختصات به یک اندازه باشد؟

- ۱ -1 ۲ $\frac{1}{5}$ ۳ 1 ۴ $-\frac{1}{5}$

۳. اگر نقطه $(m+2, 2m+1)$ در ربع چهارم دستگاه مختصات واقع باشد حدود m کدام است؟

- ۱ $m > \frac{1}{2}$ ۲ $m < -2$ ۳ $-2 < m < -\frac{1}{2}$ ۴ $-\frac{1}{2} < m < 2$

۴. نقطه $M(m^2+2, n^2-1)$ روی مرز دو ناحیه دستگاه مختصات قرار دارد. آن دو ناحیه کدام هستند؟

- ۱ اول و دوم ۲ اول و چهارم ۳ دوم و سوم ۴ سوم و چهارم

۵. نوع شکلی که توسط خطوط $x=-1$ ، $x=2$ و $3y=2x+5$ تشکیل می شود کدام است؟

- ۱ متوازی الاضلاع ۲ مستطیل ۳ دوزنقه ۴ لوزی

۶. مساحت مثلثی که توسط خطوط $y=3x$ و $y+x=4$ و محور x ها ایجاد می شود کدام است؟

- ۱ 4 ۲ 2 ۳ 12 ۴ 6

۷. اگر $A(-1, 3)$ و $B(2, -1)$ رئوس مجاور یک مستطیل به مساحت ۱۵ باشند، عرض مستطیل کدام است؟

- ۱ 5 ۲ $3\sqrt{5}$ ۳ $\sqrt{5}$ ۴ 3

۸. طول بزرگ ترین ضلع مثلثی که توسط خطوط $y=0$ ، $\sqrt{3}y=x$ و $y+\sqrt{3}x=3\sqrt{3}$ ایجاد می شود چقدر است؟

- ۱ 3 ۲ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ۳ $\frac{3}{2}$ ۴ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۹. فاصله نقطه C روی خط $y=2x+1$ از نقطه $A(2, 0)$ برابر ۵ است. بیش ترین فاصله C از مبدأ مختصات چقدر است؟

- ۱ $\sqrt{13}$ ۲ $\sqrt{29}$ ۳ $\sqrt{2}$ ۴ $\sqrt{10}$

۱۰. نقاط $A(2, 5)$ ، $B(2+\sqrt{2}, 4)$ و $C(3, 5+\sqrt{2})$ رئوس یک مثلث هستند، نوع این مثلث کدام است؟

- ۱ متساوی الساقین ۲ متساوی الاضلاع ۳ قائم الزاویه متساوی الساقین ۴ قائم الزاویه

۱۱. نقطه $A(-2, 0)$ مفروض است. مختصات نقطه B کدام می تواند باشد تا ABO تشکیل یک مثلث متساوی الاضلاع بدهد؟ (O مبدأ مختصات است.)

- ۱ $(1, \sqrt{3})$ ۲ $(-1, -2)$ ۳ $(-1, \sqrt{3})$ ۴ $(-1, 2)$

۱۲. اگر M نقطه ای روی خط $y=4x+2$ و از دو نقطه $A(0, 1)$ و $B(0, 2)$ به یک فاصله باشد، طول نقطه M کدام است؟

- ۱ $-\frac{1}{8}$ ۲ $\frac{1}{8}$ ۳ $-\frac{1}{4}$ ۴ $\frac{1}{4}$

۱۳. نقاط $A(-1, 0)$ ، $B(2, 1)$ و $C(0, 5)$ رئوس یک مثلث هستند. طول میانه وارد بر ضلع BC این مثلث کدام است؟

- ۱ 6 ۲ 3 ۳ $\sqrt{45}$ ۴ $\sqrt{13}$

۱۴. نقطه C روی خط $y=x-2$ از دو نقطه $A(7, 5)$ و $B(-1, -3)$ به یک فاصله است. عرض نقطه C کدام است؟

- ۱ 4 ۲ 3 ۳ 2 ۴ 1

۱۵. مجموع شیب‌های دو خط عمود بر هم برابر ۱ است. اگر محل تقاطع دو خط نقطه $A(2, 1)$ باشد، عرض از مبدأ خط دارای شیب منفی کدام است؟

- ۱ $-\sqrt{5}$ ۲ $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ ۳ $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ ۴ $\sqrt{5}$

۱۶. از نقطه $M(1, 2)$ عمودی بر خط $4y + 3x = 36$ رسم می‌کنیم تا آن را در نقطه H قطع کند. طول نقطه H کدام است؟

- ۱ ۶ ۲ ۴ ۳ ۱۲ ۴ ۱۶

۱۷. یک سر پاره‌خطی در نقطه‌ای به عرض ۲ بر خط $x = 2y - 1$ عمود است و سر دیگر آن روی خط $y = 2x$ قرار دارد. طول این پاره‌خط چقدر است؟

- ۱ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۲ $\sqrt{5}$ ۳ $\sqrt{3}$ ۴ $\frac{\sqrt{5}}{4}$

۱۸. معادله عمود منصف پاره‌خطی که دو سر آن $A(-1, 0)$ و $B(3, 4)$ باشد کدام است؟

- ۱ $x + y = -3$ ۲ $x - y = 3$ ۳ $x + y = 3$ ۴ $x - y = -3$

۱۹. معادله سه ضلع مثلثی به صورت $AB: x + 2y = 3$ ، $AC: y = 2x - 1$ و $BC: x + y = 4$ است. طول ارتفاع AH کدام است؟

- ۱ ۲ ۲ $\sqrt{2}$ ۳ $3\sqrt{2}$ ۴ $2\sqrt{10}$

۲۰. نقاط $A(1, 1)$ ، $B(4, 1)$ و $C(-2, 2)$ رئوس یک مثلث هستند. مساحت این مثلث کدام است؟

- ۱ $1/5$ ۲ ۳ ۳ ۶ ۴ $2\sqrt{10}$

۲۱. مساحت مثلث حاصل از برخورد سه خط زیر کدام است؟

- $d_1: x + y = 1$ $d_2: x - y = 3$ $d_3: 2x + y = -1$
- ۱ $\frac{16}{3}$ ۲ $\frac{32}{3}$ ۳ ۱۶ ۴ ۳۲

۲۲. دو نقطه روی خط $x + 2y = 0$ وجود دارند که از نیمساز ربع اول و سوم به فاصله $2\sqrt{5}$ هستند. اگر این دو نقطه را A و B بنامیم، مساحت مثلث

ABC چند واحد مربع است؟ (نقطه C روی محور y ها به عرض ۳ است.)

- ۱ $4\sqrt{10}$ ۲ $2\sqrt{10}$ ۳ $\frac{190}{3}$ ۴ $\frac{95}{3}$

۲۳. دو نقطه بر خط $y = x - 1$ قرار دارند که فاصله این نقاط از خط $2x - 3y = 5$ برابر با $\sqrt{13}$ است. طول‌های این نقاط کدام است؟

- ۱ ۹ و ۱۵ ۲ ۱۱ و ۱۵ ۳ ۱۵ و ۱۱ ۴ ۹ و ۱۱

۲۴. نقطه A رأس یک متوازی‌الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر دو خط $2y - 3x = 11$ و $3y + 4x = 8$ می‌باشند. مختصات وسط‌قطر آن کدام است؟

- ۱ $(1, 5)$ ۲ $(3, 4)$ ۳ $(3, 5)$ ۴ $(4, 3)$

۲۵. سه ضلع مثلثی به معادلات $AB: 2y - x = 3$ ، $AC: y - 2x = -3$ و $BC: 2y + 3x = 6$ هستند. معادله ارتفاع AH از مثلث کدام است؟

- ۱ $6y - 4x = 15$ ۲ $9y - 6x = 17$ ۳ $3y - 2x = 3$ ۴ $3y + 2x = 9$

۲۶. نقطه A وسط قطر مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط به معادله $2y - x = 5$ است. مساحت این مربع کدام است؟

- ۱ ۴۰ ۲ ۴۵ ۳ ۷۵ ۴ ۸۰

۲۷. فاصله مبدأ مختصات از خطی به معادله $2y = mx + b$ و گذرنده از $(1, 2)$ برابر ۱ است. m کدام است؟

- ۱ $\frac{3}{2}$ ۲ $\frac{2}{3}$ ۳ $-\frac{2}{3}$ ۴ $-\frac{3}{2}$

۲۸. طول قطر مربعی که یک قطر آن روی خط $x + y = 5$ و مختصات یک رأس آن $(-2, 1)$ است، کدام است؟

- ۱ $3\sqrt{2}$ ۲ $4\sqrt{2}$ ۳ ۵ ۴ $6\sqrt{2}$

۲۹. نقاط $A \begin{vmatrix} 6 \\ 2 \end{vmatrix}$ ، $B \begin{vmatrix} 5 \\ 5 \end{vmatrix}$ و $C \begin{vmatrix} 6 \\ 8 \end{vmatrix}$ سه رأس یک لوزی می‌باشند. مساحت آن لوزی کدام است؟

- ۱) ۶ ۲) ۱۲ ۳) ۲۴ ۴) ۳

۳۰. فاصله محل تلاقی میانه‌های مثلثی به رئوس $A(4, 3)$ ، $B(2, -1)$ و $C(0, -2)$ از نقطه $M(-1, 1)$ کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۱۰ ۳) $\sqrt{10}$ ۴) $\sqrt{3}$

۳۱. مساحت مثلثی با سه رأس به مختصات $A(2, 0)$ ، $B(4, -1)$ ، $C(0, -3)$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

۳۲. اگر $M(2, 3)$ ، $N(3, 4)$ و $P(1, -2)$ نقاط میانی اضلاع مثلث ABC باشند، مساحت مثلث ABC کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

۳۳. سه ضلع یک مثلث به معادلات $AB: y + 2x = 7$ ، $AC: 4y - 3x = 17$ و $BC: 2y - 7x = -19$ هستند. طول ارتفاع BH کدام است؟

- ۱) ۴/۴ ۲) ۳ ۳) ۲/۵ ۴) ۱

(سراسری ریاضی دی-۹۰)

۳۴. نقاط $A(0, 1)$ و $B(4, -2)$ دو رأس مجاور مربع $ABCD$ هستند. طول مختصات نقطه D در ربع سوم کدام است؟

- ۱) -۱ ۲) -۲ ۳) -۳ ۴) -۴

(سراسری تجربی-۹۹)

۳۵. مثلثی با رأس‌های $A(1, 5)$ ، $B(7, 3)$ ، $C(2, -2)$ مفروض است. اندازه ارتفاع AH در مثلث ABC کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) $3\sqrt{2}$ ۳) ۵ ۴) $4\sqrt{2}$

۳۶. شیب نیم خطی با نقطه شروع $A(2, 4)$ برابر ۳ است. مستطیل $ABCD$ را چنان می‌سازیم که نقطه B روی نیم خط فوق و رأس سوم آن $C(-3, -1)$ باشد، محیط مستطیل کدام است؟

(سراسری تجربی تیر-۹۰)

- ۱) ۲۴ ۲) ۱۸ ۳) $6\sqrt{10}$ ۴) $3\sqrt{10}$

۳۷. نقطه $H(2, 1)$ را روی خط $3x - y = 5$ در نظر بگیرید. مثلث متساوی‌الاضلاع ABC را با ارتفاع AH می‌سازیم به طوری که محیط مثلث $\sqrt{270}$ واحد باشد، مختصات رأس A کدام است؟

(سراسری تجربی تیر-۹۰)

- ۱) $(\frac{7}{2}, \frac{1}{2})$ ۲) $(\frac{13}{2}, -\frac{1}{2})$ ۳) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ ۴) $(-\frac{1}{2}, \frac{11}{6})$

۳۸. فاصله نقطه A روی خط $x + y = a$ از دو نقطه $B(-3, 2)$ و $C(-1, 4)$ به ترتیب $\sqrt{29}$ و ۵ است. مقدار a چقدر است؟

(سراسری ریاضی تیر-۹۰)

- ۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۱ ۴) -۱

۳۹. دو ضلع مقابل به هم در یک مستطیل روی خطوط به معادله $y - ax = 1$ و $ay - x = a - 1$ واقع هستند. اگر قطر مستطیل برابر ۵ و نقطه $(1, 2)$ یک رأس از مستطیل باشد، مساحت مستطیل کدام است؟

(سراسری تجربی دی-۹۰)

- ۱) ۲/۵ ۲) ۳/۵ ۳) $\sqrt{46}$ ۴) $2\sqrt{34}$

۴۰. نقطه $(4/5, 2)$ رأس یک مستطیل است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $4x + y = 3$ و $x - 4y = 5$ هستند. بیش‌ترین فاصله وسط قطر از اضلاع

(سراسری ریاضی تیر-۹۰)

- ۱) $\frac{\sqrt{17}}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{17}}{4}$ ۳) $2\sqrt{17}$ ۴) $\sqrt{17}$

کدام است؟

۱. ریشه معادلات زیر را بیابید.

۱ $3x^2 = 5x - 2$

۲ $2x^3 + x^2 + 3x = 0$

۳ $x^4 - 2x^2 - 4 = 0$

۴ $(4 - x^2)^2 - (4 - x^2) = 12$

۵ $(\frac{x^2}{3} - 2)^2 - 7(\frac{x^2}{3} - 2) + 6 = 0$

۲. مقدار k را چنان بیابید که یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 + kx^2 - x - 2$ برابر (-2) باشد، سپس صفرهای دیگر تابع را به دست آورید.

۳. معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $2 + \sqrt{3}$ و $2 - \sqrt{3}$ باشند.

۴. آیا مستطیلی با محیط 11cm و مساحت 6cm^2 وجود دارد؟ اگر جواب مثبت است، طول و عرض آن را مشخص کنید.

۵. در معادله $2x^2 - 6x + 3 = 0$ ، اگر α و β ریشه‌های معادله باشند به طوری که $\beta > \alpha$ ، آنگاه حاصل هر یک از قسمت‌های زیر را بیابید.

۱ $\alpha^2 + \beta^2 =$

۲ $\alpha^3 + \beta^3 =$

۳ $\alpha^4 + \beta^4 =$

۴ $\alpha^5 + \beta^5 =$

۵ $\alpha^6 + \beta^6 =$

۶ $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} =$

۷ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} =$

۸ $\beta\sqrt{\beta} + \alpha\sqrt{\alpha} =$

۹ $\frac{\sqrt{\alpha}}{\beta} + \frac{\sqrt{\beta}}{\alpha} =$

۱۰ $\alpha\beta^4 + \beta\alpha^4 =$

۶. مقدار ماکزیمم یا مینیمم توابع با ضابطه‌های زیر را به دست آورید.

۱ $f(x) = -2x^2 + 8x - 5$

۲ $g(x) = 3x^2 + 6x + 5$

۷. معادله سهمی‌های زیر را بنویسید.

