

به نام خدای خوبی‌ها



مجموعه کتاب‌های کار علوی



مؤلفان: محمد آباد- حمید جیریائی شراهی

مقدمه مؤلفان



اینکه ما می توانیم به فرزندان این مرز و بوم خدمت کبیر نعمتی است که خداوند به ما هدیه کرده و . . .
از دست و زبان که برآید کرعهده شکرش به درآید

مدارس برترو مراکز استعداد های درخشان در ارائه خدمات آموزشی و علمی، روندی فکری شده و هدفمند دارند و از همین رو مسیر موفقیت از کلاس های درسی این مدارس می گذرد. از آن جا که دانش آموزان خبیر قوی تر علمی، نیازمند توجه خاص و تأمین خوراک آموزش در سطح بالاتر هستند.

عقل سلیم حکم می کند این گروه از دانش آموزان در این مراکز برتر آموزشی تحصیل کنند.

گروهی دیگر از دانش آموزان نیز هستند که از نظر سطح علمی و آموزشی در حد متوسط قرار دارند و الگوی برنامه ریزی برای ایشان با گروه تیز هوش متفاوت است.

و اما شما در هر گروهی هستید از محتوای علمی مکمل بی نیاز نیستید. و کتب کمک آموزشی معمولی ترین محتوای تکمیلی هستند. در کتاب حاضر نیز سعی شده همه آنچه شما برای بهتر فهمیدن دروس کتاب درسی نیاز دارید در اختیار شما قرار گیرد. به همین منظور مفاهیم کتاب درسی با روش عمیق تر همه را با نکات آموزشی مؤثر و سؤالات متعدد همه را با پاسخ ارائه شده تا از اراک، تثبیت و تسلط به خوبی و با ماندگاری طولانی تر انجام پذیرد.

در پایان از زحمات مجموعه مدیرانست موسسه فرهنگی آموزشی علوی و نیز واحد انتشارات صمیمانه سپاسگزاریم.

فهرست



فصل اول

عددهای صحیح و گویا

یادآوری عددهای صحیح ★

معرفی عددهای گویا ★

جمع و تفریق عددهای گویا ★

ضرب و تقسیم عددهای گویا ★





یادآوری عددهای صحیح

عددهای صحیح: مجموعه‌ای که شامل اعداد طبیعی، صفر و قرینه‌ی اعداد طبیعی باشد را اعداد صحیح گویند.

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$$

اعدادی مانند $(-4), +(-4), -\sqrt{16} = -4$ و $\frac{8}{5} = 1.6$ و $\frac{\sqrt{25}}{-5} = -1$ صحیح‌اند.

به عبارت دیگر می‌توان گفت اعداد صحیح شامل

الف) اعداد طبیعی (N) $1, 2, 3, \dots$

ب) صفر (نه مثبت است و نه منفی)

پ) منفی اعداد طبیعی $\dots, -3, -2, -1$ می‌باشند.

کدامیک از اعداد زیر صحیح هستند؟



$$-\sqrt{81}, \frac{2}{4}, \frac{3^2}{9}, \frac{-1}{5}, \frac{-7}{\sqrt{49}}$$



$-\sqrt{81}$ برابر ۹- است، پس $-\sqrt{81}$ عددی صحیح است.

صفر طبق تعریف عددی صحیح است.

$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ و $\frac{3^2}{9} = \frac{1}{5}$ کسرهای کوچک‌تر از واحد هستند، پس صحیح نیستند.

$\frac{3^2}{9} = 1$ و $\frac{-7}{\sqrt{49}} = \frac{-7}{7} = -1$ بنابراین هر دو صحیح هستند.

حرکت روی محور: هر حرکت روی محور را می‌توان با یک عدد صحیح و برای هر عدد صحیح می‌توان حرکت

روی محور از صفر رسم کرد.



حرکت‌های روی محور به ترتیب از چپ به راست اعداد $-3, +1$ و صفر را نشان می‌دهند.

قرینه‌ی یک عدد صحیح: با ضرب علامت منفی در عددی صحیح، قرینه‌ی آن به دست می‌آید.

قرینه‌ی عددهای صحیح زیر را بیابید.



$$+18$$

$$-(+1395)$$



$$+18 \xrightarrow{\text{قرینه}} -(+18) = -18$$

$$-(+1395) \xrightarrow{\text{قرینه}} -(-(+1395)) = +1395$$

جمع و تفریق اعداد صحیح

در جمع اعداد صحیح اگر دو عدد هم‌علامت باشند، بدون در نظر گرفتن علامت‌ها، مجموع آن‌ها را پیدا کرده و علامت یکی از آن‌ها را قرار می‌دهیم.

حال اگر دو عدد غیر هم‌علامت باشند، دو عدد را از هم کم کرده و برای قرار دادن علامت، ابتدا دو عدد را بدون توجه به علامت مقایسه می‌کنیم، سپس علامت عددی که بزرگ‌تر است را برای حاصل قرار می‌دهیم.

در تفریق اعداد صحیح کافی است ابتدا تفریق را به جمع تبدیل و سپس عدد بعد از آن را قرینه کنیم و در آخر به کمک قواعد جمع حاصل را به دست آوریم.



حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به دست آورید.

۱ $7 + (-9)$

۲ $-5 + (-23)$

۳ $-5 - (-12)$

۴ $-7 - 13$



در قسمت «۱» دو عدد غیر هم‌علامت هستند، پس:

۱ $7 + (-9) = -2$

در قسمت «۲» دو عدد هم‌علامت‌اند، پس با هم جمع و یکی از علامت‌ها را کنار حاصل قرار می‌دهیم:

۲ $-5 + (-23) = -28$

در قسمت‌های «۳» و «۴» ابتدا تفریق را به جمع تبدیل و عدد بعد از هر تفریق را قرینه می‌کنیم، خواهیم داشت:

۳ $-5 - (-12) = -5 + 12 = 7$

۴ $-7 - 13 = -7 + (-13) = -20$



مجموع بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از (-41) که بر ۳ بخش‌پذیر است با کوچک‌ترین عدد صحیح بزرگ‌تر از (-18) که بر

۴ بخش‌پذیر است چیست؟



اعداد صحیح کوچک‌تر از ۴۱ که بر ۳ بخش‌پذیرند عبارتند از:

$-42, -45, -48, \dots$

که بزرگ‌ترین آن‌ها (42) می‌باشد و اعداد صحیح بزرگ‌تر از (18) که بر ۴ بخش‌پذیرند عبارتند از:

$-16, -12, -8, \dots$ که کوچک‌ترین آن‌ها برابر (16) است، پس خواهیم داشت:

$(-42) + (-16) = -58$

ضرب و تقسیم عددهای صحیح

در ضرب و تقسیم عددهای صحیح ابتدا علامت حاصل را به دست آورده و سپس ضرب یا تقسیم را انجام می دهیم.

حاصل هریک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

مثال

۱) $(-2) \times 4$

۲) $(-48) \div (-6)$

۳) $121 \div (-11)$

پاسخ

۱) -8

۲) 8

۳) -11

اولیتهای محاسبانی: ترتیب زیر را برای به دست آوردن حاصل عبارات رعایت می کنیم.

۱) پرانتز یا کروشه یا آکولاد $\{\{\}\}$

۲) توان یا جذر

۳) ضرب و تقسیم (عملی که سمت چپ نوشته شده اولویت دارد).

۴) جمع و تفریق (جمع و تفریق نسبت به هم اولویت ندارند).

حاصل عبارات زیر را بیابید.

مثال

۱) $-2 - 5 \times 4$

۲) $25 \div 7 \times (-2)$

۳) $-48 \div 6 \times 5 - 2$

۴) $1 - 2(2 - 3(3 - 4))$

۵) $2^4 - 2[-(3 - (-1^2)) - 1]$

۶) $8 \div 4 \times 2 - 2[1 - (-2 - (-1)) \times 2]$

پاسخ

۱) $-2 - 5 \times 4 = -2 - 20 = -22$

۲) $25 \div 7 \times (-2) = 5 \times (-2) = -10$

۳) $-48 \div 6 \times 5 - 2 = -8 \times 5 - 2 = -40 - 2 = -42$

۴) $1 - 2(2 - 3(3 - 4)) = 1 - 2(2 - 3(-1)) = 1 - 2(2 + 3) = 1 - 2(5) = 1 - 10 = -9$

۵) $2^4 - 2[-(3 - (-1^2)) - 1] = 16 - 2[-(3 - (-1)) - 1] = 16 - 2[-(+4) - 1]$

$= 16 - 2(-4 - 1) = 16 - 2(-5) = 16 + 10 = 26$

۶) $8 \div 4 \times 2 - 2[1 - (-2 - (-1)) \times 2] = 6 - 2[1 - (-2)] = 6 - 2(3) = 6 - 6 = 0$

عددهای صحیح و گویا ▶ فصل اول

حاصل عبارات زیر را بیابید.



$$\#1 \quad 3 - 5 + 7 - 9 + 11 - 13 + \dots + 39 - 41$$

$$\#2 \quad -1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 - 7 + 8 - \dots - 99 + 100$$

$$\#3 \quad -5 - 6 - 7 - 8 - 9 + 8 + 7 + 6 + 5$$



$$\#1 \quad \underbrace{3-5}_{-2} + \underbrace{7-9}_{-2} + \underbrace{11-13}_{-2} + \dots + \underbrace{39-41}_{-2} = 10(-2) = -20$$

$$\#2 \quad \underbrace{-1+2}_{+1} + \underbrace{-3+4}_{+1} + \underbrace{-5+6}_{+1} + \underbrace{-7+8}_{+1} - \dots - 99 + 100 = 50(+1) = +50$$

$$\#3 \quad \underline{-5-6-7-8-9} + \underline{8+7+6+5} = -9$$

جمع اعداد متوالی: کافی است عدد اول را با عدد آخر جمع کنیم، سپس دومین عدد را با عدد قبل از آخر و این کار را به همین ترتیب

ادامه دهیم. به طور مثال اگر بخواهیم مجموع اعداد ۱ تا ۵۰ را بیابیم به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} 1+2+3+\dots+48+49+50 \\ \hline \quad \quad \quad 51 \\ \hline \quad \quad \quad 51 \\ \hline \quad \quad \quad 51 \end{array}$$

مشاهده می‌کنید که همه‌ی جمع‌ها ۵۱ است. از آنجایی که حاصل جمع هر دو عدد ۵۱ شده است، پس تعداد ۵۱‌هایی که با هم جمع

شده‌اند، نصف تعداد اعداد یعنی ۲۵ است، پس خواهیم داشت: $1+2+3+\dots+48+49+50 = 25 \times 51 = 1275$

تذکره: برای به دست آوردن مجموع اعداد متوالی می‌توان از رابطه‌ی زیر کمک گرفت:

$$1 + \frac{\text{اولین عدد} - \text{آخرین عدد}}{\text{فاصله‌ی دو عدد متوالی}} = \text{تعداد اعداد}$$

$$\text{تعداد اعداد} \times \frac{\text{آخرین عدد} + \text{اولین عدد}}{2} = \text{حاصل جمع}$$

حاصل هر یک از جمع‌های زیر را به دست آورید.



$$\#1 \quad 1 + 3 + 5 + \dots + 89$$

$$\#2 \quad 19 + 21 + 23 + \dots + 79$$

کافی است ابتدا تعداد اعداد را در هر قسمت محاسبه و سپس حاصل جمع را به دست آوریم.



$$\#1 \quad 1 + 3 + 5 + \dots + 89$$

$$\text{تعداد اعداد} = \frac{89-1}{2} + 1 = \frac{88}{2} + 1 = 44 + 1 = 45$$

$$\text{حاصل جمع} = (1+89) \times \frac{45}{2} = \frac{90}{2} \times \frac{45}{1} = 45 \times 45 = 2025$$

$$\#2 \quad 19 + 21 + 23 + \dots + 79$$

$$\text{تعداد اعداد} = \frac{79-19}{2} + 1 = \frac{60}{2} + 1 = 30 + 1 = 31$$

$$\text{حاصل جمع} = (19+79) \times \frac{31}{2} = \frac{98}{2} \times \frac{31}{1} = 49 \times 31 = 1519$$



حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

۱. $1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 199 - 200$

۲. $(15-1)(14-1)(13-1)\dots(-14-1)(-15-1)$



در قسمت (۱) حاصل هر دو عدد کنار هم برابر (۱) است و از ۱ تا ۲۰۰ تعداد ۱۰۰ جفت عدد داریم که حاصل جمع همه‌ی آنها (۱) است. پس:

۱. $1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 199 - 200 = (-1) \times 100 = -100$

در قسمت (۲) کافی است حاصل هر برانتز را به دست آوریم، چون در بین اعداد متوالی ۱۴ تا ۱۶-، عدد صفر قرار دارد. حاصل ضرب آنها برابر صفر خواهد بود.

۲. $(15-1)(14-1)(13-1)\dots(-14-1)(-15-1) = 14 \times 13 \times 12 \times \dots \times (-15)(-16) = 0$



پرسش‌های طبقه‌بندی

درس

۱



۱ درستی عبارت‌های زیر را با و نادرستی آن‌ها را با مشخص کنید.

الف مجموع هر عدد با قرینه‌اش صفر است.

ب مجموع دو عدد منفی، عددی مثبت است.

پ مجموع اعداد صحیح سه رقمی برابر صفر است.

ت حاصل ضرب دو عدد منفی، عددی مثبت است.

ث مربع هر عدد منفی، عددی منفی است.

ج اعداد صحیح همان قرینه‌ی اعداد طبیعی هستند.

۲ جاهای خالی را با اعداد یا کلمات مناسب کامل کنید.

الف بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی دو رقمی عدد است.

ب اگر حاصل ضرب دو عدد غیر صفر صحیح منفی شود آن دو عدد هستند.

پ بزرگ‌ترین عدد زوج منفی عدد است.

ت کوچک‌ترین عدد طبیعی فرد دو رقمی عدد است.

۳ موارد مرتبط را به هم وصل کنید.

۳ ●●

۰ ●●

-۱۰ ●●

●● بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی دو رقمی

●● تعداد اعداد طبیعی بین دو عدد -۴ و +۴

●● حاصل ضرب اعداد صحیح بین -۵ و +۵

۴ کدام یک از اعداد زیر صحیح هستند؟ زیر آن‌ها خط بکشید.

الف $(+5), -(-3)^0, \frac{\sqrt{36}}{5}, \frac{2^5}{3^5}$

ب $\frac{\sqrt{25}}{-3}, \frac{0}{2}, (\frac{1}{2})^2, \frac{2^2}{3+3}$

۵ بین دو عدد -۱ و ۰ چند عدد صحیح وجود دارد؟

۶ اعداد صحیح منفی بزرگ‌تر از -۳ را بنویسید.

۷ اعداد صحیح مثبت بزرگ‌تر از ۵- را بنویسید.

