

به نام خدای خوبی‌ها



مجموعه کتاب‌های کار علوی



مؤلفان: محمد آباد- حمید جیریائی شراهی



اینکه ما می‌توانیم به فرزندان این مرزوبوم خدمت کنیم نعمتی است که خداوند به ما هدیه کرده

... و

از دست و زبان که برآید      کزعهده شکرش به درآید

مدارس برتر و مراکز استعداد های درخشان در ارائه خدمات آموزشی و علمی، روندی فکر شده و هدفمند دارند و از همین رو مسیر موفقیت از کلاس های درسی این مدارس می‌گذرد. از آن جا که دانش آموزان نخبه و قوی تر علمی، نیازمند توجه خاص و تأمین خوراک آموزشی در سطوح بالاتر هستند. عقل سلیم حکم می‌کند این گروه از دانش آموزان در این مراکز برتر آموزشی تحصیل کنند. گروهی دیگر از دانش آموزان نیز هستند که از نظر سطح علمی و آموزشی در حد متوسط قرار دارند و الگوی برنامه ریزی برای ایشان با گروه تیزهوش متفاوت است.

و اما شما در هر گروهی هستید از محتوای علمی مکمل بی‌نیاز نیستید. و کتب کمک آموزشی معمولی‌ترین محتوای تکمیلی هستند. در کتاب حاضر نیز سعی شده همه آنچه شما برای بهتر فهمیدن دروس کتاب درسی نیاز دارید در اختیار شما قرار گیرد. به همین منظور مفاهیم کتاب درسی با روش عمیق تر همراه با نکات آموزشی مؤثر و سؤالات متعدد همراه با پاسخ ارائه شده تا ادراک، تثبیت و تسلط به خوبی و با ماندگاری طولانی تر انجام پذیرد.

در پایان از زحمات مجموعه مدیریت موسسه فرهنگی آموزشی علوی و نیز واحد انتشارات صمیمانه سیاست‌گذاریم.



فهرست



## فصل اول

### راهبرد حل مسئله

راهبرد رسم شکل ★

راهبرد الگوسازی ★

راهبرد حذف حالت‌های نامحدود ★

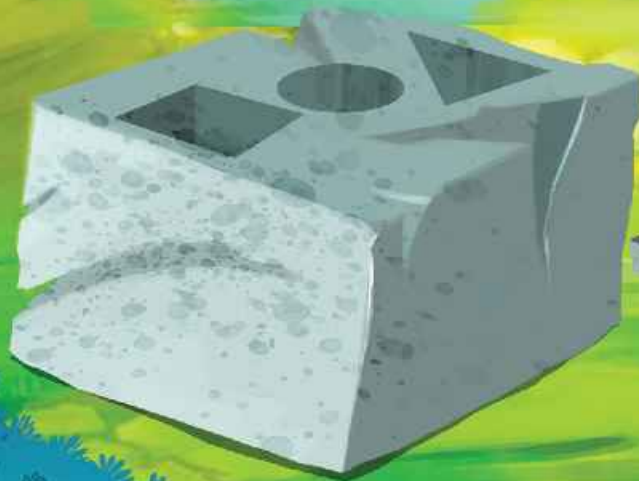
راهبرد الگویابی ★

راهبرد حدس و آزمایش ★

راهبرد زیر مسئله ★

راهبرد حل مسئله ساده‌تر ★

راهبرد روش‌های نمادین ★





راهبرد

راهبرد به معنی روش حل است. گاهی برای حل یک مسئله می‌توان روش‌های متفاوتی پیدا کرد. نکته مهم پیدا کردن راه‌حلی است که ساده‌تر و سریع‌تر از بقیه راه‌حل‌ها باشد.

راه‌حل یک مسئله ممکن است به صورتی کاملاً غیرمنتظره در برابر ما پدیدار شود. مدتی روی یک مسئله کار می‌کنیم و در دور و بر آن به کنکاش می‌پردازیم و پیشرفتی نمی‌کنیم. ناگهان، اندیشه‌ای پدید می‌آید و یک باره پرتویی در تاریکی می‌بینیم. چگونه یک مسئله را حل کنیم؟

در حل یک مسئله سعی می‌کنیم مراحل زیر را دنبال کنیم.

**(۱) فهمیدن مسئله:** برای درک و فهم یک مسئله باید آن را خوب بخوانیم، یعنی:

الف) بتوانیم مسئله را به زبان و کلمات خود بیان کنیم.

ب) خلاصه مسئله را بیان کنیم.

پ) داده‌های مسئله را مشخص کنیم.

ت) خواسته‌های مسئله را معلوم کنیم.

ث) شرط‌های مسئله را جدا کنیم.

ج) مسئله را به صورت یک نمایش اجرا کنیم.

**(۲) انتخاب راهبرد مناسب:** دانستن نام هر راهبرد به ما کمک می‌کند تا آن‌ها را مرور کنیم. راهبردهای حل مسئله عبارت‌اند از:

الف) رسم شکل

ب) الگوسازی

پ) حذف حالت‌های نامطلوب

ت) الگویابی

ث) حدس و آزمایش

ج) زیرمسئله

ح) حل مسئله ساده‌تر

ح) روش‌های نمادین

**(۳) حل مسئله:** مسئله را از هر راهبردی که در ابتدا به ذهنمان می‌رسد شروع به حل می‌کنیم. در صورت عدم رسیدن به پاسخ راهبرد را تغییر می‌دهیم.

**(۴) بازگشت به عقب:** پس از رسیدن به پاسخ می‌بایست بررسی کنیم تا مطمئن شویم پاسخمان درست است. ممکن است چندین جواب پیدا کنیم، اما همه آن‌ها جواب اصلی مسئله نباشد.



انواع راهبردهای حل مسئله

۱) راهبرد رسم شکل

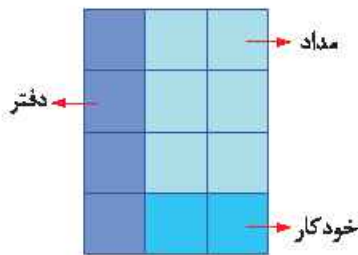
در برخی مسائل با کشیدن یک شکل مناسب و بدون نیاز به نوشتن عملیات و محاسبات ریاضی، به راحتی می‌توان مسئله را حل کرد.

مثال

پیام با  $\frac{1}{3}$  پولش دفتر، با  $\frac{2}{4}$  باقی‌مانده پولش مداد با بقیه پول خودکار می‌خرد. پیام با چه کسری از پولش خودکار خریده است؟

پاسخ

پیام با  $\frac{2}{12}$  پولش خودکار خریده است.

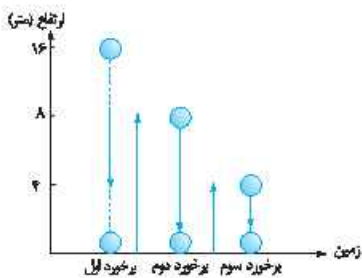


مثال

تویی از ارتفاع ۱۶ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از برخورد به زمین، به اندازه نصف ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید. این توپ از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه‌ای که به زمین برخورد می‌کند، چند متر حرکت کرده است؟

پاسخ

با توجه به شکل داریم:



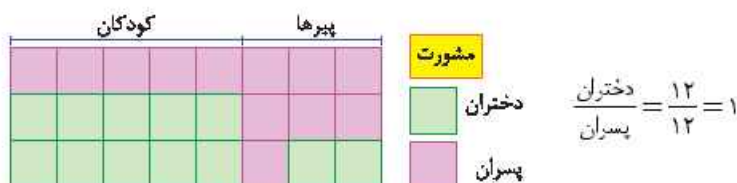
$$\text{متر} = 16 + 8 + 8 + 4 + 4 = 40$$

مثال

در شهری نسبت کودکان به پیرها ۵ به ۳ و نسبت دختران به پسران در جمع کودکان ۲ به ۱ و نسبت دختران به پسران در جمع پیرها ۲ به ۷ است. نسبت دختران به پسران در جمع کل کودکان و پیرهای این شهر چقدر است؟

پاسخ

با توجه به شکل داریم:



## پرسش‌های طبقه‌بندی



۱ عبارات درست را با  و نادرست را با  مشخص کنید.

الف استخری مستطیل شکل به ابعاد ۲۵ و ۱۰ متر داریم. اگر بخواهیم دور این استخر را به فاصله ۸۰ سانتی‌متری از لبه‌ها طناب‌کشی کنیم،  $73/20$  متر طناب نیاز داریم.

ب تویی از ارتفاع ۳۰ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از برخورد با زمین، نصف ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید. این توپ پس از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه‌ای که به زمین می‌خورد ۷۵ متر را طی کرده است.

۲ جاهای خالی را با عبارتهای مناسب پر کنید.

الف علی آقا در ثلث زمین کشاورزی خود سبزی و در ربع باقی‌مانده آن گل کاشت. .... از این زمین او خالی مانده است.

ب  $\frac{1}{4}$  دانش‌آموزان کلاسی نمره ۲۰،  $\frac{1}{4}$  بقیه دانش‌آموزان نمره ۱۹ و  $\frac{1}{4}$  بقیه دانش‌آموزان نمره ۱۸ کسب کرده‌اند. .... درصد از دانش‌آموزان کلاس نمره کمتر از ۱۸ کسب کرده‌اند.

۳ موارد مرتبط را به هم وصل کنید.

۱۸  قورباغه‌ای می‌خواهد از یک دیوار عمودی بالا برود. او با هر جهش ۲ متر بالا می‌رود و هر بار یک و نیم متر سر می‌خورد و پایین می‌آید. اگر ارتفاع دیوار ۹ متر باشد، او با چند جهش به بالای دیوار می‌رسد؟

۱۵

۳۰  طول و عرض فرش مستطیل شکلی به ترتیب ۴ و ۳ متر است که از هر طرف به اندازه‌ی یک متر از دیوارهای اتاق فاصله دارد. مساحت اتاق برابر است با:

۴ در یک اتاق  $5 \times 4$  حداکثر چند کاشی  $1 \times 3$  را بدون شکستن کاشی‌ها می‌توان قرار داد؟

۵ کشاورزی در  $\frac{1}{4}$  زمین خود درخت انار، در  $\frac{1}{4}$  باقی‌مانده درخت پرتقال و در  $\frac{1}{4}$  باقی‌مانده درخت سیب می‌کارد و در بقیه زمین خیار می‌کارد. این کشاورز در چه کسری از زمین خیار کاشته است؟

۶ چه تعداد سرامیک مربع‌شکل به ضلع ۲۰ سانتی‌متر، برای پوشاندن کف سالن مستطیل‌شکل به طول ۴ و عرض ۳ متر لازم است؟



## راهبرد حل مسئله ▶ فصل اول

### ۲) راهبرد الگوسازی

در بعضی مسئله‌ها لازم است همه حالت‌های ممکن را بنویسیم و برای اینکه حالتی از قلم نیفتد، لازم است آن‌ها را با نظم و ترتیبی مشخص در یک جدول قرار دهیم تا بتوانیم الگویی را از دل آن‌ها کشف کنیم و حالت مطلوب را تعیین کنیم.

دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آن‌ها ۳۶ و حاصل جمع آن‌ها کمترین مقدار باشد.

**مثال**

**پاسخ**

در جدولی مناسب دو عددی را که حاصل ضربشان ۳۶ است را نوشته و مجموع آن دو را نیز در ستون آخر می‌نویسیم و حالت مطلوب را مشخص می‌کنیم.

اولین عدد	دومین عدد	حاصل جمع
۱	۳۶	۳۷
۲	۱۸	۲۰
۳	۱۲	۱۵
۴	۹	۱۳

جواب →

یک فروشگاه چندین بسته شکلات را به قیمت‌های هر بسته ۵۰، ۱۰۰ و ۲۰۰ تومان می‌فروشد. امیرعلی ۴۰۰ تومان پول دارد.

تمام حالت‌هایی که او می‌تواند همه پولش را برای خرید شکلات خرج کند بنویسید.

**مثال**

**پاسخ**

لازم است در یک جدول تمام حالت‌های ممکن را به دست آورید.

۵۰ تومانی	۸	۶	۴	۴	۲	۲	۰	۰	۰
۱۰۰ تومانی	۰	۱	۰	۲	۱	۳	۰	۲	۴
۲۰۰ تومانی	۰	۰	۱	۰	۱	۰	۲	۱	۰

مساحت مستطیل ۶۰ مترمربع است. اگر طول و عرض مستطیل، اعداد طبیعی باشند، محیط آن حداقل چند متر است؟

**مثال**

**پاسخ**

در جدولی طول و عرض را طوری قرار می‌دهیم که حاصل ضرب آن‌ها ۶۰ شود و در ستون آخر محیط را محاسبه می‌کنیم.

طول	عرض	محیط
۶۰	۱	۱۲۲
۳۰	۲	۶۴
۲۰	۳	۴۶
۱۵	۴	۳۸
۱۲	۵	۳۴
۱۰	۶	۳۲

جواب ⇒



## پرسش‌های طبقه‌بندی



۲

۱ عبارات درست را با  و نادرست را با  مشخص کنید.

الف سحر، ساینه، سارا و سبیده برای پاسخ به یک برنامه رادیویی تماس تلفنی گرفته‌اند. تعداد حالت‌های ممکن برای ترتیب تماس گرفتن ۱۲ می‌باشد.

ب آقای علوی به ۶ طریق می‌تواند یک اسکناس ۵۰۰ تومانی را به اسکناس‌های ۵۰ و ۱۰۰ تومانی خرد کند.

۲ در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید.

الف حاصل ضرب دو عدد حسابی ۳۶۰ و مجموع آن‌ها کمتر از ۱۰۰ است. .... حالت ممکن برای این دو عدد وجود دارد.

ب مساحت مستطیلی ۱۲۰ سانتی‌متر مربع است و طول و عرض مستطیل یک عدد طبیعی است. .... مستطیل با این ویژگی وجود دارد.

۳ موارد مرتبط را به هم وصل کنید.

۱۰

تعداد اعداد سه رقمی که با ارقام ۱، ۲ و ۳ می‌توان نوشت.

۶

تعداد حالاتی که عدد ۹ را با انگشتان دو دست می‌توان نشان داد.

۲۷

۴ در شکل مقابل چند پاره‌خط وجود دارد؟



۵ مسعود قصد دارد با ۶۰۰۰ تومان تعدادی مجله طنز و جدول بخرد. قیمت هر مجله طنز ۶۰۰ تومان و قیمت هر مجله جدول ۱۲۰۰ تومان است. او به چند طریق می‌تواند با همه پولش مجله طنز و جدول خریداری کند؟

## راهبرد حل مسئله ▶ فصل اول

### ۳) راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

ابتدا تمام حالت‌های ممکن را با راهبرد الگوسازی تهیه می‌کنیم و سپس با توجه به شرایط مسئله حالت‌های نامطلوب را کنار می‌گذاریم تا به جواب مسئله برسیم.

**مثال** مجموع دو عدد طبیعی ۹ و حاصل ضرب آن‌ها ۱۸ است. تفاضل آن دو عدد را بیابید.

### پاسخ

عدد اول	عدد دوم	حاصل جمع
۱	۱۸	۱۹ ✗
۲	۹	۱۱ ✗
۳	۶	۹ ✓

ابتدا با توجه به حاصل ضرب، عدد اول و دوم را نوشته و سپس با توجه به حاصل جمع، حالت‌های نامطلوب را حذف می‌کنیم.

تفاضل:  $۶ - ۳ = ۳$

**مثال** باقی‌مانده تقسیم  $۴۰۳$  بر یک عدد دورقمی برابر ۷ است. چند عدد دو رقمی با این خاصیت وجود دارد؟

### پاسخ

ابتدا ۷ واحد از  $۴۰۳$  کم می‌کنیم ( $۴۰۳ - ۷ = ۳۹۶$ )، حال، حاصل ضرب هر دو عددی که برابر ۳۹۶ است را در نظر می‌گیریم و سپس بررسی می‌کنیم که در کدام حالت عددی دو رقمی وجود دارد. طبق جدول زیر ۹ عدد دو رقمی وجود دارد.

عدد اول	عدد دوم
۱	۳۹۶
۲	۱۹۸
۳	۱۳۲
۴	۹۹
۶	۶۶
۹	۴۴
۱۱	۳۶
۱۲	۳۳
۱۸	۲۲

**مثال** مجموع سن ۳ نفر ۱۴ سال و حاصل ضرب سن آن‌ها ۷۰ سال است. سن بزرگترین نفر را به دست آورید.

### پاسخ

تمام حالت‌هایی که ضرب سن سه نفر ۷۰ سال می‌شود را نوشته و حالت مطلوب را به دست می‌آوریم. طبق جدول سن بزرگ‌ترین نفر برابر با ۷ سال می‌شود.

نفر اول	۱	۱	۱	۲
نفر دوم	۲	۵	۷	۵
نفر سوم	۳۵	۱۴	۱۰	۷
مجموع	۳۸	۲۰	۱۸	۱۴ → حالت مطلوب