

راهنمای استفاده از کتاب



فرمول نامه!

در این بخش خلاصه‌ای از فرمول‌های هر فصل برای سهولت استفاده شما عزیزان درج شده است. توصیه می‌شود قبل از شروع کتاب، تدریس دبیر و کتاب درسی را به صورت کامل بررسی نمایید.



پرسش‌های تشریحی

۱. هر فصل به چند بخش تقسیم شده است.
۲. در هر بخشی سؤالات تشریحی مربوط به آن بخش با تیپ‌های مختلف و شبیه آزمون‌های نهایی تألیف شده است.



سؤالات تستی

بعد از پرسش‌های تشریحی سؤالات تستی با تقسیم‌بندی سؤالات آموزشی با (شماره سؤالات به رنگ مشکی) و سؤالات تثبیتی با (شماره سؤالات به رنگ آبی) همراه با تمامی تست‌های کنکور منطبق با کتاب درسی جدید آورده شده است.



آزمون‌های پایان فصل تشریحی و جامع

این قسمت در انتهای هر فصل که شامل سؤالات کل فصل می‌باشد در نظر گرفتن استاندارد آزمون نهایی تألیف شده است.
این آزمون‌ها در پایان کتاب نیز به عنوان جامع از کل کتاب تهیه شده است.



آزمون های تستی پایان فصل و جامع

این قسمت همانند قسمت قبل شامل پرسش های چهارگزینه ای از کل فصل و منطبق بر استاندارد کنکور سراسری می باشد.
این آزمون ها در پایان کتاب نیز به عنوان جامع از کل کتاب تهیه شده است.

۴

آزمون پلاس

تست های با سطح دشواری بسیار بالا برای علاقه مندان در این قسمت گنجانده شده است.

۵

پاسخنامه کلیدی

این پاسخنامه به صورت گزینه ای صرفاً برای سؤالات تستی با هدف تطبیق پاسخ دهی در انتهای فصل گنجانده شده است.

۶

پاسخنامه تشریحی الکترونیکی

پاسخنامه کامل تشریحی کل سؤالات در این بخش قرار دارد. این بخش در اختیار مجموعه های آموزشی قرار می گیرد.

۷

اعلام ایرادات کتاب

قطعاً این مجموعه با نظرات سازنده شما عزیزان به مجموعه ای پربار تبدیل خواهد شد.
با اسکن کد مقابل می توانید ایرادات این کتاب را برای ما ارسال نمایید.



۸

فهرست

فصل اول

مجموعه، الگو و دنباله

۷

فصل دوم

مثلثات

۴۶

فصل سوم

توان‌های گویا و عبارت‌ها جبری

۷۵

فصل چهارم

معادله‌ها و نامعادله‌ها

۱۰۱

فصل پنجم

تابع

۱۴۰

فصل ششم

شمارش، بدون شمردن

۱۷۹

فصل هفتم

آمار و احتمال

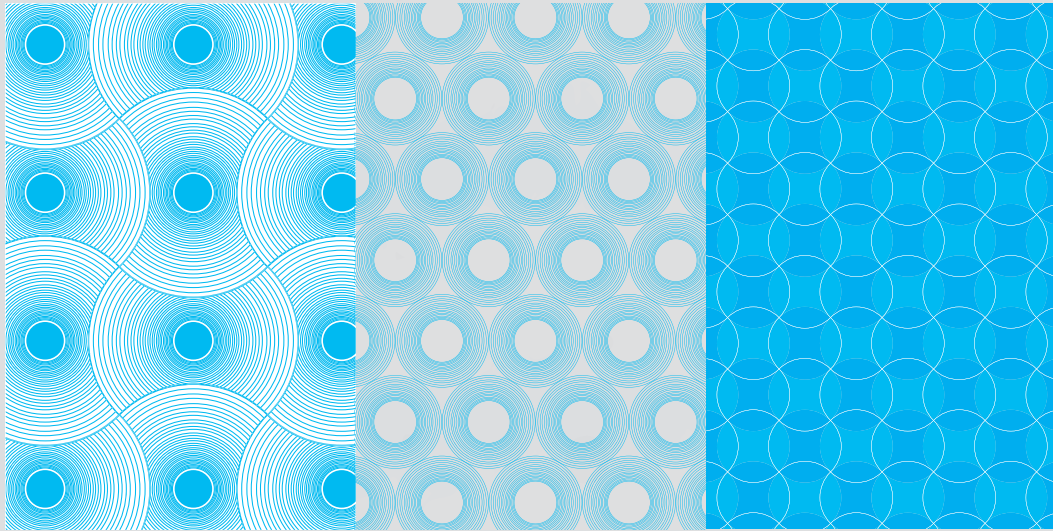
۲۰۹

آزمون جامع

۲۳۶

فصل ۱

مجموعه، الگو و دنباله



تستی

۱۷۷

تشریحی

۱۳۱

بارم بندی امتحانات

نهایی		نیمسال اول	
تجربی ۲	ریاضی ۲	تجربی ۵	ریاضی ۵

سهم تست

تعداد		درصد	
ریاضی ۱	تجربی ۱	ریاضی ۲/۵	تجربی ۳/۳



این فصل شامل دو بخش است. بخش اول مجموعه‌ها است که در تکمیل پایه‌های پایین‌تر است و مهم‌ترین قسمت آن شمارش تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه است که بارها در کنکور سؤال داشته است. بچه‌های ریاضی ادامه و تکمیل این بخش را در پایه یازدهم در درس آمار و احتمال مطالعه خواهند کرد. بخش دوم این فصل الگو و دنباله است که گاهی به جای مجموعه در کنکور سؤال مطرح می‌شود. تعداد سؤالات دنباله در کنکور اصولاً یک سؤال است. اما برای ریاضی‌ها احتمال سؤال ترکیبی با مجموع جملات دنباله‌ها در یازدهم وجود دارد.



فرمول نامه

«مجموعه، الگو و دنباله»

۱-۱. مجموعه‌ها

مجموعه‌های مهم:

مجموعه اعداد طبیعی : $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

مجموعه اعداد حسابی : $\mathbb{W} = \{0, 1, 2, \dots\}$

مجموعه اعداد صحیح : $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

مجموعه اعداد گویا : $\mathbb{Q} = \{\frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0\}$

مجموعه اعداد گنگ : $\mathbb{Q}' = \mathbb{Q}^c = \mathbb{R} - \mathbb{Q}$

مجموعه اعداد طبیعی زوج : $E = \{2k \mid k \in \mathbb{N}\}$

مجموعه اعداد طبیعی فرد : $O = \{2k-1 \mid k \in \mathbb{N}\}$



مجموعه اعداد گویا ($\mathbb{Q}$) زیرمجموعه‌ای از اعداد حقیقی است که می‌توان آن‌ها را به صورت نسبت دو عدد صحیح نمایش داد، به طوری که مخرج صفر نباشد و مجموعه اعداد گنگ ($\mathbb{Q}'$) زیرمجموعه‌ای از اعداد حقیقی است که نمی‌توان آن‌ها را به صورت نسبت دو عدد صحیح نمایش داد.

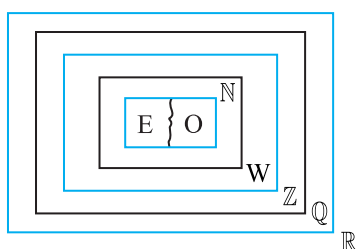


به روابط زیر دقت کنید:

$$O \subseteq \mathbb{N}, \quad E \subseteq \mathbb{N}, \quad O \cup E = \mathbb{N}, \quad O \cap E = \emptyset$$

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$$

اعداد حقیقی و زیرمجموعه‌های آن در نمودار ون:



همچنین در مورد $\mathbb{Q}$ و $\mathbb{Q}'$ و $\mathbb{R}$ داریم:

$\mathbb{Q} / \mathbb{Q}'$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' = \mathbb{R}$	$\mathbb{R} - \mathbb{Q} = \mathbb{Q}'$
		$\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset$	$\mathbb{R} - \mathbb{Q}' = \mathbb{Q}$



تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی برابر 2^n است.



هر عدد حقیقی دلخواه روی محور اعداد حقیقی دارای یک نمایش منحصر به فرد است و به همین ترتیب هر نقطه روی محور اعداد حقیقی یک جایگاه منحصر به فرد از یک عدد حقیقی است.

۲-۱. بازه‌ها

زیرمجموعه‌هایی از $\mathbb{R}$ را که شامل تمام اعداد حقیقی بین دو عدد حقیقی مشخص می‌باشند بازه یا فاصله می‌نامیم (عدد a کوچک‌تر از b فرض شده است).

بازه بسته	$[a, b] = \{x \mid x \in \mathbb{R}, a \leq x \leq b\}$	
بازه باز	$(a, b) = \{x \mid x \in \mathbb{R}, a < x < b\}$	
بازه نیم‌باز	$[a, b) = \{x \mid x \in \mathbb{R}, a \leq x < b\}$	
بازه نیم‌باز	$(a, b] = \{x \mid x \in \mathbb{R}, a < x \leq b\}$	
بازه باز	$(a, +\infty) = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x > a\}$	
بازه نیم‌باز	$[a, +\infty) = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x \geq a\}$	
بازه باز	$(-\infty, a) = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x < a\}$	
بازه نیم‌باز	$(-\infty, a] = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x \leq a\}$	

مجموعه اعداد حقیقی $\mathbb{R}$ به صورت $(-\infty, +\infty)$ نمایش داده می‌شود. توجه داشته باشید که $+\infty$ و $-\infty$ اعداد حقیقی نیستند.

۳-۱. مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

تعداد عضوهای مجموعه‌ای مانند A را با $n(A)$ نشان می‌دهیم. اگر در یک مجموعه، تعداد اعضا، عددی حسابی باشد آن مجموعه متناهی است و اگر نتوانیم تعداد عضوهای مجموعه را با عددی حسابی مشخص کنیم آن مجموعه نامتناهی است.

به عنوان مثال در مجموعه $A = \{a, b, c\}$ داریم $n(A) = 3$ و در مجموعه $B = \{\}$ ، $n(B) = 0$ است درحالی‌که در بازه $C = (-2, 2)$ تعداد اعضا نامتناهی می‌باشد.

نکته مجموعه‌های متناهی ممکن است دارای تعداد بسیار زیادی عضو باشند که گاهی برای شمارش آن‌ها به زمان و امکانات زیادی نیاز است. مانند مجموعه تعداد حشرات کره زمین یک مجموعه متناهی است.

نکات مربوط به مجموعه‌های متناهی و نامتناهی:

- ۱- اشتراک دو مجموعه متناهی، مجموعه‌ای متناهی است.
- ۲- اجتماع دو مجموعه متناهی، مجموعه‌ای متناهی است.
- ۳- تفاضل یک مجموعه متناهی از یک مجموعه متناهی دیگر، مجموعه متناهی است.
- ۴- اشتراک دو مجموعه نامتناهی، ممکن است مجموعه‌ای متناهی یا مجموعه‌ای نامتناهی باشد.
- ۵- اجتماع دو مجموعه نامتناهی، مجموعه‌ای نامتناهی است.
- ۶- تفاضل دو مجموعه نامتناهی، ممکن است مجموعه متناهی یا مجموعه نامتناهی باشد.
- ۷- اشتراک یک مجموعه متناهی و یک مجموعه نامتناهی، مجموعه متناهی است.
- ۸- اجتماع یک مجموعه متناهی و یک مجموعه نامتناهی، مجموعه‌ای نامتناهی است.
- ۹- تفاضل یک مجموعه متناهی از یک مجموعه نامتناهی، مجموعه‌ای نامتناهی است.
- ۱۰- تفاضل یک مجموعه نامتناهی از یک مجموعه متناهی، مجموعه‌ای متناهی است.

$$\begin{cases} \text{متناهی } A \\ \text{نامتناهی } B \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A - B \text{ متناهی} \\ B - A \text{ نامتناهی} \end{cases}$$

۴-۱. متمم، مرجع و تعداد اعضای اجتماع

مجموعه مرجع و متمم یک مجموعه:

مجموعه مرجع که آن را اغلب با U یا M نمایش می‌دهیم مجموعه‌ای است که همهٔ مجموعه‌های مورد بحث زیرمجموعهٔ آن باشند یعنی هر مجموعه دلخواه در آن بحث مانند A زیرمجموعهٔ U است یعنی $A \subseteq U$.

اگر عضوهای مجموعهٔ دلخواه A را از مجموعهٔ مرجع حذف کنیم آنچه در مرجع باقی می‌ماند، متمم مجموعهٔ A است که آن را با A' یا A^c نمایش می‌دهیم و خواص زیر را دربارهٔ آن داریم:

$$U - A = A' \quad , \quad U - A' = A \quad , \quad A \cap A' = \emptyset \quad , \quad A \cup A' = U$$

نمودار ون مقابل روابط بالا را به سادگی توضیح می‌دهد:



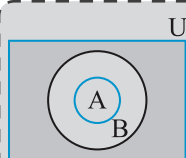
روابط زیر برای مجموعه مرجع و مجموعهٔ دلخواه A برقرار است:



$$\begin{aligned} U' &= \emptyset, & \emptyset' &= U, & (A')' &= A \\ (A \cap B)' &= A' \cup B', & (A \cup B)' &= A' \cap B' \\ (A - B)' &= (A \cap B')' = A' \cup (B')' = A' \cup B \end{aligned}$$



دقت کنید اگر $A \subseteq B \subseteq U$ باشد آنگاه $B' \subseteq A' \subseteq U$ می‌باشد.



$$A \subseteq B \subseteq U \Rightarrow B' \subseteq A'$$



اگر از مجموعه‌ای به طور متوالی و به تعداد زوج بار متمم بگیریم حاصل خود مجموعه می‌شود و همچنین اگر از مجموعه‌ای متوالیاً و به تعداد فرد متمم بگیریم حاصل متمم مجموعه است.



تعداد عضوهای مجموعهٔ A را با $n(A)$ نشان می‌دهیم.



اگر دو مجموعه مانند A و B اشتراک نداشته باشند ($A \cap B = \emptyset$)، دو مجموعه را جدا از هم یا مجزا می‌نامیم و در این صورت $n(A \cap B) = 0$ خواهد بود.

تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه:

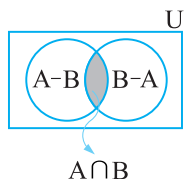
اگر A و B دو مجموعهٔ جدا از هم باشند برای به‌دست‌آوردن تعداد عضوهای $A \cup B$ کافی است تعداد عضوهای A را با تعداد عضوهای B جمع کنیم:

$$A, B \Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

حال اگر A و B با یکدیگر اشتراک داشته باشند برای به‌دست‌آوردن تعداد عضوهای $A \cup B$ ، باید دقت کنیم که عضوهای مشترک بین A و B دو بار تکرار نشوند بنابراین داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

و همچنین برای محاسبهٔ تعداد عضوهای تفاضل دو مجموعه داریم:



$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$$

با توجه به تعریف متمم یک مجموعه، اگر U مرجع باشد داریم:

$$n(U) - n(A) = n(A') \Rightarrow n(A) + n(A') = n(U)$$

۵-۱. الگو و دنباله

الگو: الگو یک ساختار منظم از اشکال، تصاویر، صداها، اعداد و ... می باشد.

جمله عمومی الگو: فرض کنید n عددی طبیعی و دلخواه باشد. جمله n ام یک الگو که در واقع همان جمله عمومی الگو می باشد و معمولاً آن را با a_n ، t_n ، u_n و ... نمایش می دهند یک رابطه بر حسب n است و در واقع ساختار جملات الگو را مشخص می کند.

الگوهای خطی: جمله عمومی الگوی خطی به صورت $t_n = an + b$ می باشد که a و b اعداد حقیقی ثابت و دلخواه هستند.

در الگوهای خطی اختلاف هر دو جمله متوالی عددی ثابت است. اگر جملات یک الگوی خطی را در دستگاه مختصات نمایش دهیم مجموعه ای از نقاط به دست می آید که در امتداد یک خط راست قرار می گیرند.

دنباله: هرگاه تعدادی عدد پشت سر هم قرار گیرد یک دنباله از اعداد تشکیل می شود که این اعداد همان جملات دنباله هستند. دنباله های اعداد ممکن است الگوی مشخص داشته باشند یا فاقد الگو باشند.

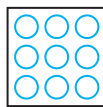
دنباله مربعی: به تعداد دایره ها در دنباله زیر دقت کنید. جمله عمومی این دنباله $a_n = n^2$ می باشد که به دنباله مربعی معروف است.



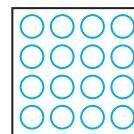
$$a_1 = 1$$



$$a_2 = 4$$



$$a_3 = 9$$



$$a_4 = 16$$

دنباله مثلثی: به تعداد دایره ها در دنباله زیر توجه کنید. جمله عمومی این دنباله $t_n = \frac{n(n+1)}{2}$ می باشد. این دنباله به دنباله مثلثی معروف است.



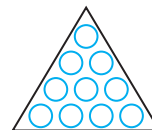
$$a_1 = 1$$



$$a_2 = 3$$



$$a_3 = 6$$



$$a_4 = 10$$

با توجه به دو مثال فوق در می یابیم که از جمع هر دو جمله متوالی دنباله مثلثی، جمله ای از دنباله مربعی به دست می آید:

دنباله مثلثی ۱ ، ۳ ، ۶ ، ۱۰ ، ۱۵ ...

دنباله مربعی ۱ ، ۴ ، ۹ ، ۱۶ ، ۲۵ ، ...

دنباله های درجه دوم: به دنباله هایی که اختلاف هر دو جمله متوالی آن تشکیل الگوی خطی بدهد دنباله درجه دوم می گوئیم. جمله عمومی دنباله های درجه دوم به صورت $a_n = An^2 + Bn + C$ می باشد.

طریقه محاسبه ضرایب در دنباله های درجه دوم: در دنباله های درجه دوم $a_n = An^2 + Bn + C$ ابتدا دنباله تفاضلات را به دست می آوریم.

$$b_n : a_2 - a_1, a_3 - a_2, \dots$$

در این صورت $A = \frac{b_2 - b_1}{2}$ خواهد بود. برای محاسبه ضرایب B و C کافی است دو جمله معلوم از دنباله را در a_n جایگزین کنیم و با این عمل یک دستگاه دو معادله و دو مجهول به دست می آید و از حل آن مقادیر B و C محاسبه می شوند.

دنباله ثابت: دنباله ای است که تمام جملات آن با هم برابرند. مانند دنباله ثابت $a_n = 5$ به صورت مقابل: ۵, ۵, ۵, ...

دنباله بازگشتی: دنباله ای است که یک یا چند جمله اول آن معلوم است و سایر جملات بر حسب جمله (جملات) قبلی به دست می آید.

۶-۱. دنباله حسابی

دنباله‌ای از اعداد را که هر جمله آن (به جز جمله اول) از افزودن مقداری ثابت به نام قدرنسبت به جمله ماقبل آن به دست می‌آید یک دنباله حسابی می‌نامیم. جمله اول را با a_1 و قدرنسبت را معمولاً با d نمایش می‌دهیم.

فرض کنید جملات روبه‌رو دنباله حسابی باشند:

$$\begin{array}{ccccccc} a_1, & a_2, & a_3, & \dots, & a_{100}, & \dots, & a_n, \dots \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & & \\ a_1 & a_1+d & a_1+2d & & a_1+99d & & \\ & & \downarrow & & \downarrow & & \\ & & a_1+2d & & a_1+99d & & \end{array}$$

در این دنباله جمله عمومی از رابطه $a_n = a_1 + (n-1)d$ و با قرار دادن اعداد طبیعی در جایگاه n ، جملات مختلف دنباله حسابی به دست می‌آید.

توجه کنیم در هر دنباله حسابی اختلاف هر دو جمله متوالی مقداری ثابت است که همان قدرنسبت دنباله می‌باشد، یعنی داریم:

$$a_{n+1} - a_n = d$$

جمله عمومی هر دنباله حسابی به صورت $a_n = An + B$ می‌باشد که در این رابطه $A = d$ می‌باشد.

نکته



اگر a_k و a_m دو جمله دلخواه و معلوم از یک دنباله حسابی باشند برای محاسبه قدرنسبت از رابطه $d = \frac{a_k - a_m}{k - m}$ استفاده می‌کنیم.

نکته



شرط تشکیل دنباله حسابی:

اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند آنگاه $\frac{a+c}{2} = b$ یا $2b = a+c$ که b را واسطه حسابی یا عددی a و c می‌نامیم.

همچنین اگر x, y, z با فاصله مساوی از هم در دنباله حسابی قرار گیرند رابطه $\frac{x+z}{2} = y$ برقرار است. مثلاً $a_7 = \frac{a_2 + a_{12}}{2}$

درج واسطه‌های حسابی:

اگر بخواهیم بین دو عدد a و b ، تعداد m عدد قرار دهیم به‌طوری که $m+2$ جمله با هم تشکیل دنباله حسابی بدهند قدرنسبت از رابطه $d = \frac{b-a}{m+1}$ به دست می‌آید.

$$a, \underbrace{\square, \square, \dots, \square}_{\text{عدد } m}, b$$

قانون اندیس‌ها:

فرض کنید m, n, p, q اعداد طبیعی باشند، به‌طوری که $m+n = p+q$ برقرار باشد، در این صورت بین جملات نظیر آن‌ها در هر دنباله حسابی رابطه مقابل

$$a_m + a_n = a_p + a_q$$

برقرار است:

در حالت خاص اگر $m+n = 2k$ باشد داریم: $a_m + a_n = 2a_k$

نکته



در هر دنباله حسابی با n جمله، مجموع جملاتی که از ابتدا و انتهای دنباله حسابی به یک فاصله‌اند، با هم برابرند.

نکته



۷-۱. دنباله هندسی

دنباله‌ای از اعداد که در آن هر جمله (به جز جمله اول) از ضرب یک مقدار ثابت در جمله ماقبل خود به دست می‌آید را یک دنباله هندسی می‌نامیم و این مقدار ثابت قدرنسبت را با r یا q نمایش می‌دهیم. به دنباله هندسی زیر و روابط بین جملات آن توجه کنید:

$$\begin{array}{ccccccc} a_1, & a_2, & a_3, & a_4, & \dots, & a_{100}, & \dots, & a_n, \dots \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ a_1 & a_1q & a_1q^2 & a_1q^3 & & a_1q^{99} & & a_1q^{n-1} \\ & & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & & \\ & & a_1q^2 & a_1q^3 & & a_1q^{99} & & a_1q^{n-1} \end{array}$$

بنابراین رابطه جمله عمومی دنباله هندسی به‌صورت روبه‌رو است: $a_n = a_1q^{n-1}$

واسطه هندسی: اگر a, b, c سه جمله متوالی یا با فاصله مساوی از هم، در یک دنباله هندسی باشند داریم: $ac = b^2$ و b را واسطه هندسی a و c می‌گویند.

درج واسطه هندسی: اگر بخواهیم بین a و b تعداد m عدد قرار دهیم (درج کنیم) به طوری که $m+2$ عدد حاصل، تشکیل یک دنباله هندسی دهند، آنگاه قدرنسبت از رابطه زیر به دست می آید:

$$\begin{array}{ccc} a & \text{.....} & b \\ \downarrow & & \downarrow \\ a_1 & & a_{m+2} \end{array} \quad a_{m+2} = a_1 q^{m+2-1} = a_1 q^{m+1} \Rightarrow \frac{a_{m+2}}{a_1} = q^{m+1} \Rightarrow \frac{b}{a} = q^{m+1}$$

یعنی جمله اول a و جمله b و $(m+2)$ ام این دنباله است.

قانون اندیس ها:

فرض کنید m, n, k, p چهار عدد طبیعی باشند که $m+n=p+k$ باشد در این صورت بین جمله های نظیر آنها در هر دنباله هندسی رابطه زیر برقرار است:

$$a_m \times a_n = a_p \times a_k$$

و اگر $m+n=2k$ باشد داریم: $a_m \times a_n = a_k^2$

به عنوان مثال در اعداد طبیعی داریم: $3+4=5+2$ بنابراین در هر دنباله هندسی $a_3 a_4 = a_5 a_2$ برقرار است.

در نظر بگیرید $6+4=2(5)$ در این صورت در هر دنباله هندسی داریم: $a_6 a_4 = a_5^2$

نکته فرض کنید a_m, a_n, a_k سه جمله از یک دنباله حسابی باشد و همچنین سه جمله متوالی یک دنباله هندسی به قدرنسبت q نیز باشند،

$$q = \frac{k-n}{n-m} \quad (k > n > m)$$

مجموع اعداد طبیعی: رابطه زیر مجموع اعداد طبیعی متوالی از 1 تا n را محاسبه می کند:

$$1+2+3+\dots+(n-1)+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

حاصل ضرب n جمله اول دنباله هندسی: دنباله هندسی زیر را در نظر بگیرید:

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

$$a_1, a_1 q, a_1 q^2, \dots, a_1 q^{n-1}$$

بنابراین حاصل ضرب n جمله اول یک دنباله هندسی به صورت زیر خواهد بود:

$$a_1 a_2 a_3 \dots a_n = a_1 \times a_1 q \times a_1 q^2 \times \dots \times a_1 q^{n-1} = (a_1)^n q^{1+2+3+\dots+(n-1)}$$

$$= (a_1)^n q^{\frac{(n-1)(n)}{2}} \Rightarrow a_1 \times a_2 \times \dots \times a_n = a_1^n q^{\frac{n^2-n}{2}}$$

۱. مجموعه $A = \{x^2 \mid x \in \mathbb{Z}, -1 < x + 2 \leq 5\}$ را با اعضا مشخص کنید.

۲. درستی یا نادرستی هر گزاره را مشخص کنید.

- ۱ $\frac{4}{2} \in \mathbb{N}$
 ۲ $-(\frac{-2}{-3}) \in \mathbb{Q}$
 ۳ $\frac{-2}{-4} \in \mathbb{W}$

۳. مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

- ۱ $\mathbb{N} \cap \mathbb{W}$
 ۲ $\mathbb{N} - \mathbb{W}$
 ۳ $\mathbb{W} - \mathbb{N}$
 ۴ $\mathbb{Z} \cup \mathbb{N}$

۴. نقاط زیر را روی محور مشخص کنید.

$$-2, 1\frac{1}{3}, 0/5, \pi, \sqrt{3}, -0/3$$

۵. اعداد ۱ و $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ و ۲ را روی محور اعداد نمایش دهید و آن‌ها را به ترتیب a, b, c, d نام‌گذاری کنید و حاصل $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ را به دست آورید.

۶. آیا حاصل ضرب یک عدد گویا در یک عدد گنگ، همواره گنگ است؟ دلیل بیاورید.

۷. درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

- ۱ جمع دو عدد گنگ، همواره گنگ است.
 ۲ ضرب دو عدد گنگ، همواره گویا است.
 ۳ تقسیم دو عدد گویا، همواره عددی است گویا.
 ۴ تقسیم دو عدد گنگ هم می‌تواند گویا باشد و هم می‌تواند گنگ باشد.

۸. مثالی ارائه دهید که در آن جمع دو عدد گنگ، گنگ نباشد.

۹. مثالی ارائه کنید که در آن ضرب دو عدد گنگ، گنگ نباشد.

۱۰. آیا جمله «اگر x و y گنگ باشد آنگاه y^x نیز گنگ است.» درست است؟ (با ذکر دلیل)

۱. کدام حکم نادرست است؟

۴ $W - N = \emptyset$

۳ $W \cap \mathbb{Z} = W$

۲ $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

۱ $N \cup W = W$

۲. کدام گزینه درست نیست؟

۱ جمع دو عدد طبیعی، عدد طبیعی است.

۲ تفریق دو عدد طبیعی، عدد صحیح است.

۳ ضرب دو عدد طبیعی، عدد طبیعی است.

۴ تقسیم دو عدد طبیعی، عددی گنگ است.

۳. کدام یک از عبارات زیر بیانگر یک عدد طبیعی نیست؟

۱ تعداد صفحات کتاب ریاضی دهم

۲ تعداد تماشاگران یک بازی فوتبال

۳ میزان وزن یک انسان

۴ تعداد برگ‌های یک درخت در بهار

۴. تعدادی از اعداد حسابی که عدد طبیعی نیستند، جزء کدام دسته از اعداد نیستند؟

۱ اعداد گویا

۲ W

۳ اعداد حقیقی

۴ اعداد فرد

۵. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

۱ کوچک‌ترین عدد اول از دو برابر کوچک‌ترین عدد طبیعی بزرگ‌تر است.

۲ تقسیم دو عدد اول عدد طبیعی نیست.

۳ ضرب دو عدد اول، عدد طبیعی نیست.

۴ تفاضل دو عدد اول ممکن است عدد فرد باشد.

۶. کدام گزینه درست نیست؟

۱ مجموعه شامل اعداد گنگ و گویا اعداد حقیقی‌اند.

۲ اعداد حقیقی یا گنگ هستند یا گویا.

۳ هر کسر با مخرج غیر صفر لزوماً عددی گویا نیست.

۴ اگر x عدد طبیعی باشد، آنگاه هر عدد طبیعی مثل $\sqrt{x}$ عددی گنگ است.

۷. کدام گزینه درست است؟

۱ مجموع هر دو عدد گنگ عددی گنگ خواهد بود.

۲ حاصل ضرب دو عدد گنگ عددی گنگ خواهد بود.

۳ حاصل تقسیم هر عدد گنگ بر هر عدد گویای غیر صفر، حتماً عددی گنگ خواهد بود.

۴ $\sqrt{16} \times \sqrt[3]{64}$ عددی گنگ است.

۸. کدام گزینه درست نیست؟

۱ مجموعه اعداد طبیعی و قرینه اعداد طبیعی و عدد صفر، اعداد صحیح را تشکیل می‌دهند.

۲ مجموعه اعداد حسابی همان مجموعه اعداد صحیح نامنفی است.

۳ مجموعه اعدادی که نه مثبت‌اند و نه منفی با اعداد طبیعی همان اعداد صحیح نامثبت هستند.

۴ مجموعه اعداد حسابی و قرینه اعداد طبیعی برابر $\mathbb{Z}$ است.

۹. چند مورد از عبارتهای زیر همواره درست است؟

۱ بین هر دو عدد صحیح حداقل یک عدد صحیح وجود دارد.

۲ مربع هر عدد با مربع قرینه آن عدد برابر است.

۳ اعداد صحیح همان قرینه اعداد حسابی به همراه اعداد طبیعی هستند.

۱ صفر

۲ ۱

۳ ۲

۴ ۳

۱۰. کدام گزینه صحیح است؟ (k یک عدد طبیعی است.)

- ۱ هر عدد صحیح فرد منفی را می‌توان به صورت $2k + 1$ نشان داد. ۲ هر عدد طبیعی فرد را می‌توان به صورت $2k - 1$ نشان داد.
۳ هر عدد طبیعی فرد را می‌توان به صورت $2k$ نشان داد. ۴ هر عدد حسابی زوج را می‌توان به صورت $2k$ نشان داد.

۱۱. کدام گزینه درست نیست؟

- ۱ قرینه قرینه اعداد صحیح منفی، قرینه اعداد طبیعی است. ۲ اعداد گویا از تقسیم یک عدد طبیعی بر یک عدد صحیح به دست می‌آید.
۳ اعداد گویا از تقسیم یک عدد صحیح بر یک عدد طبیعی به دست می‌آید. ۴ همیشه بین دو عدد گویا حداقل یک عدد گویای دیگر نیز وجود دارد.

۱۲. اگر $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{6}{x} \in \mathbb{Z}\}$ باشد، تعداد عضوهای مجموعه A کدام است؟

- ۱ ۳ ۲ ۴ ۳ ۶ ۴ ۸

۱۳. اگر $A = \{3x + 1 \mid x \in \mathbb{Z}\}$ باشد، کدام یک عضو مجموعه A نیست؟

- ۱ -۱۶ ۲ -۲۶ ۳ -۵۶ ۴ -۸۶

۱۴. اگر $A = \{2^x \times 5^y \mid x, y \in W, x + y = 4\}$ باشد، مجموع عضوهای مجموعه A کدام است؟

- ۱ ۲۹۰ ۲ ۳۹۰ ۳ ۹۳۱ ۴ ۱۰۳۱