



هندسه جامع

(دوازدهم)



مؤلفان: سیروس نصیری - مجید فرهمندپور

۹۹

نام کتاب: هندسه جامع (دوازدهم)

مؤلفان:

سیروس نصیری- مجید فرهمندپور

ویراستاران:

محدثه کارگر فرد - رضا ماجدی - امیر محمدپور

مدیریت پروژه و تولید: علی مجتهدین

مسئول پروژه:

طناز ملک‌لی

صفحه‌آرایی:

مرجان بختیاری

طراح جلد:

هانیه فراست

ناشر:

علوی فرهیخته

لیتوگرافی:

آریوفام

چاپخانه و صحافی: کانون چاپ

شمارگان:

جلد ۱۰۰۰

شابک:

۹۷۸-۶۲۲-۸۵۳۶-۱۷-۰

۶۶

علوی

برای مشاهده قیمت
رمزینہ را اسکن کنید
یا به سایت علوی
مراجعه کنید.



سرشناسه: نصیری، سیروس، ۱۳۵۵

عنوان و نام پدیدآور: هندسه جامع (دوازدهم)/مؤلفان: سیروس نصیری، مجید فرهمندپور

مشخصات نشر: تهران: علوی فرهیخته

مشخصات ظاهری: ۱۵۶ص + ۲۲×۲۹ س.م.

شابک: ۹۷۸-۶۲۲-۸۵۳۶-۱۷-۰

وضعیت فهرست‌نویسی: فیا مختصر

شناسه افزوده: فرهمندپور، مجید، ۱۳۵۷

شماره کتابشناسه ملی: ۱۰۰۹۷۴۳۴

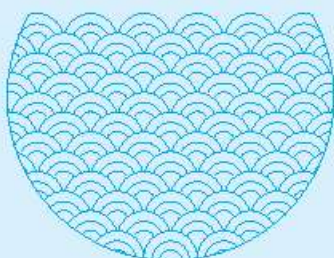
دفتر و فروشگاه مرکزی انتشارات علوی فرهیخته:

تلفن: ۲۲ ۸۹ ۲۵ ۵۰

ضلع شمال غربی پل سیدخندان - بین خیابان پیشداد و شقایق - پلاک ۱۹

کلیه حقوق این اثر متعلق به انتشارات علوی (فرهیخته) است و هرگونه نسخه‌برداری و برداشت به هر صورت و شیوه به موجب بند ۵ از ماده ۲ قانون حمایت از ناشران قابل پیگرد است.

مقدمه مؤلف



به نام خدا

در مسیر دشوار و چالش برانگیز کنکور، هر داوطلب نیاز به ابزارهایی دارد که بتواند دانش خود را به صورت مؤثر سازمان‌دهی کند و در کوتاه‌ترین زمان ممکن، بیش‌ترین بهره را ببرد. این کتاب با هدف جمع‌بندی مباحث کنکور رشته ریاضی گردآوری شده است تا دانش‌آموزان با استفاده از سؤالات کنکور سال‌های گذشته و آزمون‌های علوی، مهارت‌های حل مسئله و تحلیل را در بالاترین سطح ممکن ارتقا دهند.

در این کتاب تلاش کرده‌ایم با بهره‌گیری از تمامی تجربه‌های آموزشی، پاسخ‌ها را به ساده‌ترین و روان‌ترین شکل ممکن ارائه دهیم تا مطالعه آن نه تنها مفید، بلکه لذت‌بخش و قابل درک باشد. چینش منظم سؤالات و ارائه راه‌حل‌های کلیدی، خوانندگان را به درک عمیق‌تر مفاهیم هندسی هدایت می‌کند و موجب تقویت توانایی حل مسئله در شرایط آزمون می‌شود. در پایان لازم می‌دانم از تمامی افرادی که در ویرایش و انتشار این مجموعه نقش داشته‌اند، صمیمانه سپاس‌گزاری کنم. امیدوارم این اثر، یاری‌گر شما در دستیابی به موفقیت باشد.

با آرزوی پیروزی و سربلندی

سیروس نصیری - مجید فرهمندپور



راهنمای استفاده از کتاب



دانش‌آموزان پایه دوازدهم که در مسیر آمادگی برای کنکور هستند و نیاز به مروری جامع بر مفاهیم پایه‌های دهم، یازدهم و دوازدهم دارند.

مخاطب این کتاب



این کتاب با رویکردی جامع، به منظور تحقق اهداف زیر تألیف شده است:

- ایجاد فرصت برای تمرین و تکرار مستمر
- آشنایی کامل با الگوها و ساختار سؤالات کنکور
- تسلط بر مفاهیم کلیدی دروس اختصاصی
- تقویت مهارت تست‌زنی و مدیریت زمان در آزمون

اهداف این کتاب



محتوای کتاب شامل دو بخش اصلی است:

(۱) سؤالات منتخب کنکورهای سال‌های گذشته

• جهت آشنایی با تیپ و سطح دشواری سؤالات واقعی کنکور

• کمک به تحلیل دقیق نقاط قوت و ضعف دانش‌آموز

(۲) سؤالات آزمون‌های مؤسسه علوی

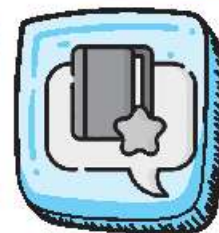
• طراحی شده مطابق با استانداردهای کنکور

• هدفمند جهت افزایش تسلط و تمرکز بر مباحث مهم

محتوای کتاب



پیشنهاد



نحوه استفاده پیشنهادی از کتاب:

- پس از تدریس هر فصل توسط دبیر مربوطه، مطالب را مرور کرده و سؤالات ارائه شده را به صورت مرحله به مرحله حل نمایید.
- پاسخ‌های خود را با پاسخ‌نامه مقایسه کرده و دلایل انتخاب گزینه صحیح یا اشتباه را بررسی نمایید.
- سؤالات دشوارتر یا نکته‌دار را علامت‌گذاری کنید تا در زمان مرورهای بعدی دسترسی سریع‌تری داشته باشید.
- نکات مهم، اشتباهات رایج یا روش‌های حل جایگزین را یادداشت نمایید.
- در پایان هر فصل، مروری کلی بر سؤالات علامت‌دار داشته باشید و روند پیشرفت خود را ارزیابی نمایید.

ارتباط با ما



در صورت مشاهده هرگونه اشکال، پیشنهاد یا ایراد محتوایی، می‌توانید از طریق کد QR درج شده با ما در ارتباط باشید.



بازخورد شما، نقش مؤثری در بهبود نسخه‌های بعدی کتاب خواهد داشت.

فهرست

هندسه (۱)

۸

ترسیم‌های هندسی و استدلال

فصل
اول

۱۱

قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن

فصل
دوم

۲۲

چندضلعی‌ها

فصل
سوم

۲۷

تجسم فضایی

فصل
چهارم

هندسه (۲)

۳۱

دایره

فصل
اول

۳۸

تبدیل‌های هندسی و کاربردها

فصل
دوم

۴۲

روابط طولی در مثلث

فصل
سوم

هندسه (۳)

۴۸

ماتریس و کاربردها

فصل
اول

۵۷

آشنایی با مقاطع مخروطی

فصل
دوم

۶۸

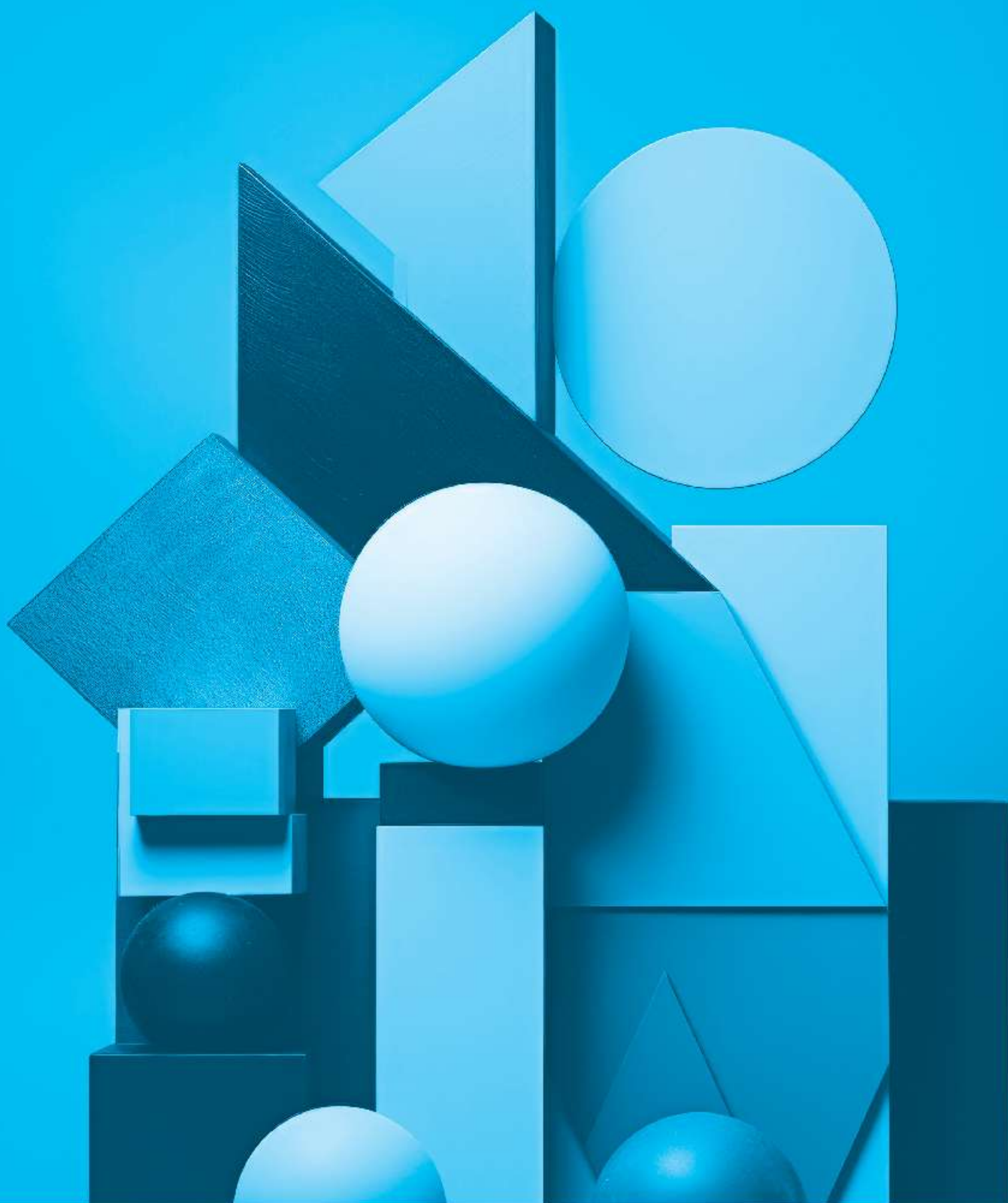
بردارها

فصل
سوم

۷۲

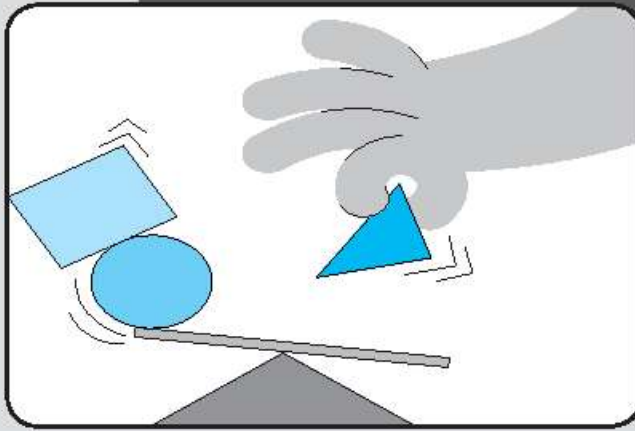
پاسخنامه تشریحی

هندسه (۱)



فصل اول

ترسیم‌های هندسی و استدلال



(آزمون علوی)

۱ حداکثر چند نقطه روی دایره‌ای به شعاع ۸ وجود دارد که از خط d به فاصله ۳ باشد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)

۲ نقطه A به فاصله ۴ سانتی‌متر از خط d قرار دارد، چند نقطه در صفحه d و A وجود دارد که از نقطه A و خط d به فاصله ۲ سانتی‌متر باشد؟

(آزمون علوی)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)

۳ نقطه A و خط d در صفحه مفروض‌اند، چند نقطه در صفحه وجود دارد که از نقطه A با فاصله ۷ سانتی‌متر و از خط d به فاصله ۳ سانتی‌متر باشند؟

(آزمون علوی)

- ۱ (۱) حداکثر سه نقطه ۲ (۲) دقیقاً دو نقطه ۳ (۳) حداکثر دو نقطه ۴ (۴) حداکثر چهار نقطه

۴ چند نقطه متمایز برای رأس C در مثلث ABC واقع در صفحه مختصات، می‌توان یافت که فاصله رأس C از نقطه A و پاره خط AB ، به ترتیب ۷ و ۵ واحد باشد؟

(کنکور ریاضی - ۹۹)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)

۵ دو خط موازی d_1 و d_2 و نقطه A خارج این دو خط در یک صفحه قرار دارد، چند نقطه در صفحه وجود دارد که از دو خط d_1 و d_2 و نقطه A فاصله یکسان دارد؟

(آزمون علوی)

- ۱ (۱) حداکثر دو نقطه ۲ (۲) حداقل دو نقطه ۳ (۳) دقیقاً دو نقطه ۴ (۴) حداقل یک نقطه

(آزمون علوی)

۶ در مستطیل زیر $AB = 2AD = 8$ است، چند نقطه روی مستطیل وجود دارد که از قطر BD به فاصله $\frac{8}{\sqrt{5}}$ باشد؟



- ۱ (۱) صفر ۲ (۲) ۱ ۳ (۳) ۲ ۴ (۴) ۴

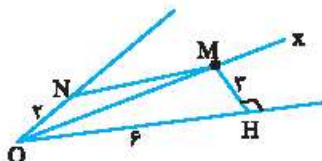
(کنکور ریاضی - ۰۳)

۷ فاصله کدام نقطه از سه ضلع مثلث ABC ، همواره یکسان است؟

- ۱ (۱) تلاقی سه ارتفاع ۲ (۲) تلاقی سه میانه ۳ (۳) تلاقی سه نیمساز ۴ (۴) تلاقی سه عمودمنصف

(آزمون علوی)

۸ در شکل زیر OX نیمساز زاویه O است، مساحت چهارضلعی $ONMH$ چقدر است؟



- ۱ (۱) ۱۶ ۲ (۲) ۱۰ ۳ (۳) ۱۲ ۴ (۴) ۱۴

۹ دو خط d و d' در نقطه B متقاطع اند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از نقطه B به فاصله ۴ باشد و از دو خط d و d' فاصله یکسان داشته باشند؟

(آزمون علوی)

- ۱ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

۱۰ مثلث ABC یک مثلث حاده الزویه است. عمود منصف ضلع BC و نیمساز زاویه B در نقطه M در خارج مثلث متقاطع اند. کدام گزینه درست است؟

(کنکور ریاضی - ۵۵)

- ۱ (۱) $\hat{A} > \hat{B}$ ۲ (۲) $\hat{B} > \hat{A}$ ۳ (۳) $\hat{B} > 2\hat{C}$ ۴ (۴) $\hat{B} < 2\hat{C}$

۱۱ در مثلث مختلف الاضلاع ABC ، مکان هندسی نقاطی که از دو راس B و C به یک فاصله و همچنین از دو ضلع AC و AB نیز به یک فاصله باشد، کدام است؟

(آزمون علوی)



- ۱ (۱) محل برخورد نیمساز راس A و عمود منصف BC
۲ (۲) محل برخورد نیمسازهای راس B و C
۳ (۳) نقطه هم‌رسی عمود منصفها
۴ (۴) نقطه هم‌رسی نیمسازها

۱۲ چند نقطه روی وتر مثلث قائم الزویه قرار دارد که از سه راس مثلث به یک فاصله باشد؟

(آزمون علوی)

- ۱ (۱) صفر ۲ (۲) ۱ ۳ (۳) ۲ ۴ (۴) بی‌شمار

۱۳ در مثلث ABC ، اگر عمود منصف ضلع BC نیمساز راس B را روی ضلع AC قطع کند، زاویه A کدام است؟ ($AB < BC$)

(آزمون علوی)

- ۱ (۱) $180^\circ - 2\hat{C}$ ۲ (۲) $180^\circ - 3\hat{C}$ ۳ (۳) $3\hat{C}$ ۴ (۴) $2\hat{C}$

۱۴ نقاط متمایز A ، B و C در صفحه مقرر اند. چند نقطه در صفحه وجود دارد به طوری که از نقاط A و B به یک فاصله و از نقطه C به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد؟

(آزمون علوی)

- ۱ (۱) حداقل یک نقطه ۲ (۲) حداکثر دو نقطه ۳ (۳) دقیقاً دو نقطه ۴ (۴) دقیقاً یک نقطه

۱۵ مثلث ABC در رأس A قائمه است. اگر $AB = 2AC = 4$ باشد، حاصل ضرب قواسل نقطه برخورد عمود منصف AB با وتر تا سه رأس مثلث چقدر است؟

(آزمون علوی)

- ۱ (۱) $2\sqrt{5}$ ۲ (۲) $4\sqrt{5}$ ۳ (۳) $5\sqrt{5}$ ۴ (۴) $6\sqrt{5}$

۱۶ در مثلث متساوی الساقین ABC ، نقطه M وسط ساق AB و عمود منصف آن، ساق AC را در نقطه N قطع می‌کند. اگر $\hat{NBC} = 54^\circ$ باشد، اندازه زاویه $\hat{MNB}$ چند درجه است؟

(کنکور ریاضی - ۵۱)

- ۱ (۱) ۴۸ ۲ (۲) ۵۶ ۳ (۳) ۶۶ ۴ (۴) ۷۸

۱۷ در مثلث متساوی الساقین ABC و $\hat{A} = 80^\circ$ و عمود منصف‌های دو ساق مثلث، قاعده BC را در نقاط M و N قطع می‌کند. کوچک‌ترین زاویه مثلث AMN چند درجه است؟

(کنکور ریاضی - ۵۱)

- ۱ (۱) ۱۵ ۲ (۲) ۲۰ ۳ (۳) ۲۵ ۴ (۴) ۳۰

۱۸ چند متوازی‌الاضلاع به طول قطرهای ۴ و ۷ می‌توان رسم کرد؟

(آزمون علوی)

- ۱ (۱) صفر ۲ (۲) ۱ ۳ (۳) ۲ ۴ (۴) بی‌شمار

۱۹ چه تعداد از شکل‌های زیر متحصربه‌فردند؟

(آزمون علوی)

- الف) متوازی‌الاضلاعی که قطرهای آن ۴ و ۵ باشد.
ب) مربعی که طول قطر آن ۸ باشد.
پ) لوزی که اقطار آن ۶ و ۸ باشد.
۱ (۱) صفر ۲ (۲) ۱ ۳ (۳) ۲ ۴ (۴) ۳

۲۰

چند مستطیل با قطر ۴ وجود دارد؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) بی‌شمار

(آزمون علوی)

۲۱

برای کدام گزاره، می‌توان مثال نقض ارائه کرد؟

(۱) هر چهارضلعی که قطرهای یکدیگر را نصف کنند، متوازی‌الاضلاع است.

(۲) اندازه میانه‌های وارد بر اضلاع مساوی در هر مثلث، با هم برابرند.

(۳) هر چهارضلعی با قطرهای برابر و عمود بر هم، مربع است.

(۴) نیمسازهای زاویه‌های داخلی هر مثلث هم‌رسند.

(کنکور ریاضی - ۹۳)

۲۲

برای کدام گزاره، نمی‌توان مثال نقض ارائه کرد؟

(۱) هر دو مثلث که مساحت‌های برابر داشته باشند، هم‌نهشت‌اند.

(۲) در هر مثلث، هر ارتفاع از هر کدام از سه ضلع مثلث، کوچک‌تر است.

(۳) در هر مثلث، اگر دو ضلع برابر باشند، دو زاویه روبه‌رویه آنها نیز برابرند.

(۴) در هر مثلث، اندازه بزرگ‌ترین زاویه از ۴ برابر اندازه کوچک‌ترین زاویه، کوچک‌تر است.

(کنکور ریاضی - ۹۳)

۲۳

چند مورد از حکم‌های زیر مثال نقض دارند؟

(الف) همه اعداد صحیح مثبت‌اند.

(ب) مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی محدب 360° است.(پ) به ازای هر n طبیعی مقدار $n^2 + n + 41$ عددی اول است.

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

(آزمون علوی)

۲۴

در یک مثلث با زاویه 138° ، کوچک‌ترین زاویه بین دو نیمساز خارجی به درجه، کدام است؟

(۱) ۲۱

(۲) ۱۷۵

(۳) ۳۴/۵

(۴) ۴۲

(کنکور ریاضی - ۹۰)

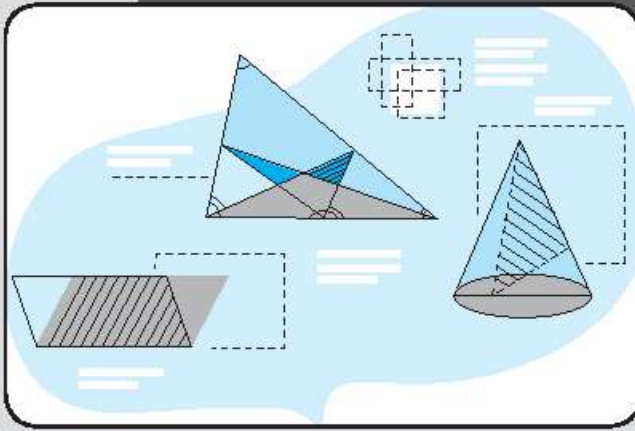
۲۵

در مثلث ABC ، $AC > BC$ است. اگر $\hat{C} = 85^\circ$ باشد، زاویه B کدام می‌تواند باشد؟(۱) 47° (۲) 48° (۳) 46° (۴) 45°

(آزمون علوی)

فصل دوم

قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن



نسبت و تناسب در هندسه



از تقسیم اندازه قطر یک مستطیل به طول آن، عدد طلایی حاصل می‌شود. مجذور نسبت طول به عرض مستطیل کدام است؟

۲۶

(کنکور تجربی - ۹۲)

(۴) $\frac{2}{3+\sqrt{5}}$

(۳) $\frac{2}{1+\sqrt{5}}$

(۲) $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

(۱) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

نسبت طول به عرض یک مستطیل، ۵ به ۴ است. با افزایش طول مستطیل، یک مستطیل طلایی خواهیم داشت. نسبت مساحت مستطیل طلایی به مستطیل اولیه کدام است؟

۲۷

(کنکور تجربی - ۹۲)

(۴) $0.4(1+\sqrt{5})$

(۳) $0.6+0.2\sqrt{5}$

(۲) $0.2(1+\sqrt{5})$

(۱) $0.2+\sqrt{5}$

در مثلث ABC ، $c=3$ و $b=5$ و رابطه $h_b + h_c = h_a$ بین ارتفاع‌های مثلث برقرار است. طول ضلع a کدام است؟

۲۸

(آزمون علوی)

(۴) $\frac{15}{8}$

(۳) $\frac{8}{15}$

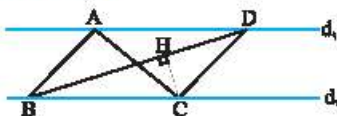
(۲) $\frac{5}{3}$

(۱) $\frac{3}{5}$

در شکل زیر $d_1 \parallel d_2$ است. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۱۰ واحد مربع و اندازه BD برابر ۱۰ واحد باشد، فاصله نقطه C از پاره خط BD چقدر است؟

۲۹

(آزمون علوی)



(۱) ۲

(۲) ۳

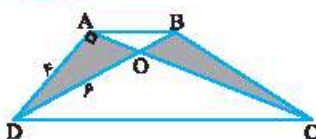
(۳) ۱

(۴) ۲/۵

(آزمون علوی)

در دوزنقه شکل زیر، مساحت قسمت سایه‌زده شده چقدر است؟

۳۰



(۱) $4\sqrt{5}$

(۲) $8\sqrt{5}$

(۳) $16\sqrt{5}$

(۴) $1\sqrt{5}$

در مثلث ABC داریم $AB = AC = ۱۷$ و $BC = ۱۶$ ، دایره‌ای به مرکز B و شعاع ۲۵، خطی را که از رأس A موازی BC رسم شود، در نقطه D قطع می‌کند. فاصله نقطه C از خط BD ، کدام است؟

۳۱

(کنکور ریاضی - ۹۸)

(۴) $10/2$

(۳) $9/6$

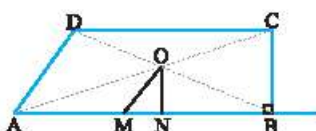
(۲) $8/4$

(۱) $7/2$

مطابق شکل زیر، از محل تلاقی قطرهای دوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ ($\angle B = 90^\circ$)، پاره‌خط‌های OM و ON به ترتیب موازی با AD و BC رسم شده‌اند. نسبت $\frac{AM}{BN}$ ، کدام است؟

۳۲

(کنکور ریاضی - ۹۹)



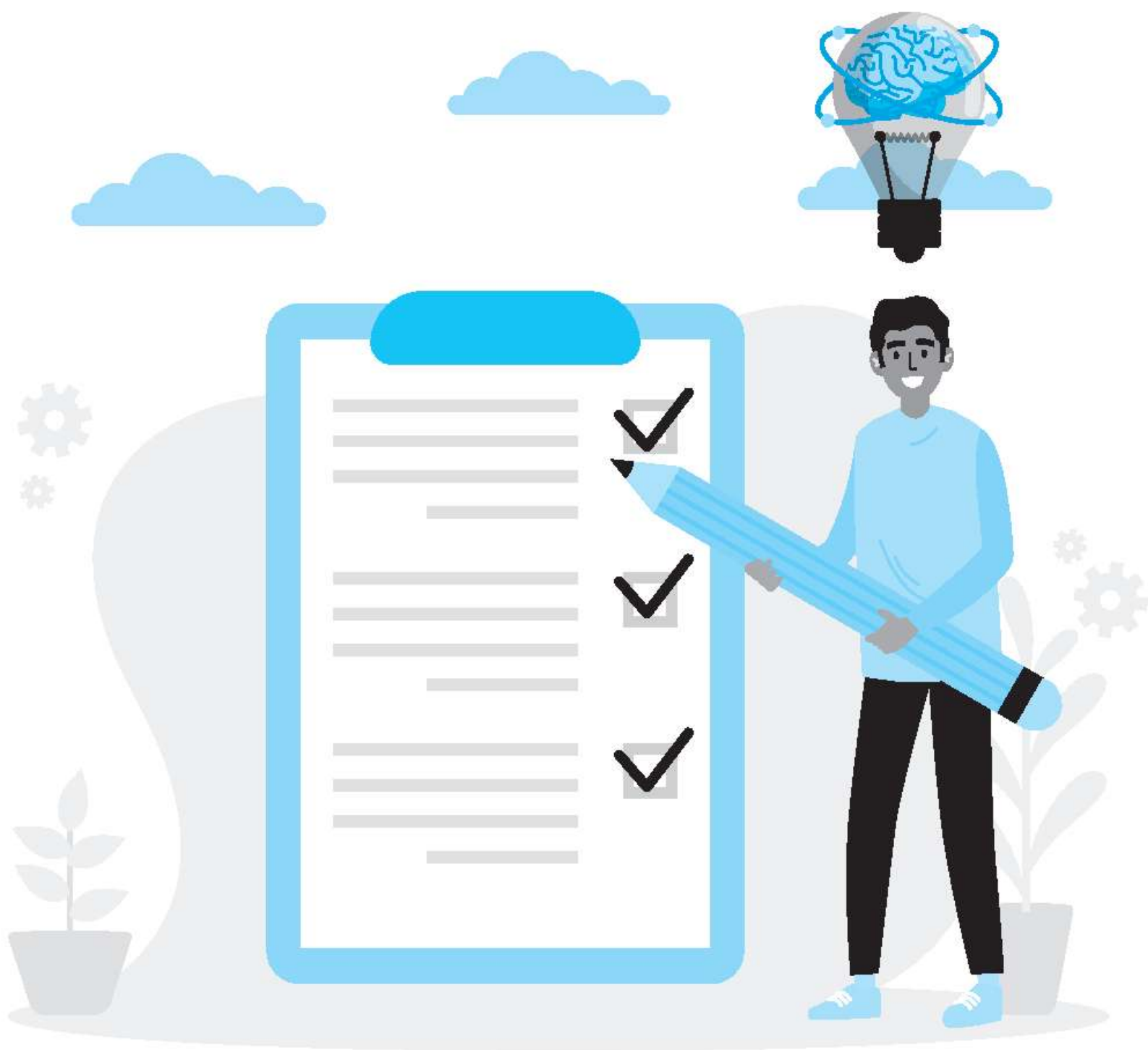
(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) کوچک‌تر از ۱

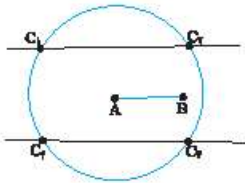
(۴) بزرگ‌تر از ۱ کوچک‌تر از ۲

پاسخنامه تشریحی



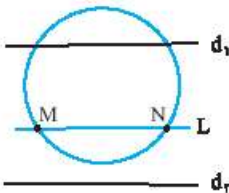
۴. گزینه (۴)

مجموع تقاطعی که از نقطه A به فاصله ۷cm است، دایره‌ای به مرکز A و به شعاع ۷ است، مجموعه تقاطعی که از پاره خط AB به فاصله ۵ هستند، دو خط d و d' به فاصله ۵ از پاره خط AB می‌باشد، نقاط تلاقی دو خط d و d' با دایره به مرکز A و شعاع ۷ جواب مسئله است که مسئله ۴ جواب دارد.



۵. گزینه (۱)

مکان هندسی تقاطعی که از دو خط موازی d_۱ و d_۲ فاصله یکسان داشته باشد یک خط دقیقاً وسط دو خط d_۱ و d_۲ است، آن را L می‌نامیم، مکان هندسی تقاطعی که از نقطه A به یک فاصله معین (یعنی نصف فاصله دو خط d_۱ و d_۲) باشد یک دایره است، مکان موردنظر محل برخورد این دایره و خط L است که حداکثر در دو نقطه متقاطع اند.



۶. گزینه (۳)

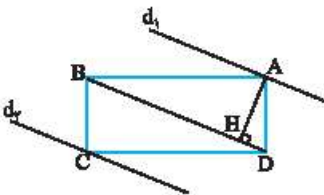
اندازه قطر BD را حساب می‌کنیم:

$$AD = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{16 + 16} = 4\sqrt{2}$$

حال فاصله A از BD را حساب می‌کنیم:

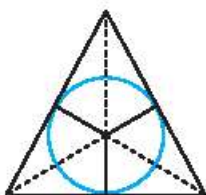
$$AH \times BD = AD \times AB \Rightarrow AH \times 4\sqrt{2} = 4 \times 8 \Rightarrow AH = \frac{8}{\sqrt{2}}$$

بنابراین اگر در رئوس A و C دو خط d_۱ و d_۲ را به موازات BD رسم کنیم، مکان موردنظر دو نقطه A و C خواهند بود.



۷. گزینه (۳)

هر نقطه روی نیمساز هر زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است و در هر مثلث محل هم‌رسمی نیمسازهای داخلی (مرکز دایره محاطی داخلی) تنها نقطه‌ای درون مثلث است که از ۳ ضلع مثلث به یک فاصله است.



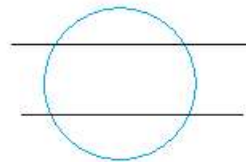
پاسخنامه تشریحی هندسه (۱)

۱. گزینه (۴)

فاصله از یک خط: مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله k باشد، دو خط موازی با d است که هر کدام از خط d فاصله k دارند.

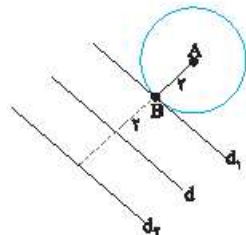


مکان هندسی تقاطعی که از خط d فاصله ۳ داشته باشند، دو خط موازی با خط d به فاصله ۳ سلتی‌تر از آن است، اگر هر کدام از دو خط موردنظر دایره را در دو نقطه قطع کنند مکان موردنظر ۴ نقطه خواهد بود.



۲. گزینه (۲)

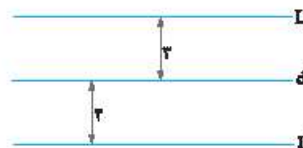
مکان هندسی تقاطعی که از نقطه A به فاصله ۲ سانتی‌متر باشند دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۲ است و همچنین مکان هندسی تقاطعی که از خط d به فاصله ۲ سانتی‌متر باشد دو خط d_۱ و d_۲ موازی با d و به فاصله ۲ سانتی‌متر از آن است، مکان مشترک نقطه B خواهد بود.



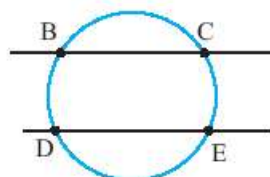
۳. گزینه (۴)

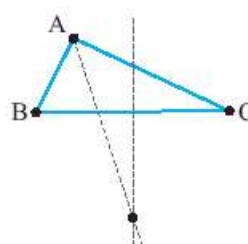
مکان موردنظر، مکان هندسی مشترک است.

مکان هندسی (۱): مجموعه تقاطعی که از نقطه A به فاصله ۷ سانتی‌متر باشند، دایره‌ای به مرکز A و به شعاع ۷ است، مجموعه تقاطعی که از خط d به فاصله ۳ باشند، دو خط موازی با d و به فاصله ۳ واحد از آن است.



دایره‌ای به شعاع ۷ دو خط L و L' را حداکثر در چهار نقطه قطع می‌کند.





۱۸. گزینه (۴)



هرگاه دو قطر یک متوازی الاضلاع را داشته باشیم بی‌شمار متوازی الاضلاع می‌توان رسم کرد و هرگاه دو قطر و زاویه بین آن دو قطر در یک متوازی الاضلاع را داشته باشیم، تنها یک متوازی الاضلاع می‌توان رسم کرد.

با توجه به نکته فوق، می‌توان بی‌شمار متوازی الاضلاع رسم کرد.

۱۹. گزینه (۳)



هرگاه دو قطر یک متوازی الاضلاع را داشته باشیم بی‌شمار متوازی الاضلاع می‌توان رسم کرد و هرگاه دو قطر و زاویه بین آن دو قطر در یک متوازی الاضلاع را داشته باشیم، تنها یک متوازی الاضلاع می‌توان رسم کرد.

با توجه به نکته فوق به بررسی گزاره‌ها می‌پردازیم:

(الف): با داشتن طول دو قطر بی‌شمار متوازی الاضلاع می‌توان ساخت.

(ب): مربع نوعی متوازی الاضلاع است که قطرها آن با هم برابر و بر هم عمودند.

پس با داشتن طول یک قطر آن نیز فقط یک مربع می‌توان رسم کرد.

(پ): لوزی یک متوازی الاضلاع است که قطرها آن بر هم عمودند، پس با داشتن

طول دو قطر یک لوزی تنها یک متوازی الاضلاع ساخته می‌شود.

۲۰. گزینه (۴)



مستطیل، متوازی الاضلاعی است که طول قطرها آن با هم برابر است پس طول هر دو

قطر آن ۴ است و چون زاویه بین دو قطر نامعلوم است، بی‌شمار مستطیل می‌توان رسم کرد.

۲۱. گزینه (۳)



مثال نقض: هرگاه بخواهیم نادرستی یک گزاره را نشان دهیم از مثال

نقض استفاده می‌کنیم.

گزینه‌های (۱) و (۲) و (۴) همواره درست هستند اما اگر دوزنقه متساوی الساقینی

را در نظر بگیریم که قطرها آن بر هم عمود باشند و چون در دوزنقه

متساوی الساقین همواره قطرها با

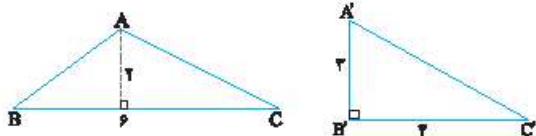
هم برابر هستند، پس مثال نقض

برای گزینه (۳) است.

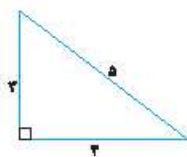
۲۲. گزینه (۳)



برای گزینه (۱)، دو مثلث زیر مثال نقض هستند.



برای گزینه (۲)، مثلث شکل زیر مثال نقض می‌باشد.



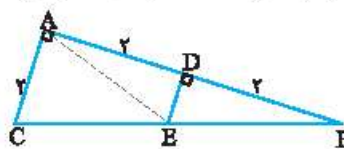
برای گزینه (۴)، مثلث شکل زیر یک مثال نقض است.



۱۵. گزینه (۳)



عمودمنصف AB را رسم می‌کنیم تا BC را در E قطع کند. نقطه E وسط BC خواهد بود.



$$BC^2 = 2^2 + 4^2 = 20 \Rightarrow BC = 2\sqrt{5} \Rightarrow EB = EC = \sqrt{5}$$

فاصله E تا B و A با هم برابرند، پس: $AE = \sqrt{5}$.

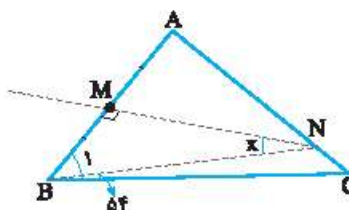
$$EA \times EB \times EC = 5\sqrt{5}$$

۱۶. گزینه (۳)



$$\triangle ABC : AB = AC \xrightarrow{\text{متساوی الساقین}} \hat{B} = \hat{C} = \alpha$$

$$\Rightarrow 54^\circ + \hat{B}_1 = \alpha \Rightarrow \hat{B}_1 = \alpha - 54^\circ$$



چون نقطه N روی عمودمنصف AB است پس از دو سر پاره‌خط AB به یک فاصله است.

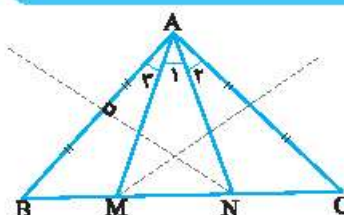
$$\triangle ANB : AN = NB \xrightarrow{\text{متساوی الساقین}} \hat{B}_1 = \hat{A} = \alpha - 54^\circ$$

$$\triangle ABC : \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \alpha - 54^\circ + \alpha + \alpha = 180^\circ \Rightarrow 3\alpha = 288^\circ \Rightarrow \alpha = 96^\circ$$

$$\triangle MBN : \hat{M} + \hat{B}_1 + \hat{N} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 90^\circ + \alpha - 54^\circ + x = 180^\circ \xrightarrow{\alpha=96^\circ} x = 66^\circ$$

۱۷. گزینه (۲)



می‌دانیم هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط، از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله

است بنابراین داریم:

$$\left. \begin{array}{l} AB \text{ عمودمنصف } N \Rightarrow NA = NB \\ \xrightarrow{\text{مثلث متساوی الساقین } ABN} \hat{A}_1 + \hat{A}_3 = \hat{B} \\ AC \text{ عمودمنصف } M \Rightarrow AM = MC \\ \xrightarrow{\text{مثلث متساوی الساقین } AMC} \hat{A}_1 + \hat{A}_3 = \hat{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{A}_1 + \hat{A}_3 + \hat{A}_3 = \hat{B} + \hat{C}$$

$$A_1 + 180 = 180 - \hat{A} \Rightarrow A_1 = 180 - 180 - 80 \Rightarrow A_1 = 20^\circ$$