

گزینه دو

مؤسسه آموزشی فرهنگی

داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

آزمون آزمایشی ۲۲ مهر ۱۴۰۱

آزمون اختصاصی ۱

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری تیر ماه ۱۴۰۲ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
ریاضیات	۵۰	۱	۵۰	۸۰ دقیقه

مرحله ۲

دفترچه شماره ۱



همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبه رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک ها، پیش آزمون های آنلاین، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و... با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس gozine2.ir شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

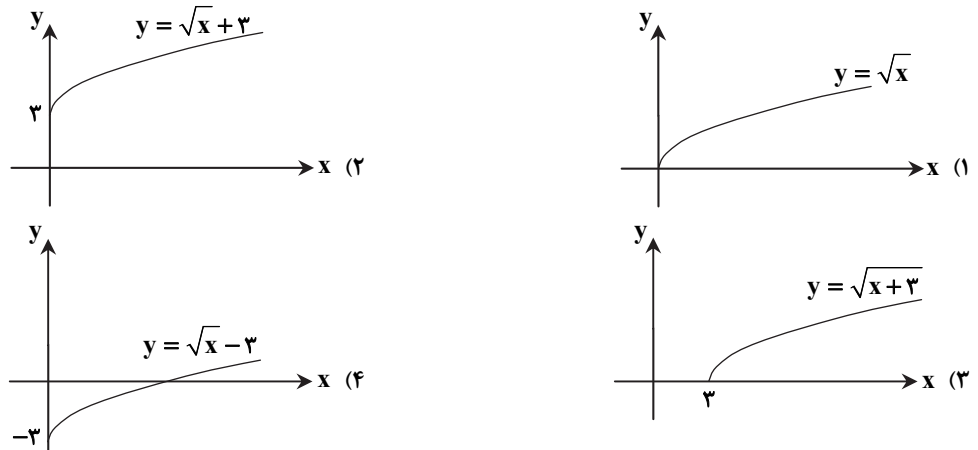
۱- f تابعی خطی است که از نقاط $A(3, 1)$ و $B(2, -1)$ عبور می‌کند. کدام تابع ثابت است؟

- (۱) $2f(x) - 3x$ (۲) $6x - 3f(x)$ (۳) $f(x) + 2x$ (۴) $x + 2f(x)$

۲- لیوانی استوانه‌ای شکل داریم که شعاع قاعده آن ۵ و ارتفاع آن ۲۰ است. این لیوان را زیر شیر آب قرار می‌دهیم. تابعی که حجم آب موجود در لیوان را بر حسب ارتفاع آن بیان می‌کند، به همراه دامنه آن کدام است؟

- (۱) $V(h) = 25\pi h$; $D = \mathbb{R}$ (۲) $V(h) = 25\pi h$; $D = [0, 20]$
 (۳) $V(h) = \frac{25\pi}{3}h$; $D = \mathbb{R}$ (۴) $V(h) = \frac{25\pi}{3}h$; $D = [0, 20]$

۳- نمودار کدام تابع به درستی رسم نشده است؟



۴- وارون تابع $f(x) = x^2 - 4x + 2$ را در بازه $[3, +\infty)$ محاسبه کرده‌ایم. مقدار $f^{-1}(7)$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) ۵

۵- اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + 5}$ و $g(x) = \sqrt{14 - x^2}$ ، دامنه تعریف تابع $y = g \circ f$ کدام است؟

- (۱) $[-\sqrt{14}, \sqrt{14}]$ (۲) $[-\sqrt{14}, -3] \cup [3, \sqrt{14}]$
 (۳) $[-3, 3]$ (۴) \mathbb{R}

۶- توابع $1 \leq x$ و $f(x) = x^2 - 2x + 3$ و $g(x) = x + 2$ را در نظر بگیرید. ضابطه تابع $(f^{-1} \circ g)(x)$ کدام است؟

- (۱) $1 + \sqrt{x}$ (۲) $2 + \sqrt{x}$ (۳) $1 - \sqrt{x}$ (۴) $2 - \sqrt{x}$

۷- تابع $f(x) = \frac{2x+4}{x-1}$ نمودار وارون خود را در نقاط A و B قطع می‌کند. مجموع طول این دو نقطه کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) -۴

۸- اگر $f(x) = \sqrt{x+1}$ ، دامنه تابع $y = \frac{1}{f(x) - f(-x)}$ کدام است؟

- (۱) $[-1, +\infty)$ (۲) $[-1, 1]$ (۳) $[-1, 1] - \{0\}$ (۴) $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

۹- اگر $f(x) = \sqrt{x}$ ، نمودار $y = -2f(x)$ و $y = f(-2x)$ به ترتیب از کدام نواحی عبور می‌کند؟

- (۱) چهارم - سوم (۲) چهارم - دوم (۳) دوم - دوم (۴) چهارم - چهارم

محل انجام محاسبات

۱۰- تابع $f(x) = \sqrt{x+2}$ معکوس خود را در نقطه A قطع می کند، فاصله A تا مبدأ مختصات کدام است؟

۴ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

۲ (۲)

$4\sqrt{2}$ (۱)

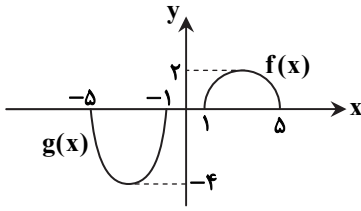
۱۱- با توجه به شکل روبه‌رو کدام گزینه می تواند درست باشد؟

$g(x) = -4f(x+6)$ (۱)

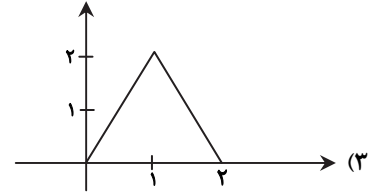
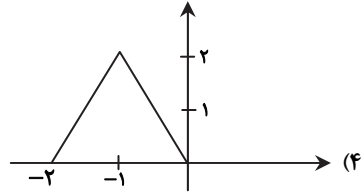
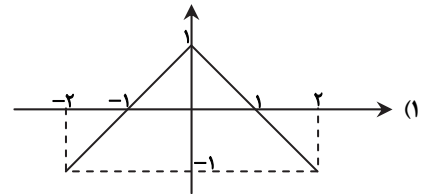
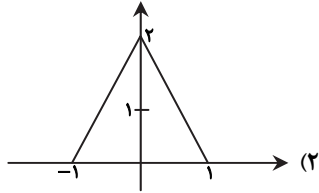
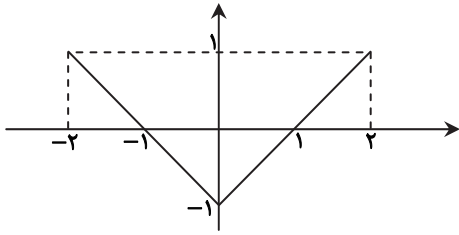
$g(x) = -2f(x-6)$ (۲)

$g(x) = 2f(6-x)$ (۳)

$g(x) = -2f(x+6)$ (۴)



۱۲- اگر نمودار تابع $y = -f(\frac{x}{p}) + 1$ به صورت روبه‌رو باشد، نمودار تابع $y = f(x-1)$ کدام است؟



۱۳- برد تابع $y = f(x)$ بازه $[-3, 4]$ می باشد. برد تابع $y = -\frac{1}{p}f(2x-1) + 1$ شامل چند عدد صحیح می باشد؟

بی شمار (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

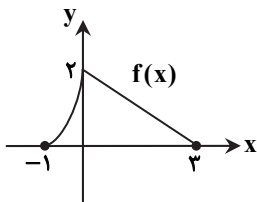
۱۴- اگر نمودار $f(x)$ به صورت روبه‌رو باشد، نمودار تابع $g(x) = -f(1-x)$ نمودار $y = f(x)$ را در چند نقطه قطع می کند؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

صفر (۴)



محل انجام محاسبات

داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)

۱۵- نمودار تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ را در جهت محور طول‌ها با ضریب $\frac{1}{4}$ ، منقبض می‌نماییم. سپس یک واحد به سمت راست منتقل کرده و در نهایت

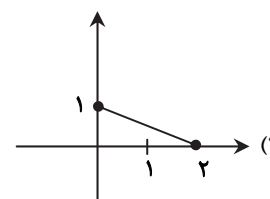
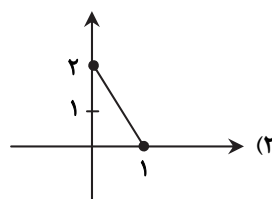
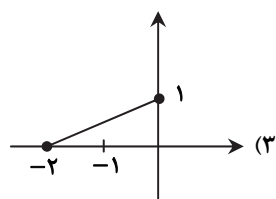
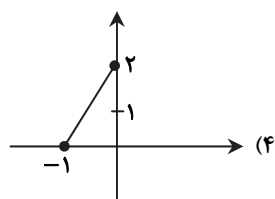
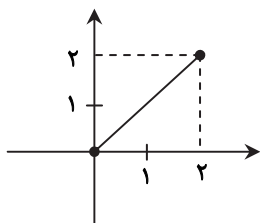
نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌نماییم. اگر $g(x)$ ضابطه تابع به دست آمده باشد، $g(-5)$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{12}$ (۲) ۲ (۳) $-\sqrt[3]{12}$ (۴) -۲

۱۶- اگر $A(-1, 2)$ یک نقطه از نمودار تابع f باشد، کدام نقطه زیر متناظر با نقطه A روی نمودار تابع $y = 1 + f(3 - 2x)$ است؟

- (۱) $(1, 5)$ (۲) $(3, 5)$ (۳) $(2, 3)$ (۴) $(1, 2)$

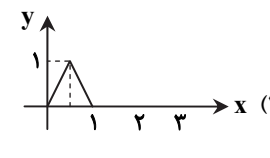
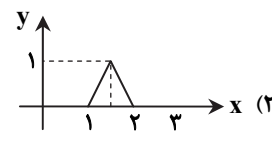
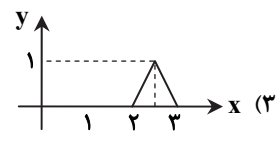
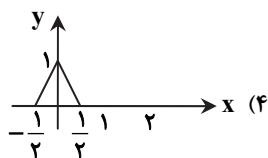
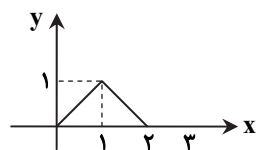
۱۷- نمودار تابع $y = f(x - 2)$ مانند شکل زیر است. نمودار تابع $y = f(-2x)$ شبیه کدام گزینه است؟



۱۸- اگر $D_f = [2, 4]$ و $D_g = [1, 2]$ دامنه تابع $g(\frac{x}{4}) + 2f(2x)$ کدام است؟

- (۱) $\{2\}$ (۲) $[1, 2]$ (۳) $[1, 3]$ (۴) $[1, 4]$

۱۹- اگر نمودار تابع $y = f(x + 1)$ به شکل روبه‌رو باشد، نمودار $y = f(2x - 1)$ کدام است؟



۲۰- اگر $A(-1, 2)$ رأس سهمی $y = f(1 - x)$ باشد، مختصات رأس سهمی $y = 2f(x - 2)$ کدام است؟

- (۱) $(4, 4)$ (۲) $(0, 4)$ (۳) $(2, 2)$ (۴) $(-2, 4)$

۲۱- در مورد نمودار تابع $f(x) = x^2 + x + 1$ به ترتیب اعمال «طول همه نقاط را دو برابر می‌کنیم»، «قرینه نسبت به محور yها»، «عرض همه نقاط را ۴ برابر می‌کنیم» و «انتقال ۴ واحدی نمودار به سمت پایین» انجام شده است. نمودار تابع حاصل از کدام ناحیه مختصات عبور نمی‌کند؟

- (۱) ناحیه اول (۲) ناحیه دوم (۳) ناحیه سوم (۴) ناحیه چهارم

محل انجام محاسبات

۳۴

۲۲- پاره خط $AB = 6$ مفروض است. عمود منصف AB را رسم کرده و به مرکز A و شعاع ۵ دایره‌ای رسم می‌کنیم تا عمود منصف را در نقاط C و D قطع کند. چهار ضلعی $ACBD$ کدام است؟

(۴) لوزی با مساحت ۲۴

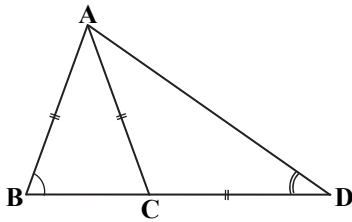
(۳) لوزی با محیط ۱۶

(۲) مستطیل با قطر ۶

۲۳- در شکل روبه‌رو داریم: $AB = AC = CD$. نسبت اندازه زاویه D به اندازه زاویه B کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$ 

۲۴- مربع $ABCD$ به ضلع $4\sqrt{2}$ مفروض است. اگر α نقطه روی محیط مربع موجود باشد که به فاصله k از مرکز مربع قرار دارند، مقدار k کدام می‌تواند باشد؟

(۴) $2/\sqrt{2}$ (۳) $4/1$ (۲) $3/2$ (۱) $2/5$

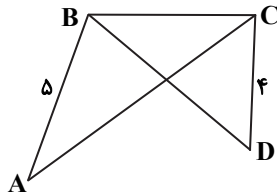
۲۵- در شکل روبه‌رو، داریم: $AC = 8$ و $BD = 6$. با توجه به اندازه‌های روی شکل، اندازه ضلع BC کدام نمی‌تواند باشد؟

(۱) ۵

(۲) ۹

(۳) ۱۱

(۴) ۷



۲۶- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$) به طول ساق $4\sqrt{2}$ ، فاصله نقطه هم‌رسی عمود منصف‌ها از رأس B برابر ۳ است. فاصله این نقطه از ضلع AC چقدر است؟

(۴) $\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{2}$

(۲) ۲

(۱) ۱

۲۷- در مثلث ABC ، نیمساز زاویه A و عمود منصف ضلع AB در نقطه O متقاطع‌اند. اگر داشته باشیم $\hat{B} > \hat{C}$ و از نقطه O عمودهای OD و OE را به ترتیب به اضلاع AB و AC وارد کنیم، کدام نامساوی همواره برقرار است؟

(۴) $AE > BD$ (۳) $CE > AE$ (۲) $OB > OC$ (۱) $AE > CE$

۲۸- در ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و $a_{ij} = \begin{cases} m + 2i & : i \geq j \\ i^2 - j & : i < j \end{cases}$ ، اگر مجموع درایه‌های بالای قطر اصلی دو برابر مجموع درایه‌های روی قطر اصلی

باشد، m کدام است؟

(۴) -۶

(۳) $-\frac{13}{3}$

(۲) ۴

(۱) $\frac{11}{3}$

۲۹- اگر $A^2 = A - I$ و $A^5 = \alpha A + \beta I$ ، مقدار $\alpha + \beta$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۴

(۲) -۲

(۱) ۱

۳۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & m \end{bmatrix}$ و $A(A + 2I) = I$ ، مقدار m کدام است؟

(۴) -۳

(۳) ۳

(۲) -۱

(۱) ۱

محل انجام محاسبات

۳۱- حاصل $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}^{23} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{22} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{21} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}^{20}$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

۳۲- اگر $A^2 = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$ ، $B^2 = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$ و $A - B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ باشند، حاصل $AB + BA$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 6 & -7 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -6 & -6 \\ -7 & -3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -3 & 3 \\ -6 & 7 \end{bmatrix}$

۳۳- ماتریس‌های $A_{m \times n}$ ، $B_{p \times q}$ و $C_{r \times s}$ مفروض هستند. اگر ماتریس $(AB)^2 + C$ وجود داشته باشد، حاصل $\frac{q+s+p}{r+n+s}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۳۴- اگر $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ 1 & 2 & 3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \end{bmatrix}$ حاصل $a_1 + a_2 + \dots + a_6$ کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۴۸ (۳) ۵۴ (۴) ۶۴

۳۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ -1 & \sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$ ، بزرگ‌ترین درایه روی قطر اصلی A^2 کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶۴ (۳) ۳۲ (۴) ۱۶

۳۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $(BAB)^{50}$ کدام است؟

- (۱) $5^{50} \cdot I$ (۲) $5^{25} \cdot A$ (۳) $7^{25} \cdot I$ (۴) $7^{25} \cdot A$

ریاضیات گسسته

ریاضیات گسسته: فصل ۱ درس ۱

۳۷- درستی کدام یک از گزاره‌های زیر را با مثال نقض، نمی‌توان رد کرد؟

(۱) اگر برای سه مجموعه A ، B و C تساوی $A \cap B = A \cap C$ برقرار باشد، آنگاه $B = C$ است.

(۲) اگر مجموع دو عدد گنگ عددی گویا شود، آنگاه دو عدد قرینه هم هستند.

(۳) برای هر دو عدد حقیقی x و y داریم: $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

(۴) اگر k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آنگاه $k+1$ مربع کامل است.

۳۸- در اثبات نابرابری $2(x^2 + y^2) \geq (x+y)^2$ به روش بازگشتی، رابطه بدیهی که در پایان حاصل می‌شود، کدام است؟

- (۱) $x^2 + y^2 \geq 0$ (۲) $(x+y)^2 \geq 0$ (۳) $xy \geq 0$ (۴) $(x-y)^2 \geq 0$

محل انجام محاسبات

۳۹- گزاره زیر با کدام گزینه به درستی کامل می شود؟

« a_1, a_2 و a_3 عددهایی صحیح هستند و b_1, b_2 و b_3 همان اعداد ولی با ترتیب دیگر می باشند. برای اثبات گزاره

« $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ عددی زوج است» از روش استفاده می کنیم.»

(۱) نادرستی - مثال نقض (۲) درستی - برهان خلف

(۳) درستی - اثبات با در نظر گرفتن همه حالتها (۴) نادرستی - برهان خلف

۴۰- اگر x و y دو عدد صحیح باشند به طوری که $xy = 14012022$ ، آنگاه عدد $x^4 + y^4$ چگونه است؟

(۱) اول (۲) فرد (۳) زوج (۴) گاهی زوج و گاهی فرد

۴۱- به ازای چند عدد طبیعی n از مجموعه اعداد طبیعی کمتر از ۳۱، عبارت $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$ عددی زوج است؟

(۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

۴۲- در اثبات نامساوی $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \geq \frac{4}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$ به ازای $x, y > 0$ ، به کمک اثبات بازگشتی به کدام رابطه بدیهی می رسیم؟

(۱) $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0$ (۲) $\sqrt{xy} \geq 0$ (۳) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 \geq 0$ (۴) $(x+y)^2 \geq 0$

۴۳- اگر α و β دو عدد گنگ متفاوت باشند و $\alpha + \beta$ گویا باشد، عبارت های $2\alpha - \beta$ و $\alpha^2 + \beta^2$ به ترتیب و هستند.

(۱) همواره گنگ - همواره گنگ (۲) همواره گویا - همواره گویا

(۳) همواره گنگ - بعضی مواقع گویا (۴) همواره گویا - بعضی مواقع گنگ

۴۴- کدام یک از گزینه های زیر را نمی توان با برهان خلف ثابت کرد؟

(۱) اگر a عددی گنگ باشد، $\frac{1}{a}$ نیز گنگ است. (۲) اگر a عددی صحیح و a^2 فرد باشد، a نیز فرد است.

(۳) حاصل ضرب هر عدد گویا در یک عدد گنگ، عددی گنگ است. (۴) تفاضل یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است.

۴۵- کدام دو گزاره هم ارز هستند؟

(۱) $x + y = 5$ و $(x-2)(y-3) = 0$ (۲) $4A + 1$ مربع کامل است و $A = k(k+1)$

(۳) $a^2 + b^2 = (a+b)^2$ و $a = 0 \wedge b = 0$ (۴) $a^2 - b^2 > 0$ و $a^5 > b^5$

۴۶- با کدام استدلال می توانیم ثابت کنیم «برای چهار عدد طبیعی فرد x, y, z, t معادله $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t} = 1$ جواب ندارد»؟

(۱) اثبات غیرمستقیم (۲) اثبات مستقیم (۳) مثال نقض (۴) اثبات بازگشتی

۴۷- اگر x_1, x_2, x_3 اعدادی صحیح و متمایز و y_1, y_2, y_3 همان اعداد با ترتیبی دیگر باشند، کدام عدد لزوماً زوج نیست؟

(۱) $(x_1 - y_1)(x_2 - x_3)(x_3 - y_3)$ (۲) $(x_3 - y_3)(x_1 - y_1)(x_2 - y_2)$

(۳) $(x_1 - y_1)(x_3 - y_1)(x_2 - y_1)$ (۴) $(x_1 - y_3)(x_2 - y_2)(x_3 - y_1)$

۴۸- اگر a و b دو عدد مثبت باشند، بیشترین مقدار عبارت $\frac{3ab}{a^2 + b^2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۴۹- حاصل ضرب سه عدد زوج متوالی ممکن است مضرب کدام عدد نباشد؟

(۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۵۰- اگر a عددی طبیعی باشد، کدام عدد مضرب ۶ نیست؟

(۱) $a^3 - a$ (۲) $a^5 - a$ (۳) $a^3 + 5a$ (۴) $a^5 - 5a$

آزمایش دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

گزینه دو



داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

آزمون آزمایشی ۲۲ مهر ۱۴۰۱

آزمون اختصاصی ۲

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری تیر ماه ۱۴۰۲ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
فیزیک	۴۰	۵۱	۹۰	۵۰ دقیقه
شیمی	۳۰	۹۱	۱۲۰	۳۰ دقیقه
تعداد کل پرسش‌ها: ۷۰		مدت پاسخ‌گویی: ۸۰ دقیقه		

مرحله ۲

دفترچه شماره ۲



همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه‌های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک‌ها، پیش‌آزمون‌های آنلاین، بانک سؤال گزینه‌دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه‌های کمک آموزشی، آرشیو آزمون‌های گزینه‌دو و... با استفاده از شماره داوطلبی (به‌عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به‌عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه‌دو به آدرس gozine2.ir شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت‌نام کرده‌اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده‌اید.

۵۱- در کدام گزینه، همه کمیت‌ها اصلی هستند و یکای اندازه‌گیری آن‌ها در SI به ترتیب، صحیح نوشته شده است؟
 (۱) جرم - تندی / کیلوگرم - متر بر ثانیه
 (۲) طول - بار الکتریکی / متر - کولن
 (۳) جریان الکتریکی - دما / آمپر - کلوین
 (۴) مقدار ماده - جریان الکتریکی / کیلوگرم - آمپر

۵۲- یک کره توپر به شعاع R از فلزی به چگالی ρ_1 ساخته شده است. کره دیگری به چگالی ρ_2 با شعاع خارجی R دارای حفره‌ای کروی به شعاع $\frac{R}{2}$ است. اگر جرم کره توپر $\frac{3}{4}$ برابر جرم کره حفره‌دار باشد، ρ_1 چند برابر ρ_2 است؟

- (۱) $\frac{21}{16}$ (۲) $\frac{9}{8}$ (۳) $\frac{21}{8}$ (۴) $\frac{9}{16}$

۵۳- ظرفی لبریز از مایعی با چگالی $1/2$ گرم بر سانتی‌متر مکعب است. جسم جامدی را با چگالی 3500 کیلوگرم بر متر مکعب داخل آن می‌اندازیم و 960 گرم مایع از ظرف بیرون می‌ریزد. جرم جسم جامد چند کیلوگرم است؟

- (۱) $9/6$ (۲) $3/7$ (۳) $2/8$ (۴) $1/8$

۵۴- جسمی از دو فلز A و B تشکیل شده است. اگر $\rho_A = 6 \frac{g}{cm^3}$ ، $\rho_B = 4 \frac{g}{cm^3}$ و چگالی جسم $5/2$ گرم بر سانتی‌متر مکعب باشد، چند درصد حجم جسم از فلز B تشکیل شده است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۵۲ (۳) ۴۸ (۴) ۴۰

۵۵- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

- (الف) علت پخش ذرات جوهر و نمک در آب، حرکت مولکول‌های آب است.
 (ب) فاصله ذرات سازنده مایع و جامد تقریباً با هم برابر و حدود یک آنگستروم است.
 (پ) پدیده پخش در گازها با سرعت بیشتری نسبت به مایع‌ها رخ می‌دهد.
 (ت) شیشه یک جامد آمورف است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

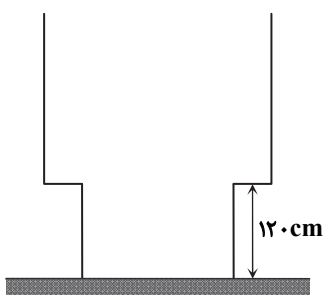
۵۶- وقتی یک لوله شیشه‌ای نازک و دوسر باز را درون ظرف محتوی جیوه فرو می‌بریم، سطح جیوه درون لوله سطح جیوه داخل ظرف و به شکل قرار می‌گیرد؛ چرا که نیروی دگرچسبی بین شیشه و جیوه از هم چسبی بین مولکول‌های جیوه است.

- (۱) بالاتر از - فرورفته - بیشتر (۲) پایین‌تر از - برآمده - کمتر (۳) بالاتر از - فرورفته - کمتر (۴) پایین‌تر از - فرورفته - بیشتر

۵۷- فشار کل در عمق ۲۰ متری مایعی $\frac{13}{9}$ برابر فشار کل در عمق ۱۰ متری آن است. اگر سطح مایع با هوا در تماس باشد، فشار کل در عمق ۵۰ متری مایع چند برابر فشار هوای محیط است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) $3/6$ (۴) ۳

۵۸- یک مخزن آب که دهانه بالایی آن در مجاورت هوا قرار دارد، مطابق شکل از دو قسمت استوانه‌ای تشکیل شده و مساحت قاعده در قسمت پایینی مخزن، $\frac{2}{3}$ مترمربع و در قسمت بالایی آن 2 مترمربع است. اگر 5200 لیتر آب داخل این مخزن بریزیم، فشار کل در کف مخزن چند سانتی‌متر جیوه می‌شود؟ ($P_0 = 70 \text{ cmHg}$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{g}{cm^3}$ و $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}$)

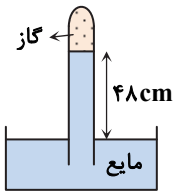


- (۱) ۹۵
 (۲) ۹۰
 (۳) ۸۵
 (۴) ۸۰

محل انجام محاسبات

۵۹- در شکل روبه‌رو، اگر چگالی مایع $\frac{1}{6}$ چگالی جیوه باشد، فشار پیمانه‌ای گاز محبوس در لوله چند سانتی‌متر جیوه است؟

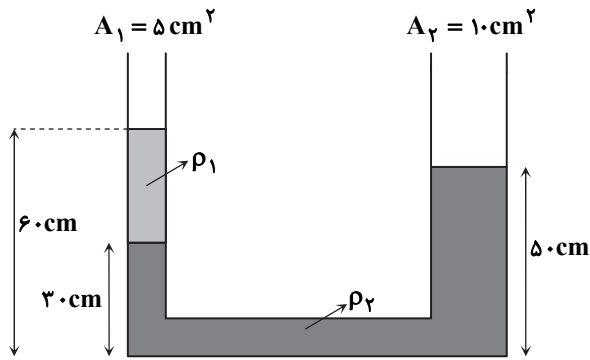
(فشار هوای محیط: $P_0 = 76 \text{ cmHg}$)



- (۱) ۸
- (۲) ۲۸
- (۳) -۸
- (۴) -۲۸

۶۰- مطابق شکل، سطح مقطع دو شاخه لوله U شکل $A_1 = 5 \text{ cm}^2$ و $A_2 = 10 \text{ cm}^2$ است. دو مایع مخلوط‌نشده در حال تعادل هستند و

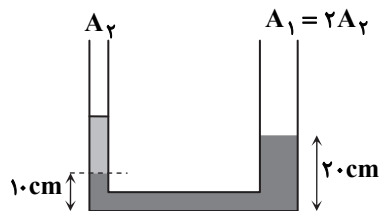
ارتفاعی نسبت به کف ظرف قرار می‌گیرد؟ اگر $\rho_2 = 1/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است. اگر 135 cm^3 از مایع با چگالی ρ_1 به شاخه سمت چپ اضافه کنیم، سطح مایع در شاخه سمت راست در چه



- (۱) ۵۴ cm
- (۲) ۵۶ cm
- (۳) ۵۹ cm
- (۴) ۶۲ cm

۶۱- در لوله U شکل زیر، آب و روغن ریخته شده و سطح مقطع شاخه سمت راست ۲ برابر سمت چپ است. اگر به اندازه حجم روغن، مایعی با چگالی ρ در شاخه سمت راست بریزیم، سطح روغن در شاخه سمت چپ ۳ cm بالا می‌آید. چگالی مایع اضافه‌شده (ρ) چند گرم بر

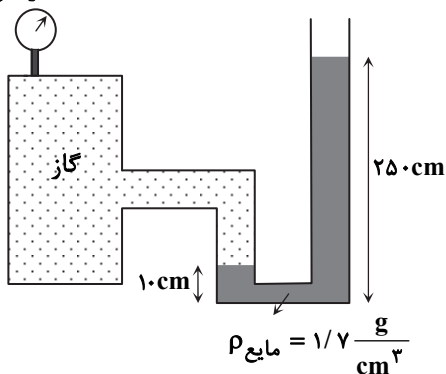
سانتی‌متر مکعب است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $\rho_{\text{روغن}} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)



- (۱) ۰/۷
- (۲) ۰/۷۲
- (۳) ۰/۹
- (۴) ۰/۹۲

۶۲- در شکل روبه‌رو، عددی که فشارسنج نشان می‌دهد برابر چند سانتی‌متر جیوه است؟

فشارسنج



($\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

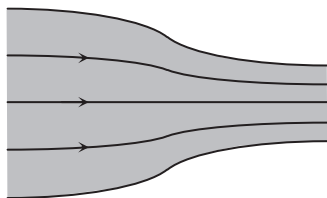
- (۱) ۶۰
- (۲) ۴۸
- (۳) ۳۰
- (۴) ۲۴

محل انجام محاسبات

۶۳- روی قسمت بار یک کامیون چادر کشیده شده است. وقتی کامیون حرکت می‌کند، چادر به چه صورتی درمی‌آید؟

- (۱) در همان حالت قبلی می‌ماند.
 (۲) باد کرده و شکل برآمده پیدا می‌کند.
 (۳) شکل فرورفته پیدا می‌کند.
 (۴) بستگی به تندی حرکت کامیون دارد.

۶۴- در شکل روبه‌رو، قطر مقطع قسمت ضخیم لوله دو برابر قطر مقطع قسمت نازک لوله بوده و مایع به‌طور لایه‌ای در لوله شارش می‌کند. آهنگ جریان شاره در قسمت نازک برابر قسمت ضخیم و فشار در قسمت نازک قسمت ضخیم است.



- (۱) ۲، کمتر از
 (۲) ۱، کمتر از
 (۳) ۴، بیشتر از
 (۴) ۱، برابر با

۶۵- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) حرکت یک ذره بر مسیر منحنی، الزاماً شتابدار است.
 (۲) در حرکت بر مسیر منحنی، در یک بازه زمانی معین بزرگی جابه‌جایی کوچک‌تر از مسافت طی شده است.
 (۳) اگر نمودار مکان- زمان ذره‌ای که روی خط راست حرکت می‌کند، یک خط راست باشد، حرکت با سرعت ثابت است.
 (۴) در حرکت بر روی خط راست همواره تندی متوسط برابر اندازه سرعت متوسط است.

۶۶- متحرکی در یک مسیر مستقیم، ابتدا ۳۰۰ متر را با تندی ثابت $\frac{15}{s} m$ و سپس ۹۰۰ متر را در خلاف جهت اول با تندی ثابت $\frac{30}{s} m$ حرکت می‌کند. اندازه سرعت متوسط آن در کل حرکت چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۲۰ (۴) ۲۴

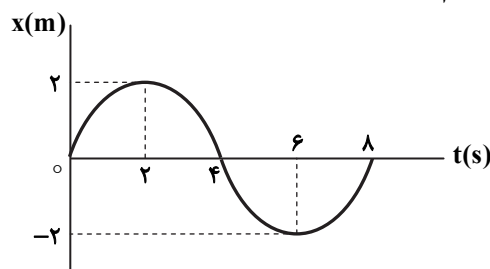
۶۷- متحرکی با تندی ثابت $\frac{10}{s} m$ روی یک دایره به قطر ۲۰ متر حرکت می‌کند. در مدتی که متحرک نصف محیط دایره را طی می‌کند، اندازه شتاب متوسط آن چند متر بر مربع ثانیه است؟

- (۱) $\frac{10}{\pi}$ (۲) $\frac{20}{\pi}$ (۳) ۱۰ (۴) ۲۰

۶۸- معادله مکان- زمان ذره‌ای که روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = 4t^3 - 16t^2 + 12t$ است. سرعت متوسط ذره از $t_1 = 2s$ تا لحظه‌ای که متحرک برای دومین بار پس از $t = 0s$ از مبدأ مکان می‌گذرد، چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) ۸ (۴) -۸

۶۹- نمودار مکان- زمان ذره‌ای که روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت سینوسی و مطابق شکل است. در بازه زمانی $2s \leq t \leq 6s$ تندی متوسط، سرعت متوسط و شتاب متوسط به ترتیب از راست به چپ بر حسب یکاهای SI کدام‌اند؟



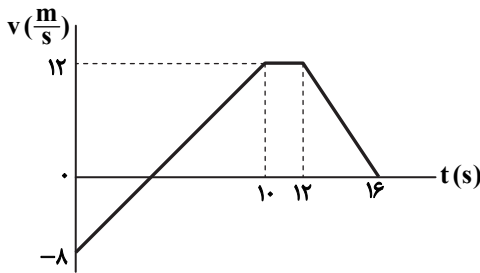
- (۱) ۱، -۱، -۱
 (۲) صفر، -۱، ۱
 (۳) ۱، -۱، صفر
 (۴) -۱، ۱، صفر

۷۰- متحرکی بر روی یک خط راست با تندی ثابت v به مدت t حرکت می‌کند. سپس ترمز کرده و با شتاب ثابت در مدت زمان $2t$ متوقف می‌شود.

اگر سرعت متوسط در کل مدت حرکت $\frac{16}{s} m$ باشد، مقدار v چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۲۰ (۳) ۲۴ (۴) ۳۲

۷۱- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل است. تندی متوسط متحرک در مدت زمان $t = 0s$ تا $t = 16s$ چند متر بر ثانیه است؟



(۱) $3/50$

(۲) $4/50$

(۳) $6/25$

(۴) $8/25$

۷۲- معادله حرکت متحرکی روی خط راست در SI به صورت $x = t^2 - 4t + 5$ است. تندی متوسط متحرک در سه ثانیه اول حرکت آن چند متر بر ثانیه است؟

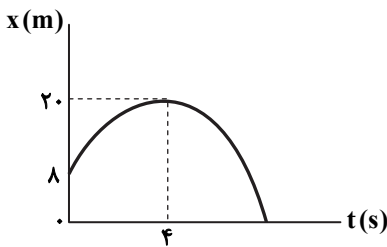
(۴) $5/3$

(۳) ۲

(۲) $4/3$

(۱) ۱

۷۳- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، به شکل سهمی روبه‌رو است. تندی متحرک در لحظه‌ای که از ۱۶ متری جلوی مبدأ مختصات می‌گذرد، چند متر بر ثانیه است؟



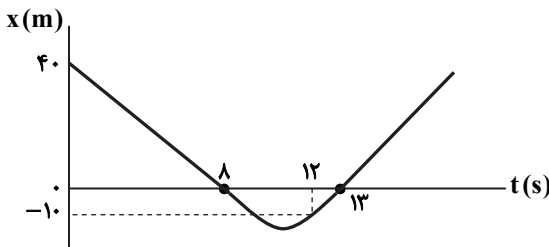
(۱) ۶

(۲) $3\sqrt{2}$

(۳) ۳

(۴) $2\sqrt{3}$

۷۴- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل است. شتاب متوسط متحرک در مدت $t = 6s$ تا $t = 16s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟



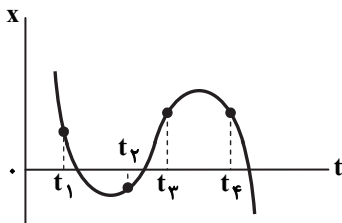
(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) $1/5$

(۴) ۲

۷۵- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی خط راست (محور x) حرکت می‌کند، به شکل روبه‌رو است. در کدام یک از زمان‌های مشخص شده، متحرک به صورت کندشونده و هم‌سو با محور حرکت می‌کند؟



(۱) t_1

(۲) t_2

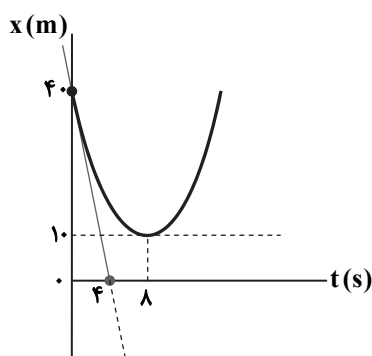
(۳) t_3

(۴) t_4

محل انجام محاسبات

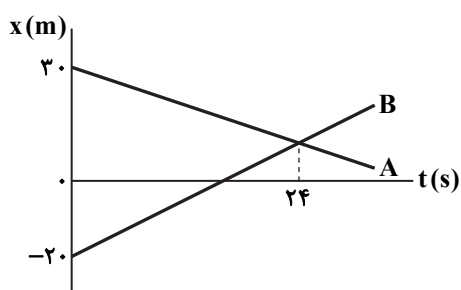
داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)

۷۶- اگر نمودار مکان- زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند به شکل زیر باشد، اندازه شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 8$ s چند متر بر مجذور ثانیه است؟



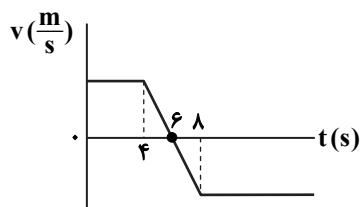
- (۱) $\frac{5}{4}$
- (۲) $\frac{5}{2}$
- (۳) ۵
- (۴) $\frac{15}{2}$

۷۷- نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B که با تندی ثابت در حرکت‌اند، مطابق شکل است. در کدام لحظه، فاصله دو متحرک بیش از ۱۰ متر است؟



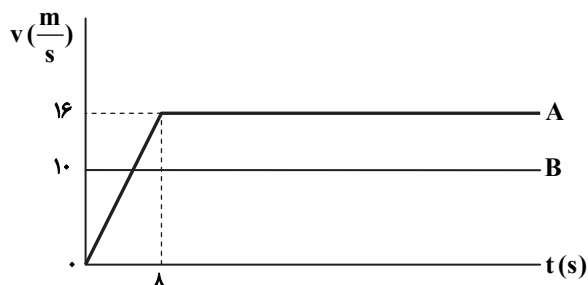
- (۱) $t = 18$ s
- (۲) $t = 20$ s
- (۳) $t = 26$ s
- (۴) $t = 28$ s

۷۸- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند به شکل زیر است. اگر مسافت طی شده در ۱۲ ثانیه نخست ۱۰۰ متر باشد، شتاب متحرک در $t = 6$ s چند متر بر مربع ثانیه است؟



- (۱) -۶
- (۲) -۵
- (۳) -۳
- (۴) -۴

۷۹- نمودار سرعت- زمان دو متحرک A و B که روی یک خط راست حرکت می‌کنند و در $t = 0$ s از یک محل می‌گذرند، به شکل روبه‌رو است. فاصله دو متحرک از یکدیگر در $t = 15$ s، چند متر است؟

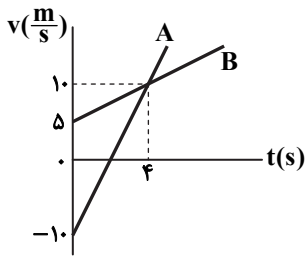


- (۱) ۲۴
- (۲) ۳۲
- (۳) ۲۶
- (۴) ۴۲

محل انجام محاسبات

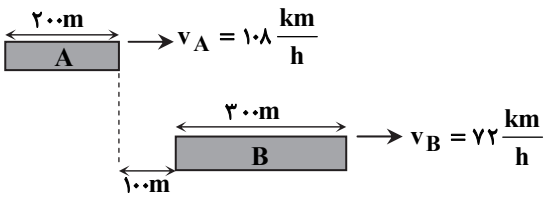
۶

۸۰- دو ذره A و B در لحظه $t = 0$ s از یک مکان می‌گذرند و نمودار سرعت- زمان دو متحرک، مطابق شکل است. در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، بزرگی سرعت متحرک A چند برابر بزرگی سرعت متحرک B است؟



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

۸۱- مطابق شکل، دو قطار A و B در لحظه $t = 0$ در فاصله ۱۰۰ متری یکدیگر قرار دارند و با تندی‌های ثابت در یک جهت حرکت می‌کنند. پس از چه مدت زمانی (برحسب دقیقه) از لحظه $t = 0$ قطار A کاملاً از قطار B سبقت می‌گیرد؟



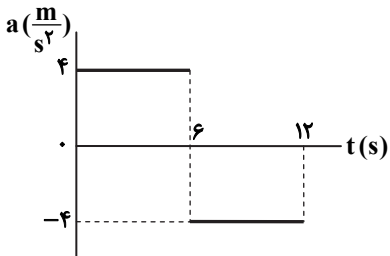
- ۰/۵ (۱)
- ۱ (۲)
- ۱/۵ (۳)
- ۲ (۴)

۸۲- دو متحرک (۱) و (۲) با تندی‌های ثابت v_1 و v_2 به ترتیب از نقاط A و B به سمت یکدیگر در حرکتند و در نقطه C به هم می‌رسند. اگر متحرک (۱) در مدت ۲۰ ثانیه از نقطه C به نقطه B و متحرک (۲) در مدت ۴۵ ثانیه از نقطه C به نقطه A برسد، نسبت $\frac{AB}{AC}$ کدام است؟



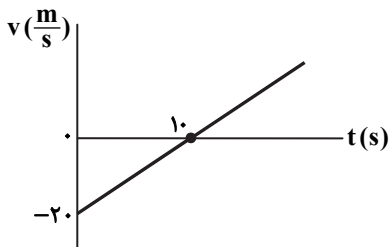
- $\frac{5}{3}$ (۱)
- $\frac{5}{2}$ (۲)
- $\frac{3}{2}$ (۳)
- $\frac{9}{4}$ (۴)

۸۳- نمودار شتاب- زمان متحرکی که با تندی اولیه $v_0 = 5 \frac{m}{s}$ روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل است. شتاب متوسط متحرک و سرعت متوسط آن در مدت ۱۲ ثانیه، به ترتیب از راست به چپ در SI کدام است؟



- ۸/۵ و ۰ (۱)
- صفر و صفر (۲)
- صفر و ۱۷ (۳)
- ۵ و ۲ (۴)

۸۴- نمودار سرعت- زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در $t = 6$ s از نقطه $x = 16$ m عبور کند، تندی آن هنگام عبور از نقطه $x = 36$ m چند متر بر ثانیه است؟



- ۱۶ (۱)
- ۱۲ (۲)
- ۱۰ (۳)
- ۸ (۴)

محل انجام محاسبات

داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)

۸۵- خودرویی از حال سکون در امتداد محور x و با شتاب ثابت به حرکت درمی آید و در مدت ۱۲ ثانیه سرعت خود را به ۱۲۰ کیلومتر بر ساعت می‌رساند. این خودرو در این مدت چند متر مسافت را طی می‌کند؟

- ۴۸۰ (۱) ۲۰۰ (۲) ۲۴۰ (۳) ۴۰۰ (۴)

۸۶- جسمی از حال سکون روی خط راست با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم به راه می‌افتد و مسافت d را در مدت زمان t طی می‌کند. این متحرک مسافت d بعدی را در چه مدتی (برحسب t) طی خواهد کرد؟

- $t\sqrt{2}$ (۱) $t\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $t(\sqrt{2}-1)$ (۳) t (۴)

۸۷- متحرکی با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند و در زمان‌های $t = 0s$ ، $t = 4s$ و $t = 6s$ به ترتیب از نقاط $x = 110m$ ، $x = 14m$ و $x = 194m$ عبور می‌کند. سرعت متحرک در $t = 5s$ ، چند متر بر ثانیه است؟

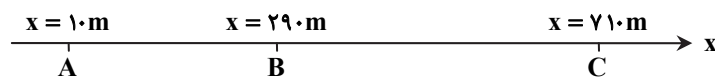
- ۴۶ (۱) ۴۴ (۲) ۴۲ (۳) ۴۰ (۴)

۸۸- اتومبیلی که با تندی $40 \frac{m}{s}$ در مسیر مستقیم در حال حرکت بوده، با شتاب ثابتی به اندازه $10 \frac{m}{s^2}$ ترمز می‌کند و متوقف می‌شود. یک ثانیه قبل از توقف کامل، اتومبیل چند متر با محل توقف خود فاصله دارد؟

- ۱۰ (۱) ۲۰ (۲) ۱۵ (۳) ۵ (۴)

۸۹- اتومبیلی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، در $t = 0s$ از نقطه A ، در $t = 8s$ از نقطه B و در $t = 14s$ از نقطه C می‌گذرد. اندازه شتاب حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟

- ۵ (۱) ۲ (۲) ۴ (۴) $\frac{5}{2}$ (۳)



۹۰- یک اتومبیل با تندی $108 \frac{km}{h}$ در مسیر مستقیم در حرکت است. ناگهان راننده، مانع ساکنی را در فاصله ۵۰ متری مقابل خود می‌بیند. اگر 0.4 ثانیه طول بکشد تا راننده بعد از دیدن مانع ترمز کند و اتومبیل با شتاب ثابت به اندازه ۱۵ متر بر مربع ثانیه متوقف شود، محل توقف اتومبیل با مانع چند متر فاصله دارد؟

- ۱۲ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۶ (۱)

۳۰

شیمی

زمان پیشنهادی

شیمی ۳: فصل ۱ تا ابتدای «اسیدها و بازها» (صفحه ۱۳) ■ شیمی ۱: فصل ۱ تا ابتدای «آرایش الکترونی اتم» (صفحه ۳۰)

۹۱- کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) گازهای هیدروژن و هلیوم تولیدشده پس از مهبانگ، با گذشت زمان و سرد شدن، متراکم شده و سحابی را ایجاد کرده‌اند.
 - ۲) در درون ستاره‌ها بر اثر انجام واکنش‌های هسته‌ای، عنصرهای سبک‌تر به عنصرهای سنگین‌تر تبدیل می‌شوند.
 - ۳) انرژی مبادله‌شده در واکنش‌های شیمیایی انجام‌شده در پیرامون ما، نسبت به انرژی آزادشده در واکنش‌های هسته‌ای، بسیار کمتر است.
 - ۴) انرژی گرمایی و نور خیره‌کننده خورشید، به دلیل تبدیل هلیوم به هیدروژن در واکنش‌های هسته‌ای است.
- ۹۲- کدام گزینه درست است؟

- ۱) تکنسیم ($^{99}_{43}\text{Tc}$) که نیم‌عمر بسیار بالایی دارد، نخستین عنصری بود که در راکتور هسته‌ای ساخته شد.
- ۲) خواص شیمیایی اتم‌های یک عنصر به عدد جرمی آن (A) وابسته است.
- ۳) از ایزوتوپ $^{238}_{92}\text{U}$ ، اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی استفاده می‌شود.
- ۴) نماد ذره‌های زیراتمی الکترون و نوترون را به ترتیب با ${}_{-1}^0e$ و 1_0n نشان می‌دهند.

۹۳- در نمونه‌ای از عنصر بور (B) شامل دو ایزوتوپ بور-۱۰ و بور-۱۱، شمار نوترون‌ها ۴ درصد بیشتر از شمار پروتون‌ها است. در این نمونه فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر چند درصد است؟

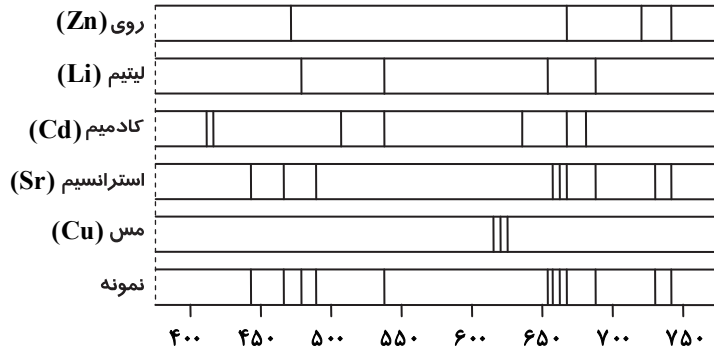
- ۲۰ (۱) ۴۰ (۲) ۶۰ (۳) ۸۰ (۴)

محل انجام محاسبات

داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)

۱-۰ یک قطعه مربوط به صنایع هوایی، دارای ۰/۲۵ گرم فلز «A» و ۰/۴ گرم فلز «B» است. اگر بدانیم جرم مولی فلز «A» از «B» بیشتر است، با توجه به طیف نشری خطی نمونه و جدول داده شده، این قطعه از نظر استحکام چگونه است؟

($Li = 7, Cu = 63.5, Zn = 65, Sr = 87.5, Cd = 112; g \cdot mol^{-1}$)



وضعیت استحکام قطعه	نسبت مولی فلز B به A
نرم	کمتر از ۱۰
بیش از حد انعطاف پذیر	۱۰ تا کمتر از ۳۰
شکننده	۳۰ تا کمتر از ۵۰
مناسب	۵۰ تا کمتر از ۷۰

۱) نرم ۲) بیش از حد انعطاف پذیر ۳) شکننده ۴) مناسب

۱-۰۱ چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- طیف نشری خطی هیدروژن در گستره امواج الکترومغناطیس، دارای چهار خط با طول موج و انرژی معین است.
- مدل بور دوام زیادی نداشت، ولی با موفقیت توانست طیف نشری خطی عناصر از جمله هیدروژن را توجیه کند.
- انرژی برخلاف ماده در نگاه میکروسکوپی، گسسته یا کوانتومی است.
- بور با بررسی تعداد و جایگاه نوارهای رنگی در طیف نشری خطی هیدروژن، توانست مدلی برای اتم هیدروژن ارائه کند.

۱) دو ۲) سه ۳) چهار ۴) یک

۱-۰۲ با توجه به شکل داده شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- ساختار لایه‌ای اتم را نشان می‌دهد و به کمک آن می‌توان طیف نشری خطی عناصر را توجیه کرد.
- بخش‌های پررنگ، مهم‌ترین بخش یک لایه الکترونی هستند و احتمال حضور الکترون را نشان می‌دهند.
- الکترون در هر لایه‌ای که باشد، در دیگر نقاط پیرامون هسته نیز می‌تواند حضور داشته باشد.
- در این مدل، الکترون‌ها در فضای بسیار کوچکی در مقایسه با هسته اتم توزیع شده‌اند.
- این مدل، مفهوم کوانتومی بودن داد و ستد انرژی هنگام انتقال الکترون‌ها را در نظر نمی‌گیرد.

۱) دو ۲) چهار ۳) پنج ۴) سه

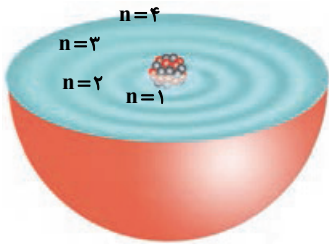
۱-۰۳ کدام گزینه درست است؟

- ۱) لایه الکترونی دوم برخلاف لایه الکترونی سوم، یکپارچه نیست.
- ۲) لایه الکترونی چهارم دارای زیرلایه‌هایی با $0 \leq l \leq 4$ است.
- ۳) زیرلایه‌ای با عددهای کوانتومی $l = 1$ و $n = 4$ ، حداکثر می‌تواند دارای ۳۲ الکترون باشد.
- ۴) حداکثر گنجایش الکترونی لایه چهارم، ۴ برابر گنجایش الکترونی لایه دوم است.

۱-۰۴ چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- زیرلایه‌هایی با گنجایش الکترونی یکسان، یک لایه الکترونی را تشکیل می‌دهند.
- نخستین زیرلایه اشغال شده در یک اتم با $n + 1$ برابر l ، از نوع d است.
- نماد هر زیرلایه را می‌توان با دو عدد کوانتومی n و l به صورت ln نمایش داد.
- اگر $(n + 1)$ برای دو زیرلایه یکسان باشد، اختلاف عدد کوانتومی اصلی آن‌ها حداکثر برابر یک است.

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار



محل انجام محاسبات

۱۰۵- کدام عبارت نادرست است؟

- (۱) اگر ذرات سازنده ماده‌ای با مولکول‌های حلال، جاذبه مناسب برقرار کنند، آن ماده در حلال حل می‌شود.
 (۲) موادی مانند اتیلن گلیکول، اوره و سدیم کلرید به دلیل داشتن مولکول‌های قطبی، در حلال‌های قطبی مانند آب حل می‌شوند.
 (۳) شسته شدن عسل با آب نشان می‌دهد که عسل حاوی مولکول‌هایی قطبی است.
 (۴) بنزین و وازلین در حلال‌های ناقطبی مانند هگزان حل می‌شوند.

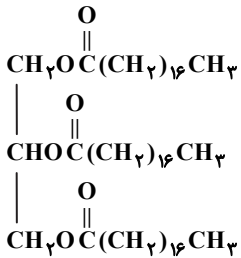
۱۰۶- چند مورد از مطالب زیر درباره ترکیبی با ساختار داده شده، درست است؟

(الف) فرمول ساختاری یک استر با جرم مولی زیاد را نشان می‌دهد که فرمول مولکولی آن $C_{57}H_{110}O_6$ است.

(ب) در اثر گرم کردن این ماده با محلول سود سوزآور در دیگ‌های بزرگ، صابون طبیعی تهیه می‌شود.

(پ) نیروی بین مولکولی غالب در آن، از نوع وان‌دروالس است.

(ت) از واکنش ترکیب‌هایی با فرمول‌های $C_{18}H_{36}O_2$ و $C_4H_8O_3$ می‌توان آن را تهیه کرد.



- (۱) یک
 (۲) دو
 (۳) سه
 (۴) چهار

۱۰۷- در ساختار یک اسید چرب ۱۸ کربنی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده، چند پیوند اشتراکی وجود دارد؟

- (۱) ۵۴ (۲) ۵۵ (۳) ۵۶ (۴) ۵۸

۱۰۸- در ساختار یک استر بلندزنجیر دارای سه عامل استری، زنجیرهای هیدروکربنی در هر سه بخش کاملاً یکسان و سیرشده هستند. اگر این استر دارای ۶۰ اتم کربن باشد، فرمول صابون جامد حاصل از آن کدام است؟

- (۱) $C_{17}H_{35}COONa$ (۲) $C_{18}H_{37}COONa$ (۳) $C_{19}H_{39}COONa$ (۴) $C_{20}H_{41}COONa$

۱۰۹- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- محلول مس (II) سولفات در آب، نور را پخش می‌کند.
 - مخلوط آب و روغن و صابون، حاوی توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت است.
 - رفتار محلول‌ها را می‌توان رفتاری بین کلئیدها و سوسپانسیون‌ها در نظر گرفت.
 - سوسپانسیون یک مخلوط ناهمگن است که ذره‌های ریز ماده، ذرات سازنده مخلوط را تشکیل می‌دهند.
- (۱) دو (۲) سه (۳) یک (۴) چهار

۱۱۰- از واکنش ۰/۲ مول استر بلندزنجیر به فرم کلی $(RCOO)_3C_3H_5$ با محلول سدیم هیدروکسید، $183/6$ گرم صابون جامد حاصل شده است.R کدام است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16, Na = 23 : g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) $C_{17}H_{33}$ (۲) $C_{17}H_{35}$ (۳) $C_{15}H_{31}$ (۴) $C_{15}H_{29}$

۱۱۱- کدام گزینه درباره سه مخلوط مایونز (A)، آب‌نمک (B) و شربت معده (C) درست است؟

- (۱) مخلوط‌های A و B، جزء مخلوط‌های همگن و پایدار هستند. (۲) مخلوط C، مانند مخلوط آب و روغن و صابون، یک مخلوط ناهمگن است.
 (۳) اندازه ذرات سازنده مخلوط C، کوچک‌تر از مخلوط B است. (۴) هر سه مخلوط، نور را پخش می‌کنند.

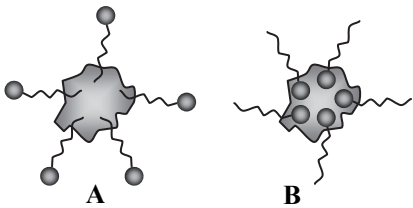
۱۱۲- با توجه به شکل‌های داده شده، کدام توصیف درست است؟

(۱) در شکل A، قطره آب در مخلوط آب، روغن و صابون نشان داده شده است.

(۲) در شکل B، قطره روغن بار سطحی منفی دارد.

(۳) در شکل A، ذره چربی در مخلوط آب، روغن و صابون نشان داده شده است.

(۴) در شکل B، مولکول‌های صابون با بخش‌های ناقطبی خود ذره چربی را در آب جابه‌جا می‌کنند.



محل انجام محاسبات

داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)

۱۱۳- با توجه به جدول زیر، کدام گزینه درباره مقایسه درصد لکه برداشته شده از روی پارچه در آزمایش‌های زیر، درست است؟

درصد لکه برداشته شده	دما (°C)	نوع پارچه	نوع صابون	
A	۳۰	نخی	صابون بدون آنزیم	A > D > B > C (۱)
B	۳۰	نخی	صابون آنزیم‌دار	C > D > B > A (۲)
C	۴۰	نخی	صابون آنزیم‌دار	D > C > B > A (۳)
D	۴۰	پلی‌استر	صابون آنزیم‌دار	C > B > D > A (۴)

۱۱۴- در نوعی آب شهری غلظت یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} به ترتیب ۷۲ و ۸۰ میلی‌گرم در لیتر است. ۱۰۰ لیتر از این آب چند مول صابون جامد را به رسوب تبدیل می‌کند؟ ($Mg = ۲۴$, $Ca = ۴۰: g \cdot mol^{-1}$)

- ۰/۴ (۱) ۰/۸ (۲) ۰/۶ (۳) ۱ (۴)

۱۱۵- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

- الف) صابون طبیعی، افزودنی شیمیایی ندارد و به دلیل خاصیت بازی مناسب برای موهای خشک و شکننده استفاده می‌شود.
 ب) با افزودن گوگرد به صابون، می‌توان از آن برای از بین بردن جوش صورت و قارچ‌های پوستی استفاده کرد.
 پ) برای افزایش خاصیت نرم‌کنندگی و لکه‌بری بیشتر، به صابون ماده شیمیایی کلردار اضافه می‌شود.
 ت) برای اینکه صابون‌ها در آب سخت قابل استفاده باشند، می‌توان به آن‌ها نمک فسفات اضافه کرد.
- الف و پ (۱) ب و ت (۲) الف و ت (۳) ب و پ (۴)

۱۱۶- در نوعی پاک‌کننده غیرصابونی، زنجیر هیدروکربنی متصل به حلقه بنزنی دارای ۱۵ اتم کربن و تنها دارای پیوندهای یگانه است. فرمول شیمیایی این پاک‌کننده کدام است؟

- $C_{18}H_{31}SO_3Na$ (۱) $C_{18}H_{29}SO_3Na$ (۲) $C_{21}H_{35}SO_3Na$ (۳) $C_{21}H_{37}SO_3Na$ (۴)

۱۱۷- کدام گزینه درباره پاک‌کننده‌های غیرصابونی نادرست است؟

- ۱) قدرت پاک‌کنندگی بیشتری نسبت به صابون‌ها دارند.
 ۲) برای تولید آن‌ها در مقیاس انبوه، به مقدار زیاد چربی نیاز است.
 ۳) گروه SO_3^- در آن‌ها، باعث پخش شدن چربی در آب می‌شود. (۴) نوع عملکرد پاک‌کنندگی آن‌ها، برهم‌کنش میان ذره‌ها است.

۱۱۸- شمار اتم‌های کربن در زنجیر هیدروکربنی (R) یک صابون مایع که کاتیون چنداتمی دارد، با شمار اتم‌های کربن در زنجیر هیدروکربنی (R) یک پاک‌کننده غیرصابونی سدیم‌دار برابر است. اگر زنجیر هیدروکربنی (R) هر دو پاک‌کننده سیر شده باشد، تفاوت جرم مولی آن‌ها چند

گرم است؟ ($H = ۱$, $C = ۱۲$, $N = ۱۴$, $O = ۱۶$, $Na = ۲۳$, $S = ۳۲$, $K = ۳۹: g \cdot mol^{-1}$)

- ۱۱۷ (۱) ۲۵ (۲) ۹۶ (۳) ۱۰۷ (۴)

۱۱۹- در برخی موارد برای پاک کردن آلاینده‌ها، از مخلوطی شامل سدیم هیدروکسید و بودر آلومینیم استفاده می‌شود. کدام عبارت در ارتباط با استفاده از این پاک‌کننده نادرست است؟

- ۱) از آن برای بازکردن مجاری مسدود شده با چربی‌ها استفاده می‌شود.
 ۲) ضمن استفاده از این پاک‌کننده به همراه آب، دمای محل استفاده به دلیل انجام واکنش شیمیایی افزایش می‌یابد.
 ۳) این پاک‌کننده از دسته پاک‌کننده‌های خورنده محسوب می‌شود و با انجام واکنش شیمیایی، آلاینده را پاک می‌کند.
 ۴) در واکنش این پاک‌کننده با آب، گاز اکسیژن نیز به‌عنوان یک فراورده جانبی تولید می‌شود که عملکرد آن را بهبود می‌بخشد.

۱۲۰- کدام عبارت درست است؟

- ۱) کاغذ pH در تماس با محلول سدیم هیدروکسید مانند مخلوط آب و صابون، سرخ رنگ می‌شود.
 ۲) پاک‌کننده‌هایی مانند سرکه و جوهر نمک، با تبدیل آلاینده‌ها به مواد شیمیایی جدید، آن‌ها را پاک می‌کنند.
 ۳) پاک‌کننده غیرصابونی برخلاف صابون، از دسته پاک‌کننده‌های فعال شیمیایی محسوب می‌شود.
 ۴) به کمک پاک‌کننده‌های غیرصابونی می‌توان رسوب تشکیل شده بر دیواره کتری را به راحتی پاک کرد.

محل انجام محاسبات

دانلود رایگان تمام آزمون‌های آزمایشی در کانال ما:

@Azmoonha_Azmayeshi

علوی

تمام پایه‌ها و رشته‌ها



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

آزمون‌ها آزمایشتی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi



حلقه
سنجی



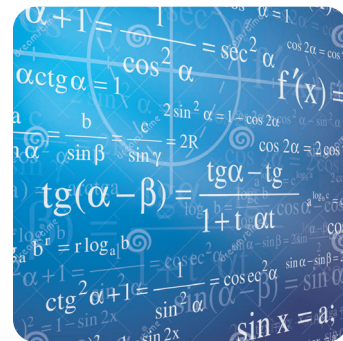
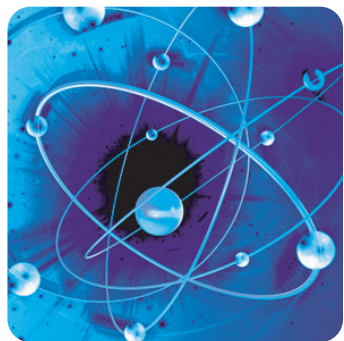


دفترچه پاسخ‌های تشریحی

آزمون آزمایشی ۲۲ مهر ۱۴۰۱ (مرحله ۲)

ویژه داوطلبان آزمون سراسری (تیر ۱۴۰۲)

گروه آزمایشی علوم ریاضی



تذکرات مهم ↓

➤ آزمون آزمایشی مرحله ۳ گزینه دو، در روز جمعه ۱۳ آبان ۱۴۰۱ برگزار می گردد.

➤ داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک ها، پیش آزمون های آنلاین، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ... ، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وب سایت گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

➤➤ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

➤ کارنامه های آزمون آزمایشی مرحله ۲ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



داوطلب گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

[gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

پاسخ تشریحی درس‌های اختصاصی آزمون ۲۲ مهر ۱۴۰۱ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

ریاضیات

۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۵، درس‌های ۲ و ۳ ریاضی ۱

نکته: هر تابع که بتوان آن را به شکل $y = ax + b$ نمایش داد، یک تابع خطی نامیده می‌شود.
 نکته: تابعی مانند f را که برد آن تنها شامل یک عضو است، تابع ثابت می‌نامیم. اگر این عضو را k بنامیم، تابع ثابت را معمولاً با معادله $f(x) = k$ نمایش می‌دهیم.
 چون f تابعی خطی است، پس مطابق نکته به فرم $f(x) = ax + b$ است. از طرفی این تابع از نقاط $A(3, 1)$ و $B(2, -1)$ عبور می‌کند. پس مشخصات این نقاط در معادله خط صدق می‌کند:

$$\begin{cases} f(2) = -1 \Rightarrow 2a + b = -1 \\ f(3) = 1 \Rightarrow 3a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -5 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 2x - 5$$

برای آنکه یک تابع ثابت داشته باشیم، باید ضریب x را حذف کنیم، پس در گزینه ۲ داریم:

$$6x - 3f(x) = 6x - 3(2x - 5) = 15 \quad \text{تابع ثابت است.}$$

۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۵، درس ۲ ریاضی ۱

نکته: حجم استوانه به ارتفاع h و شعاع قاعده r برابر با $V = \pi r^2 h$ است.
 شعاع استوانه ثابت و برابر ۵ است، ولی ارتفاع آب موجود در لیوان (h) متغیر است، پس حجم برابر است با:

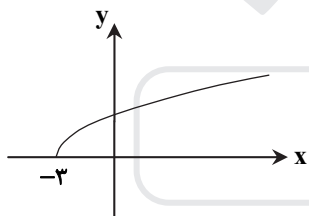
$$V = \pi r^2 h = \pi \times 5^2 \times h = 25\pi h$$

$$0 \leq h \leq 20$$

حداقل ارتفاع آب در استوانه برابر صفر و حداکثر آن برابر ارتفاع لیوان یعنی ۲۰ است؛ پس:
 بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۲، درس ۲ حسابان ۱

نکته: اگر $k > 0$ ، برای رسم نمودار $y = f(x) + k$ کافی است نمودار $f(x)$ را k واحد به سمت بالا و برای رسم نمودار $y = f(x) - k$ کافی است نمودار $f(x)$ را k واحد به سمت پایین انتقال دهیم. همچنین برای رسم $y = f(x + k)$ نمودار $f(x)$ را k واحد به سمت چپ و برای رسم $y = f(x - k)$ نمودار $f(x)$ را k واحد به راست انتقال می‌دهیم.
 با توجه به نکته، گزینه ۳ به درستی رسم نشده است. نمودار این تابع به صورت روبه‌رو است:



۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۲، درس ۳ حسابان ۱

نکته: برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع یک‌به‌یک مانند f ، در معادله $y = f(x)$ در صورت امکان x را بر حسب y محاسبه می‌کنیم، سپس با تبدیل y به x ، $f^{-1}(x)$ را به دست می‌آوریم.
 ابتدا وارون $f(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$y = x^2 - 4x + 2 \Rightarrow y = (x - 2)^2 - 2 \Rightarrow (x - 2)^2 = y + 2 \Rightarrow x - 2 = \pm\sqrt{y + 2}$$

$$\xrightarrow{x \in [2, +\infty)} x - 2 = \sqrt{y + 2} \Rightarrow x = 2 + \sqrt{y + 2} \Rightarrow f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x + 2}$$

$$\text{بنابراین: } f^{-1}(7) = 2 + 3 = 5$$

۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲، درس ۴ حسابان ۱

$$\text{نکته: } D_{\text{gof}} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

ابتدا دامنه تعریف f و g را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 5} : x^2 + 5 \geq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

$$g(x) = \sqrt{14 - x^2} : 14 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 14 \Rightarrow -\sqrt{14} \leq x \leq \sqrt{14} \Rightarrow D_g = [-\sqrt{14}, \sqrt{14}]$$

$$D_{\text{gof}} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{x^2 + 5} \in [-\sqrt{14}, \sqrt{14}]\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 5 \leq 14\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leq 9\}$$

$$= \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 3\} = [-3, 3]$$

۶- پاسخ: گزینه ۱ **▲** مشخصات سؤال: ساده * فصل ۲، درس ۳ حسابان ۱

نکته: برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع یک به یک مانند f ، در معادله $y = f(x)$ در صورت امکان x را بر حسب y محاسبه می‌کنیم، سپس با تبدیل y به x ، $f^{-1}(x)$ را به دست می‌آوریم.

ابتدا وارون تابع f را به دست می‌آوریم. دقت کنید که تابع f در $x \geq 1$ ، یک به یک است؛ زیرا $x = 1$ طول رأس سهمی است.

$$y = f(x) = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 \Rightarrow y - 2 = (x-1)^2 \xrightarrow{x \geq 1} x - 1 = \sqrt{y-2} \Rightarrow x = 1 + \sqrt{y-2}$$

پس ضابطه معکوس f به صورت $f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x-2}$ است.

حال $(f^{-1} \circ g)(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$(f^{-1} \circ g)(x) = 1 + \sqrt{(x+2) - 2} = 1 + \sqrt{x}$$

۷- پاسخ: گزینه ۳ **▲** مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲، درس ۳ حسابان ۱

نکته: برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع یک به یک مانند f ، در معادله $y = f(x)$ در صورت امکان x را بر حسب y محاسبه می‌کنیم، سپس با تبدیل y به x ، $f^{-1}(x)$ را به دست می‌آوریم.

ابتدا ضابطه وارون تابع f را به دست می‌آوریم. مطابق نکته داریم:

$$y = \frac{2x+4}{x-1} \Rightarrow xy - y = 2x + 4 \Rightarrow x(y-2) = y+4 \Rightarrow x = \frac{y+4}{y-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+4}{x-2}$$

حال نقاط تلاقی f و f^{-1} را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{2x+4}{x-1} \\ f^{-1}(x) = \frac{x+4}{x-2} \end{cases} \Rightarrow \frac{2x+4}{x-1} = \frac{x+4}{x-2} \Rightarrow 2x^2 - 4x + 4x - 8 = x^2 + 4x - x - 4 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (x-4)(x+1) = 0 \Rightarrow x = -1, 4$$

پس طول نقاط A و B اعداد -1 و 4 است که مجموع آن‌ها برابر 3 است.

۸- پاسخ: گزینه ۳ **▲** مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲، درس ۲ حسابان ۱

ابتدا با توجه به اینکه $f(x) = \sqrt{x+1}$ ، ضابطه تابع خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$y = \frac{1}{f(x) - f(-x)} = \frac{1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{-x+1}}$$

برای تعیین دامنه، باید مخرج کسر را مخالف صفر و زیر رادیکال‌ها را بزرگ‌تر یا مساوی صفر قرار دهیم:

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \\ -x+1 \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \\ \sqrt{x+1} - \sqrt{-x+1} \neq 0 \Rightarrow \sqrt{x+1} \neq \sqrt{-x+1} \Rightarrow x+1 \neq -x+1 \Rightarrow x \neq 0 \end{cases}$$

پس دامنه تابع برابر $D = [-1, 1] - \{0\}$ است.

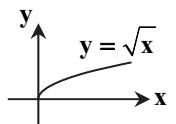
۹- پاسخ: گزینه ۲ **▲** مشخصات سؤال: ساده * فصل ۱، درس ۱ حسابان ۲

نکته: برای رسم نمودار تابع $y = kf(x)$ ، کافی است عرض نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را در k ضرب کنیم. اگر $k > 1$ ، نمودار $y = kf(x)$ از انبساط عمودی نمودار $y = f(x)$ حاصل می‌شود و اگر $0 < k < 1$ ، نمودار $y = kf(x)$ از انقباض عمودی نمودار $y = f(x)$ به دست می‌آید.

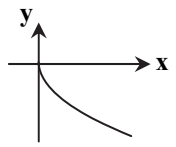
نکته: برای رسم نمودار تابع $y = f(kx)$ ، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم. اگر $k > 1$ ، نمودار $y = f(kx)$ از انقباض افقی نمودار $y = f(x)$ در راستای محور x ها به دست می‌آید و اگر $0 < k < 1$ ، این نمودار از انبساط افقی نمودار $y = f(x)$ حاصل می‌شود.

نکته: اگر عرض نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = -f(x)$ به دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع $y = -f(x)$ قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور x است.

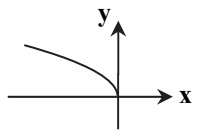
نکته: اگر طول نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = f(-x)$ به دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع $y = f(-x)$ قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور y است.



نمودار $y = f(x)$ شکل روبه‌رو است و فقط از ناحیه اول محورهای مختصات عبور می‌کند.



پس نمودار $y = -2f(x) = -2\sqrt{x}$ به شکل روبه‌رو است که فقط از ناحیه چهارم می‌گذرد.



از طرفی نمودار $y = f(-2x) = \sqrt{-2x}$ به شکل روبه‌رو است که فقط از ناحیه دوم می‌گذرد. بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۱۰- پاسخ: گزینه ۲

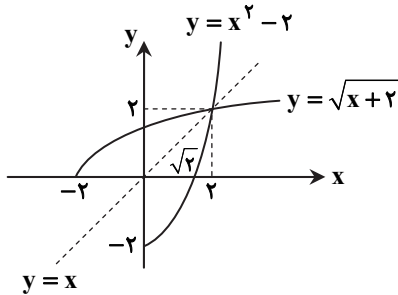
▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۲، درس ۳ حسابان ۱

نکته: برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع یک به یک مانند f ، در معادله $y = f(x)$ در صورت امکان x را بر حسب y محاسبه می‌کنیم، سپس با تبدیل y به x ، $f^{-1}(x)$ را به دست می‌آوریم. مطابق نکته، ابتدا معکوس تابع یک به یک f را به دست می‌آوریم:

$$y = \sqrt{x+2} \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} y^2 = x+2 \Rightarrow x = y^2 - 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - 2$$

دقت داریم که دامنه f به صورت $(-2, +\infty)$ و برد آن $(0, +\infty)$ است، پس دامنه f^{-1} به صورت $(0, +\infty)$ است.

حال معکوس تابع را با خود تابع برابر قرار می‌دهیم تا محل تقاطع این دو تابع را به دست آوریم:



$$f(x) = f^{-1}(x) \Rightarrow \sqrt{x+2} = x^2 - 2$$

برای حل این معادله با استفاده از روش هندسی داریم:

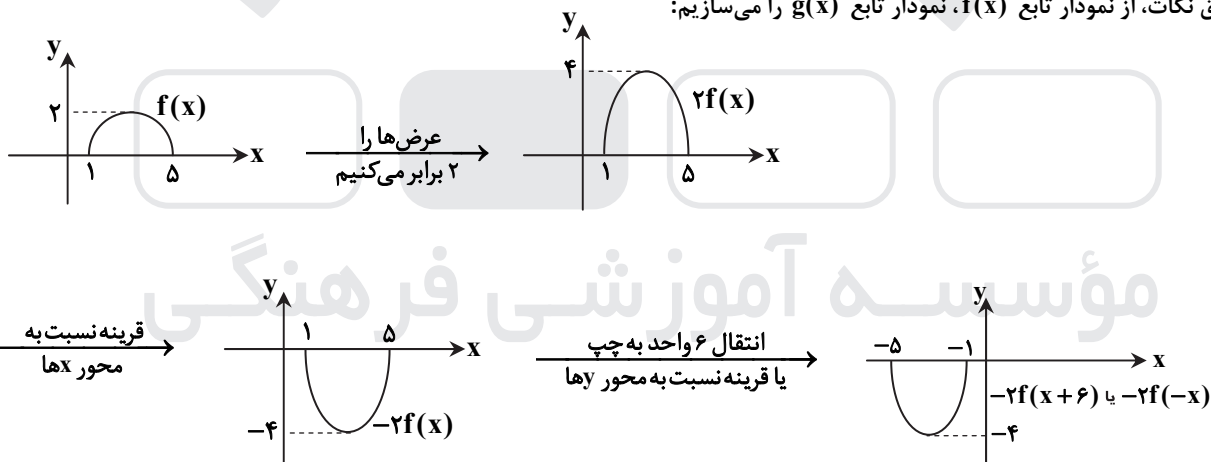
محل تقاطع این دو نمودار نقطه $(2, 2)$ است. فاصله این نقطه تا مبدأ مختصات برابر $\sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ است.

۱۱- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۱ حسابان ۲

نکته: برای رسم نمودار $y = kf(x)$ ، کافی است عرض نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را در k ضرب کنیم. اگر $k > 1$ ، نمودار $y = kf(x)$ از انقباض عمودی نمودار $y = f(x)$ حاصل می‌شود و اگر $0 < k < 1$ ، نمودار $y = kf(x)$ از انقباض عمودی نمودار $y = f(x)$ به دست می‌آید. نکته: برای رسم نمودار $y = f(x+k)$ ، اگر $k > 0$ کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال دهیم و برای $k < 0$ ، این انتقال به اندازه $|k|$ واحد به سمت راست انجام می‌شود.

نکته: اگر عرض نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = -f(x)$ به دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع $y = -f(x)$ قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور x است.

مطابق نکات، از نمودار تابع $f(x)$ ، نمودار تابع $g(x)$ را می‌سازیم:



با توجه به گزینه‌ها، گزینه ۴ پاسخ است.

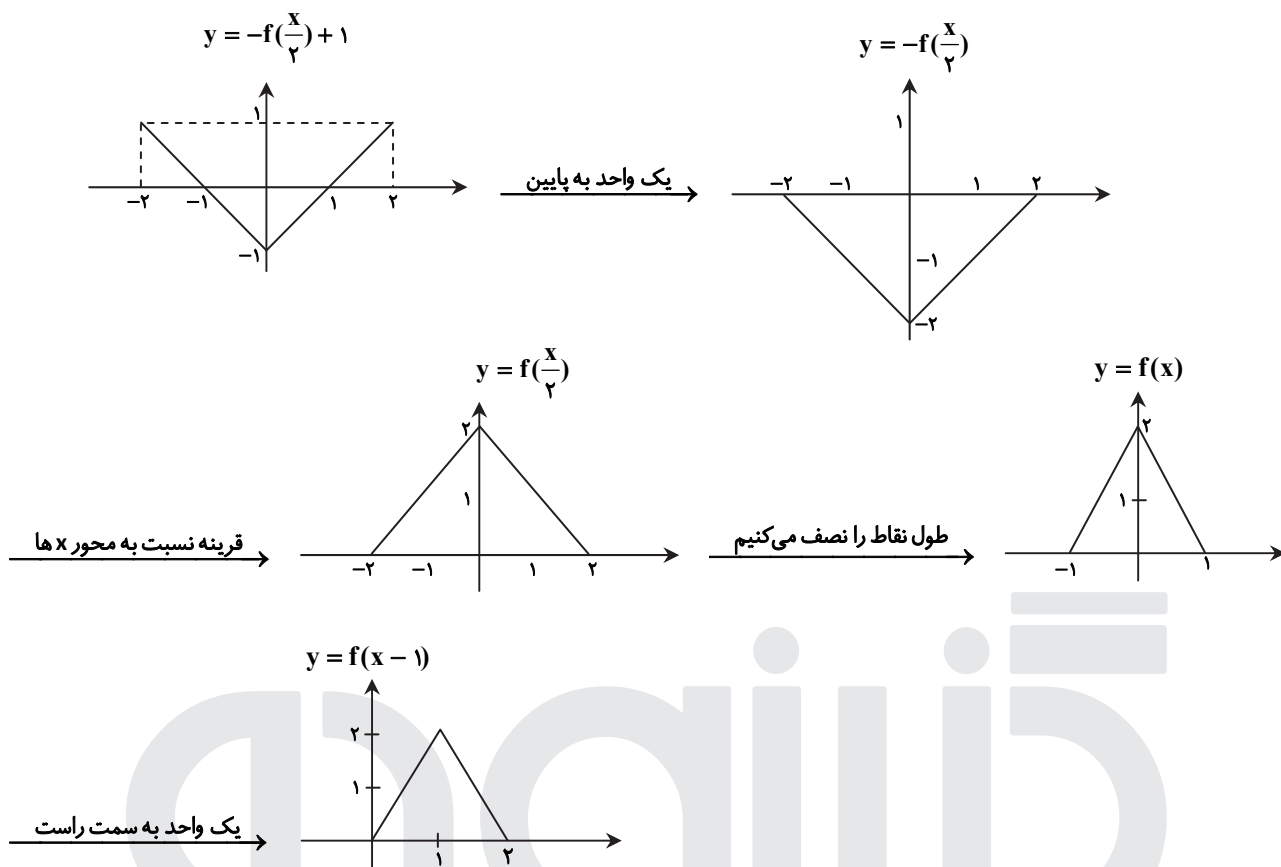
۱۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۱، درس ۱ حسابان ۲

نکته: اگر $k > 0$ ، برای رسم نمودار $y = f(x) + k$ کافی است نمودار $f(x)$ را k واحد به سمت بالا و برای رسم نمودار $y = f(x) - k$ کافی است نمودار $f(x)$ را k واحد به سمت پایین انتقال دهیم. همچنین برای رسم $y = f(x+k)$ نمودار $f(x)$ را k واحد به سمت چپ و برای رسم $y = f(x-k)$ ، نمودار $f(x)$ را k واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم.

نکته: اگر عرض نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = -f(x)$ به دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع $y = -f(x)$ قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور x است.

نکته: برای رسم نمودار تابع $y = f(kx)$ ، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم. اگر $k > 1$ ، نمودار $y = f(kx)$ از انقباض افقی نمودار $y = f(x)$ در راستای محور x ها به دست می‌آید و اگر $0 < k < 1$ ، این نمودار از انقباض افقی نمودار $y = f(x)$ حاصل می‌شود.

طبق نکات داریم:



۱۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۱ حسابان ۲

$$\forall x \in D_f : -3 \leq f(x) \leq 4 \Rightarrow -3 \leq f(2x-1) \leq 4 \Rightarrow -2 \leq -\frac{1}{2}f(2x-1) \leq \frac{3}{2} \Rightarrow -1 \leq -\frac{1}{2}f(2x-1) + 1 \leq \frac{5}{2}$$

برد تابع $y = -\frac{1}{2}f(2x-1) + 1$ بازه $[-1, \frac{5}{2}]$ می باشد که شامل اعداد صحیح $\{-1, 0, 1, 2\}$ می باشد.

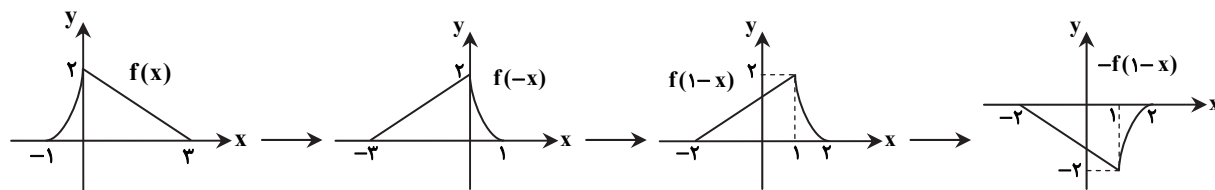
۱۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۱ حسابان ۲

نکته: برای رسم نمودار $y = f(x+k)$ ، اگر $k > 0$ کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال دهیم و برای $k < 0$ ، این انتقال به اندازه $|k|$ واحد به سمت راست انجام می شود.

نکته: اگر عرض نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = -f(x)$ به دست می آیند؛ بنابراین نمودار تابع $y = -f(x)$ قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور x است.

نکته: اگر طول نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = f(-x)$ به دست می آیند؛ بنابراین نمودار تابع $y = f(-x)$ قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور y است.

راه حل اول: ابتدا نمودار $g(x) = -f(1-x)$ را به کمک نمودار $f(x)$ رسم می کنیم:



دقت کنید که برای رسم $f(1-x)$ ، ابتدا آن را به صورت $f(-(x-1))$ در نظر می گیریم به همین جهت بعد از رسم $f(-x)$ آن را ۱ واحد به سمت راست منتقل می کنیم. اگر هر دو نمودار را در یک دستگاه مختصات رسم کنیم، هیچ نقطه برخوردی ندارند.

راه حل دوم:

با توجه به نمودار، داریم $f(x) \geq 0$ ، پس می توان نتیجه گرفت $-f(1-x) \leq 0$ ؛ فقط حالتی امکان دارد دو نمودار یکدیگر را قطع کنند که همزمان صفر باشند.

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = -1, x = 3$$

$$\begin{cases} g(-1) = -f(2) < 0 \\ g(3) = -f(-2) \end{cases} \Rightarrow \text{نمودار } f \text{ و نمودار } g \text{ هیچ نقطه مشترکی ندارند.} \Rightarrow \text{تعریف نشده است } g(3)$$

نکته: برای رسم نمودار تابع $y = f(kx)$ کافی است طول نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم. اگر $k > 1$ ، نمودار $y = f(kx)$ از انقباض افقی نمودار $y = f(x)$ در راستای محور x ها به دست می آید و اگر $0 < k < 1$ ، این نمودار از انبساط افقی نمودار $y = f(x)$ حاصل می شود. نکته: برای رسم نمودار $f(x+k)$ ، اگر $k > 0$ ، کافی است نمودار تابع $f(x)$ را در k واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال دهیم و برای $k < 0$ این انتقال به اندازه $|k|$ واحد به سمت راست انجام می شود.

نکته: اگر طول نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = f(-x)$ به دست می آیند، بنابراین نمودار تابع $y = f(-x)$ قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور y است.

با توجه به نکات، مرحله به مرحله عملیات گفته شده در صورت سؤال را روی $f(x)$ اعمال می کنیم:

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \xrightarrow{\text{انقباض طولی}} y = \sqrt[3]{2x} \xrightarrow{\text{انتقال به سمت راست}} y = \sqrt[3]{2(x-1)} \xrightarrow[\text{محور عرضها}]{\text{قرینه نسبت به}} y = \sqrt[3]{2(-x-1)} = g(x)$$

$$g(-5) = \sqrt[3]{2 \times 4} = \sqrt[3]{8} = 2$$

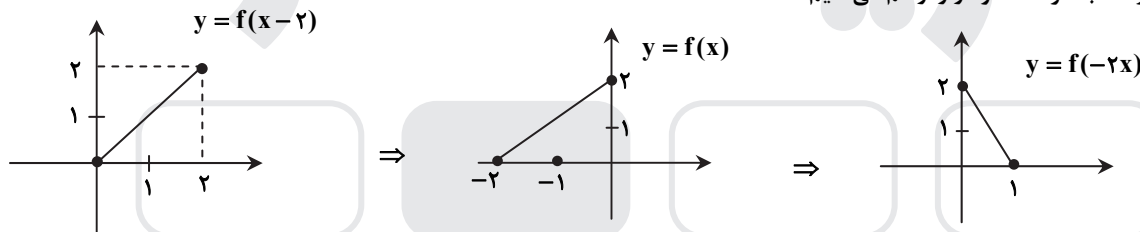
بنابراین:

چون $A(-1, 2)$ روی نمودار f است، پس $f(-1) = 2$. برای یافتن نقطه متناظر روی نمودار تابع $y = 1 + f(3 - 2x)$ کافی است x را چنان بیابیم که $3 - 2x = -1 \Rightarrow x = 2$ پس با جای گذاری $x = 2$ در $y = 1 + f(-1) = 1 + 2 = 3$ بنابراین نقطه مورد نظر $(2, 3)$ است.

نکته: برای رسم نمودار تابع $y = f(kx)$ کافی است طول نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم. اگر $k > 1$ ، نمودار $y = f(kx)$ از انقباض افقی نمودار $y = f(x)$ در راستای محور x ها به دست می آید و اگر $0 < k < 1$ ، این نمودار از انبساط افقی نمودار $y = f(x)$ حاصل می شود. نکته: برای رسم نمودار $f(x+k)$ ، اگر $k > 0$ ، کافی است نمودار تابع $f(x)$ را در k واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال دهیم و برای $k < 0$ این انتقال به اندازه $|k|$ واحد به سمت راست انجام می شود.

نکته: اگر طول نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = f(-x)$ به دست می آیند، بنابراین نمودار تابع $y = f(-x)$ قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور y است.

طبق نکات مرحله به مرحله نمودار را رسم می کنیم:



$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{2} \in D_g &\Rightarrow 1 \leq \frac{x}{2} \leq 2 \Rightarrow 2 \leq x \leq 4 \\ 2x \in D_g &\Rightarrow 2 \leq 2x \leq 4 \Rightarrow 1 \leq x \leq 2 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D = \{2\}$$

$$0 \leq x \leq 2 \Rightarrow 1 \leq x+1 \leq 3 \Rightarrow D_f = [1, 3] \Rightarrow 1 \leq 2x-1 \leq 3 \Rightarrow 2 \leq 2x \leq 4 \Rightarrow 1 \leq x \leq 2$$

$$g(x) = f(2x-1) \Rightarrow D_g = [1, 2], R_g = R_f \Rightarrow \text{نمودار گزینه ۲}$$

نکته: برای رسم نمودار تابع $y = kf(x)$ ، کافی است عرض نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را در k ضرب کنیم. اگر $k > 1$ ، نمودار $y = kf(x)$ از انقباض عمودی نمودار $y = f(x)$ حاصل می شود و اگر $0 < k < 1$ ، نمودار $y = kf(x)$ از انقباض عمودی نمودار $y = f(x)$ به دست می آید. نکته: برای رسم نمودار $y = f(x+k)$ ، اگر $k > 0$ ، کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال دهیم و برای $k < 0$ ، این انتقال به اندازه $|k|$ واحد به سمت راست انجام می شود.

نکته: اگر طول نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = f(-x)$ به دست می آیند. بنابراین نمودار تابع $y = f(-x)$ قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور y است.

چون $A(-1, 2)$ رأس سهمی $y = f(1-x)$ می باشد، پس در ضابطه آن صدق می کند. لذا $f(2) = 2$. پس رأس سهمی $y = f(x)$ نقطه $B(2, 2)$ است. به همین جهت رأس سهمی $y = 2f(x-2)$ با یک انتقال ۲ واحد به سمت راست و یک انقباض عمودی مشخص می شود. پس رأس آن $C(4, 4)$ است.

نکته: برای رسم نمودار تابع $y = f(kx)$ ، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم. اگر $k > 1$ ، نمودار $y = f(kx)$ از انقباض افقی نمودار $y = f(x)$ در راستای محور x ها به دست می آید و اگر $0 < k < 1$ ، این نمودار از انبساط افقی نمودار $y = f(x)$ حاصل می شود.

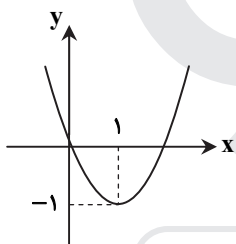
نکته: برای رسم نمودار تابع $y = kf(x)$ ، کافی است عرض نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را در k ضرب کنیم. اگر $k > 1$ ، نمودار $y = kf(x)$ از انبساط عمودی نمودار $y = f(x)$ حاصل می شود و اگر $0 < k < 1$ ، نمودار $y = kf(x)$ از انقباض عمودی نمودار $y = f(x)$ به دست می آید.

نکته: برای رسم نمودار $y = f(x) + k$ ، اگر $k > 0$ ، کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در راستای قائم به سمت بالا انتقال دهیم و برای $k < 0$ این انتقال به سمت پایین انجام می شود.

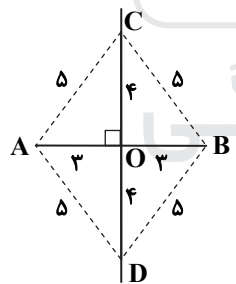
مطابق نکات، مرحله به مرحله، تغییرات را انجام می دهیم:

$f(x) = x^2 + x + 1$	دو برابر کردن طولها	$f\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + 1$
	قرینه نسبت به محور y ها	$f\left(-\frac{x}{2}\right) = \frac{x^2}{4} - \frac{x}{2} + 1$
	۴ برابر کردن عرضها	$4f\left(-\frac{x}{2}\right) = x^2 - 2x + 4$
	انتقال ۴ واحد به پایین	$4f\left(-\frac{x}{2}\right) - 4 = x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1$

مطابق شکل، نمودار تابع حاصل، از ناحیه سوم عبور نمی کند.



با توجه به شکل روبه رو داریم:



$$AC = AD = 5$$

چون C و D روی عمودمنصف AB هستند، داریم:

$$BC = BD = 5$$

$$CO = \sqrt{AC^2 - AO^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$$

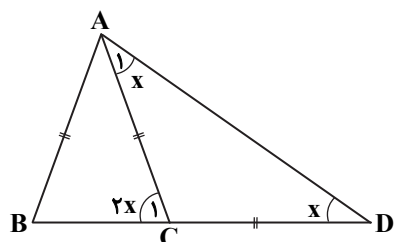
چون $AC = AD = DB = CB$ ، شکل حاصل یک لوزی با اقطار ۸ و ۶ است و مساحت آن برابر است با:

$$S_{ACBD} = \frac{1}{2} AB \times CD = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

ابتدا در مثلث متساوی الساقین ACD داریم:

$$\triangle ACD : AC = CD \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}$$

اگر اندازه \hat{A}_1 و \hat{D} را x بنامیم، زاویه \hat{C}_1 به عنوان زاویه خارجی مثلث ACD برابر با $2x$ خواهد بود.



$$\triangle ABC : AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}_1 = 2x$$

در نتیجه نسبت اندازه زاویه D به اندازه زاویه B برابر $\frac{1}{2}x = \frac{1}{2}$ است.

۲۴- پاسخ: گزینه ۲

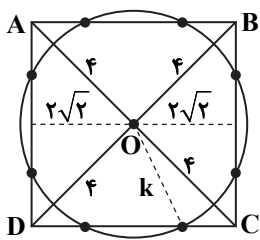
▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۱ هندسه ۱

نکته: مجموعه نقاطی که از نقطه ثابت O به فاصله r قرار دارند، روی دایره‌ای به مرکز O و شعاع r واقع‌اند. یادآوری: اندازه قطر مربع به ضلع a برابر است با $a\sqrt{2}$.

قطر مربع برابر است با: $4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8$ ، حال دایره‌ای به مرکز O و شعاع k مربع را در ۸ نقطه قطع می‌کند. با توجه به شکل واضح است که k باید از $2\sqrt{2}$ بزرگ‌تر و از ۴ کوچک‌تر باشد، یعنی:

$$2\sqrt{2} = 2/8 < k < 4$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.



۲۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۱ هندسه ۱

نکته: در هر مثلث، مجموع طول هر دو ضلع، از ضلع سوم بزرگ‌تر است. با توجه به نکته، اگر در نظر بگیریم $BC = x$ ، در مثلث ABC، داریم:

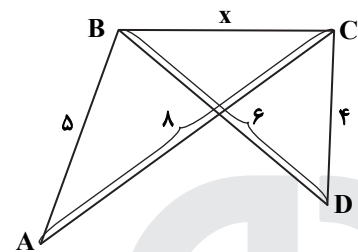
$$\left. \begin{aligned} x+5 > 8 &\Rightarrow x > 3 \\ x+8 > 5 &\Rightarrow x > -3 \\ 5+8 > x &\Rightarrow x < 13 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{x>0} 3 < x < 13 \quad \text{«۱»}$$

همچنین با توجه به نکته، در مثلث DBC نیز داریم:

$$\left. \begin{aligned} x+4 > 6 &\Rightarrow x > 2 \\ x+6 > 4 &\Rightarrow x > -2 \\ 4+6 > x &\Rightarrow x < 10 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{x>0} 2 < x < 10 \quad \text{«۲»}$$

و در نتیجه با مقایسه روابط «۱» و «۲»، داریم:

بدیهی است که مقدار x برابر ۱۱ نمی‌تواند باشد و گزینه ۳ پاسخ است.



$$3 < x < 10$$

۲۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۱، درس ۲ هندسه ۱

نکته: نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های هر مثلث، از سه رأس آن مثلث به یک فاصله است.

با توجه به نکته بالا در شکل روبه‌رو داریم: $PA = PC = PB$ طبق فرض ۳

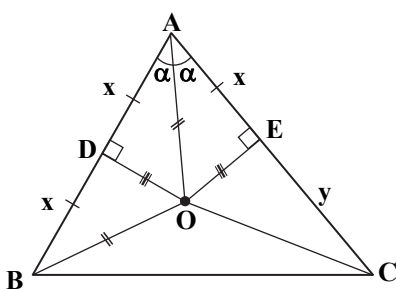
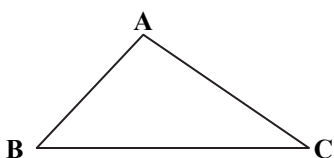
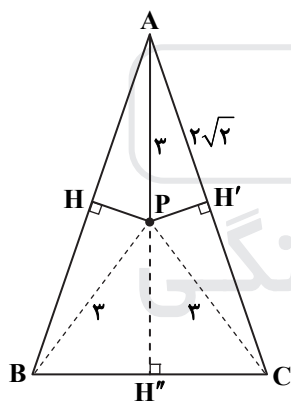
H' وسط AC است، پس:

$$AH' = \frac{AC}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

اکنون با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه APH' داریم:

$$PA^2 = PH'^2 + AH'^2 \Rightarrow 9 = PH'^2 + 8 \Rightarrow PH'^2 = 9 - 8 = 1 \Rightarrow PH' = 1$$

پس گزینه ۱ پاسخ است.



▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۱، درس ۲ هندسه ۱

۲۷- پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱: هر نقطه روی عمودمنصف پاره‌خط، از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است.

نکته ۲: هر نقطه روی نیمساز زاویه، از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.

نکته ۳: اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر:

$$\hat{B} > \hat{C} \Rightarrow AC > AB$$

است از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر:

$$\triangle AOD \cong \triangle AOE \Rightarrow AD = AE$$

با توجه به ویژگی نیمساز یک زاویه، داریم:

بنابراین با توجه به ویژگی عمودمنصف یک پاره‌خط، داریم:

$$BD = AD = AE$$

حال اگر در نظر بگیریم:

$$AE = x, \quad CE = y$$

با توجه به نکته، خواهیم داشت:

$$\hat{B} > \hat{C} \Rightarrow AC > AB \Rightarrow x + y > 2x \Rightarrow y > x \Rightarrow CE > AE$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۱، درس ۱ هندسه ۳

۲۸- پاسخ: گزینه ۳

نکته: در هر ماتریس مربعی $n \times n$ ، درایه‌های a_{ij} به‌ازای $i = j$ روی قطر اصلی قرار دارند.

ابتدا ماتریس A را با درایه‌هایش می‌نویسیم:

$$A = [a_{ij}]_{3 \times 3} : a_{ij} = \begin{cases} m + 2i & : i \geq j \\ i^2 - j & : i < j \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m+2 \times 1 & 1^2-2 & 1^2-3 \\ m+2 \times 2 & m+2 \times 2 & 2^2-3 \\ m+2 \times 3 & m+2 \times 3 & m+2 \times 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} m+2 & -1 & -2 \\ m+4 & m+4 & 1 \\ m+6 & m+6 & m+6 \end{bmatrix}$$

و اینک داریم:

$$-1 - 2 + 1 = 2(m + 2 + m + 4 + m + 6) \Rightarrow 3m + 12 = -1 \Rightarrow m = \frac{-13}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۱ هندسه ۳

۲۹- پاسخ: گزینه ۴

نکته: برای هر ماتریس مربعی A ، داریم:

$$\begin{aligned} A^2 &= A \times A \\ A^3 &= A^2 \times A \\ A^4 &= A^3 \times A \\ &\vdots \\ A^n &= A^{n-1} \times A \end{aligned}$$

نکته: هر ماتریس مربعی با ماتریس همانی هم‌مرتبه‌اش تعویض‌پذیر است. یعنی: $AI = IA = A$

نکته: در ماتریس‌های تعویض‌پذیر، اتحادهای جبری برقرار است.

نکته: $I^n = I \quad (n \in \mathbb{N})$

ابتدا طرفین رابطه $A^2 = A - I$ را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$A^2 = A - I \xrightarrow{\text{توان } 2} A^4 = (A - I)^2 = A^2 - 2A + I = (A - I) - 2A + I$$

$$\Rightarrow A^4 = -A \xrightarrow{\times A} A^5 = -A^2 = -(A - I)$$

$$\Rightarrow -A + I = \alpha A + \beta I \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = 1 \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta = 0$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۱ هندسه ۳

۳۰- پاسخ: گزینه ۴

ابتدا سمت چپ تساوی داده‌شده را با توجه به ماتریس A به‌دست می‌آوریم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & m \end{bmatrix} \Rightarrow A + 2I = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2+m \end{bmatrix}$$

$$A(A + 2I) = I \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2+m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3-m \\ 6+2m & m(2+m)-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

حال از تساوی فوق، مقدار m را به‌دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} -3 - m = 0 \Rightarrow m = -3 \\ 6 + 2m = 0 \Rightarrow m = -3 \\ m^2 + 2m - 2 = 1 \Rightarrow (m+3)(m-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases} \end{cases}$$

از اشتراک جواب‌های به‌دست آمده، $m = -3$ قابل قبول است.

نکته: اگر یک ماتریس قطری را به توان هر عددی برسانیم، کافی است درایه‌های روی قطر اصلی آن را به توان آن عدد برسانیم.

$$A^2 = I \Rightarrow A^{2n} = I, \quad A^{2n+1} = A$$

با توجه به نکته داریم:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}^{20} = \begin{bmatrix} (-1)^{20} & 0 \\ 0 & (-1)^{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{22} = \begin{bmatrix} (-1)^{22} & 0 \\ 0 & 1^{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{20} = I \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{21} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}^{22} = I \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}^{23} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

بنابراین حاصل عبارت خواسته شده برابر است با:

$$I \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} I \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

ابتدا می‌توان نوشت:

$$(A - B)^2 = (A - B)(A - B) = A^2 - AB - BA + B^2$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 8 & 7 \end{bmatrix} - (AB + BA) + \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 13 & 12 \\ 12 & 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 5 & 10 \end{bmatrix} - (AB + BA)$$

$$\Rightarrow AB + BA = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 5 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 13 & 12 \\ 12 & 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & -6 \\ -7 & -3 \end{bmatrix}$$

نکته: برای اینکه ماتریس $A_{m \times n} \times B_{p \times q}$ قابل تعریف باشد، باید $n = p$ باشد که در این صورت ماتریس حاصل ضرب به صورت $C_{m \times q}$ خواهد بود.

با توجه به نکته و ماتریس‌های $A_{m \times n}$ ، $B_{p \times q}$ و $C_{r \times s}$ برای آنکه ماتریس AB وجود داشته باشد، باید $n = p$ باشد. در این صورت ماتریس AB از مرتبه $m \times q$ خواهد بود و برای آنکه ماتریس $(AB)^2$ وجود داشته باشد باید AB مربعی باشد (توان فقط برای ماتریس‌های مربعی تعریف می‌شود) و در نتیجه $m = q$ است.

پس ماتریس $(AB)^2$ از مرتبه $m \times m$ است و چون $C_{r \times s}$ است، برای آنکه $(AB)^2 + C$ وجود داشته باشد باید $r = s = m$ باشد. بنابراین داریم:

$$\frac{q + s + p}{r + n + s} = \frac{m + m + n}{m + n + m} = 1$$

نکته: برای اینکه ماتریس $A_{m \times n} \times B_{p \times q}$ قابل تعریف باشد، بایستی $n = p$ باشد که در این صورت ماتریس حاصل ضرب به صورت $C_{m \times q}$ خواهد بود.

اولاً ماتریس A باید 1×3 باشد تا ماتریس حاصل ضرب 3×3 شود. پس داریم:

$$A = [m \ n \ p]$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}_{3 \times 1} [m \ n \ p]_{1 \times 3} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ 1 & 2 & 3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \xrightarrow{\text{درایه‌های سطر دوم}} 1 \times [m \ n \ p] = [1 \ 2 \ 3] \Rightarrow m = 1, n = 2, p = 3$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix} [1 \ 2 \ 3] = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ 1 & 2 & 3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 4 \times 1 = 4 \\ a_2 = 4 \times 2 = 8 \\ a_3 = 4 \times 3 = 12 \\ a_4 = 5 \times 1 = 5 \\ a_5 = 5 \times 2 = 10 \\ a_6 = 5 \times 3 = 15 \end{cases}$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_6 = 4 + 8 + 12 + 5 + 10 + 15 = 54$$

و خواهیم داشت:

نکته: $I^n = I \quad (n \in \mathbb{N})$

نکته: در هر ماتریس مربعی $n \times n$ درایه‌های a_{jj} به‌ازای $i = j$ روی قطر اصلی قرار دارند. ماتریس A را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ -1 & \sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sqrt{3}+1 & 1-\sqrt{3} \\ \sqrt{3}-1 & 1+\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3}+1 & \sqrt{3}-1 \\ 1-\sqrt{3} & 1+\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} (\sqrt{3}+1)^2 + (1-\sqrt{3})^2 & 2-2 \\ 2-2 & (\sqrt{3}-1)^2 + (\sqrt{3}+1)^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} = 8I$$

$$\Rightarrow A^2 = 64I = \begin{bmatrix} 64 & 0 \\ 0 & 64 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{بزرگ‌ترین درایه روی قطر اصلی} = 64$$

نکته ۲: $I_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

نکته ۱: $A^n = \underbrace{A \times A \times A \times \dots \times A}_n = A^{n-1} \times A$

نکته ۴: $r \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ra & rb \\ rc & rd \end{bmatrix} \quad (r \in \mathbb{R})$

نکته ۳: $AI = IA = A$

نکته ۵: $I^n = I \quad (n \in \mathbb{N})$

ابتدا با توجه به نکته ۱، عبارت $(BAB)^{\Delta_0}$ را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$(BAB)^{\Delta_0} = \underbrace{BAB}_{B^{\Delta_1}} \underbrace{BAB}_{B^{\Delta_2}} \underbrace{BAB}_{B^{\Delta_3}} \dots \underbrace{BAB}_{B^{\Delta_{50}}} = \underbrace{BAB^{\Delta_1} AB^{\Delta_2} AB^{\Delta_3} \dots AB^{\Delta_{50}}}_{\text{بار } \Delta_0}$$

اینک با توجه به نکته ۲ و به‌کمک ماتریس $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس B^{Δ_1} را حساب می‌کنیم:

$$B^{\Delta_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

پس با استفاده از $B^{\Delta_1} = I$ و با توجه به نکته ۳، داریم:

$$(BAB)^{\Delta_0} = \underbrace{B}_{A^{\Delta_1}} \underbrace{AI}_{A^{\Delta_2}} \underbrace{AI}_{A^{\Delta_3}} \underbrace{AI}_{A^{\Delta_4}} \dots \underbrace{AI}_{A^{\Delta_{50}}} AB = \underbrace{BAAAA \dots A}_{\text{بار } \Delta_0} B = BA^{\Delta_0} B$$

اینک با توجه به نکات ۴ و ۵ و به‌کمک ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ ، داریم:

$$A^{\Delta_1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} = 7I \Rightarrow A^{\Delta_0} = (A^{\Delta_1})^{\Delta_0} = (7I)^{\Delta_0} = 7^{\Delta_0} I^{\Delta_0} = 7^{\Delta_0} I$$

و در نهایت به‌کمک رابطه اخیر، نکته ۳ و رابطه $B^{\Delta_1} = I$ ، خواهیم داشت:

$$(BAB)^{\Delta_0} = BA^{\Delta_0} B = B(7^{\Delta_0} I)B = 7^{\Delta_0} \underbrace{BIB}_B = 7^{\Delta_0} B^{\Delta_1} = 7^{\Delta_0} I$$

نکته: مثال نقض، مثالی است که برای رد یک حکم کلی به‌کار می‌رود.

گزینه ۴ همواره درست است و به‌کمک اثبات مستقیم ثابت می‌شود:

مربع کامل $k = n(n+1)$ ، $n \in \mathbb{N} \Rightarrow 4k+1 = 4n(n+1)+1 = 4n^2+4n+1 = (2n+1)^2$

علت نادرست بودن گزینه‌های ۱ تا ۳ به‌کمک مثال نقض:

گزینه ۱: $A = \{1, 2, 4\}$ ، $B = \{1, 5\}$ ، $C = \{1, 3\}$

$A \cap B = A \cap C = \{1\}$ ، $B \neq C$

گزینه ۲: $\alpha = \sqrt{2}-1$ ، $\beta = -\sqrt{2}-1 \Rightarrow \alpha + \beta = -2$. α و β قرینه هم نیستند ولی مجموع آن‌ها عددی گویا شده است.

گزینه ۳: $x = 4$ ، $y = 9 \Rightarrow \sqrt{x+y} = \sqrt{13} \neq 2+3$

۳۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۱، درس ۱ ریاضیات گسسته

نکته: در اثبات اغلب نامساوی‌ها، با ساده کردن نامساوی به کمک روابط ریاضی بازگشت پذیر، به یک رابطه همواره درست (بدیهی) می‌رسیم، آنگاه با انجام عملیات برگشت، می‌توان از رابطه بدیهی، حکم را اثبات کرد. به این روش، اثبات بازگشتی گفته می‌شود. با توجه به نکته، عبارت را ساده می‌کنیم:

$$2x^2 + 2y^2 \geq x^2 + y^2 + 2xy \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy \geq 0 \Leftrightarrow (x-y)^2 \geq 0 \text{ (بدیهی)}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۱، درس ۱ ریاضیات گسسته

۳۹- پاسخ: گزینه ۲

نکته: مطابق با مثال حل شده کتاب درسی، درستی گزاره «اگر a_1, a_2 و a_3 اعدادی صحیح و b_1, b_2 و b_3 همان اعداد اما با ترتیبی دیگر باشند، عدد $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ زوج است»، به کمک برهان خلف ثابت می‌شود. با توجه به نکته، گزینه ۲ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۱، درس ۱ ریاضیات گسسته

۴۰- پاسخ: گزینه ۳

نکته: به روش اثبات مستقیم ثابت می‌شود که:
 (۱) عدد فرد به هر توانی برسد، فرد است. (۲) حاصل ضرب هر دو عدد فرد، عددی فرد است. (۳) مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است. با توجه به نکته واضح است که $14 \cdot 10^{22}$ عددی فرد است و در نتیجه x و y نیز اعدادی فرد خواهند بود. اینک نتیجه می‌گیریم که x^4 و y^4 نیز فرد هستند و طبیعتاً مجموع آن‌ها یعنی $x^4 + y^4$ عددی زوج است. بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۱ ریاضیات گسسته

۴۱- پاسخ: گزینه ۳

نکته: هرگاه $a \in \mathbb{Z}$ و a^2 زوج باشد، آنگاه a نیز زوج است. «اثبات به کمک برهان خلف» با توجه به نکته داریم:

$$\frac{n^2(n+1)^2}{4} = \text{زوج} \Rightarrow \frac{n(n+1)}{2} = \text{زوج} = 2k \Rightarrow n(n+1) = 4k \Rightarrow \begin{cases} n = 4k \Rightarrow 1 \leq 4k \leq 30 \Rightarrow 1 \leq k \leq 7 \\ \text{یا} \\ n+1 = 4k' \Rightarrow n = 4k' - 1 \Rightarrow 1 \leq 4k' - 1 \leq 30 \end{cases}$$

$$2 \leq 4k' \leq 31 \Rightarrow 1 \leq k' \leq 7 \Rightarrow \text{جواب داریم } 7$$

با توجه به اینکه $4k - 1$ و $4k'$ جمله مشترک ندارند، پس در کل $7 + 7 = 14$ عدد طبیعی برای n در بین اعداد ۱ تا ۳۰ وجود دارد که عبارت $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$ به‌ازای آن‌ها عددی زوج است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۱ ریاضیات گسسته

۴۲- پاسخ: گزینه ۱

نکته: در اثبات برخی نامساوی‌ها یا تساوی‌های ریاضی، حکم را به کمک روابط بازگشت پذیر ریاضی آنقدر ساده می‌کنیم تا به یک عبارت همیشه درست برسیم. حال اگر مسیر طی شده را برگردیم حکم ثابت می‌شود، به این روش، اثبات بازگشتی می‌گوییم.

$$\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \geq \frac{4}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{xy}} \geq \frac{4}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \Leftrightarrow (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 \geq 4\sqrt{xy} \Leftrightarrow x + y + 2\sqrt{xy} \geq 4\sqrt{xy}$$

$$\Leftrightarrow x + y - 2\sqrt{xy} \geq 0 \Rightarrow (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0 \text{ این رابطه همواره درست است}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۱ ریاضیات گسسته

۴۳- پاسخ: گزینه ۳

نکته: در اثبات به روش برهان خلف فرض می‌کنیم که حکم نادرست باشد، سپس با استفاده از قوانین منطق گزاره‌ها و دنباله‌ای از استدلال‌های درست مبتنی بر فرض، به یک نتیجه غیرممکن یا نتیجه متضاد با فرض می‌رسیم و از آنجا (با توجه به منطقی بودن همه مراحل)، معلوم می‌شود که فرض نادرست بودن حکم باطل است و درستی حکم ثابت می‌گردد.

اگر α و β گنگ و $\alpha + \beta$ گویا باشد، عدد $2\alpha - \beta$ حتماً گنگ است. برای اثبات این موضوع به کمک برهان خلف می‌توان نوشت: فرض می‌کنیم $2\alpha - \beta$ عددی گویا باشد، از طرفی می‌دانیم $\alpha + \beta$ نیز گویا است، پس داریم:

$$\begin{cases} 2\alpha - \beta = \frac{a}{b} & \text{گویا } (b \neq 0) \\ \alpha + \beta = \frac{a'}{b'} & \text{گویا } (b' \neq 0) \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع طرفین}} 3\alpha = \frac{a}{b} + \frac{a'}{b'} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3} \left(\frac{a}{b} + \frac{a'}{b'} \right) \text{ گویا گنگ}$$

با توجه به نتیجه فوق، فرض گویا بودن $2\alpha - \beta$ نادرست است و $2\alpha - \beta$ حتماً عددی گنگ است.

حال برای بررسی گویا یا گنگ بودن $\alpha^2 + \beta^2$ می‌توان مثال‌های زیر را در نظر گرفت:

$$\begin{cases} \alpha = \sqrt{2} \\ \beta = -\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 2 + 2 = 4 \text{ گویا} \quad \begin{cases} \alpha = \sqrt[3]{2} \\ \beta = 1 - \sqrt[3]{2} \end{cases} \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = \sqrt[3]{4} + 1 - 2\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} \text{ گنگ}$$

بنابراین $\alpha^2 + \beta^2$ ممکن است گویا یا گنگ باشد.

۴۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۱ ریاضیات گسسته

نکته: در اثبات به روش برهان خلف فرض می‌کنیم که حکم نادرست باشد، سپس با استفاده از قوانین منطق گزاره‌ها و دنباله‌ای از استدلال‌های درست مبتنی بر فرض، به یک نتیجه غیرممکن یا نتیجه متضاد با فرض می‌رسیم و از آنجا (با توجه به منطقی بودن همه مراحل)، معلوم می‌شود که فرض نادرست بودن حکم باطل است و درستی حکم ثابت می‌گردد.
تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱: فرض می‌کنیم $\frac{1}{a}$ عددی گویا باشد:

$$\frac{1}{a} = \frac{m}{n} \quad (n \neq 0) \Rightarrow \underset{\text{گنگ}}{a} = \underset{\text{گویا}}{\frac{n}{m}} \quad (m \neq 0)$$

به تناقض رسیدیم، پس فرض ما نادرست و حکم درست است.

گزینه ۲: با برهان خلف ثابت می‌شود، زیرا اگر فرض کنیم a فرد نباشد، پس زوج است و خواهیم داشت:

$$a = 2k \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow a^2 = 4k^2 = 2(\underbrace{2k^2}_{k'}) = 2k' \quad \text{زوج}$$

که با فرد بودن a^2 (فرض گزاره) در تناقض است، پس حکم صحیح است.

گزینه ۳: همواره درست نیست، زیرا اگر عدد گویای صفر را در نظر بگیریم، در ضرب صفر در هر عددی حاصل صفر می‌شود و عددی گویا است. بنابراین برای رد کردن گزینه ۳ از استدلال به روش «مثال نقض» استفاده می‌شود.

گزینه ۴: اگر a عددی گویا و b عددی گنگ باشد، فرض می‌کنیم $a - b$ گویا باشد:

$$\begin{cases} a - b = \frac{m}{n} \quad (n \neq 0) \\ \text{گویا } a = \frac{m'}{n'} \quad (n' \neq 0) \end{cases} \Rightarrow a - b = \frac{m}{n} \Rightarrow \frac{m'}{n'} - b = \frac{m}{n} \Rightarrow \underset{\text{گنگ}}{b} = \frac{m'}{n'} - \frac{m}{n}$$

به تناقض رسیدیم، پس فرض ما نادرست و حکم درست است.

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۴۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۱ ریاضیات گسسته

نکته: دو گزاره را هم‌ارز گوئیم، هرگاه از هریک بتوانیم به دیگری برسیم. در حقیقت ترکیب دو شرطی دو گزاره زمانی درست خواهد بود که هر دو گزاره، هم‌ارز (هم‌ارزش) باشند.

با توجه به نکته، به بررسی هریک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

در گزینه ۱، از رابطه $(x-2)(y-3) = 0$ نتیجه می‌شود: $x=2$ یا $y=3$ و لزوماً $x+y=5$ درست نیست.

در گزینه ۳، از رابطه $a^2 + b^2 = (a+b)^2$ نتیجه می‌شود: $a^2 + b^2 = a^2 + b^2 + 2ab \Rightarrow 2ab = 0 \Rightarrow a=0 \vee b=0$ و این یعنی رابطه $a=0 \wedge b=0$ لزوماً درست نیست.

در گزینه ۴، از رابطه $a^2 - b^2 > 0$ نتیجه می‌شود: $a^2 - b^2 > 0 \Rightarrow a^2 > b^2 \xrightarrow{\text{جذر}} |a| > |b| \xrightarrow{\text{توان ۵}} |a|^5 > |b|^5$

و این یعنی رابطه $a^5 > b^5$ لزوماً درست نیست.

اما در گزینه ۲، از هر گزاره می‌توان به دیگری رسید. بدین منظور هر دو طرف رابطه دو شرطی را ثابت می‌کنیم.

$$\checkmark \text{ مربع کامل } A = k(k+1) \Rightarrow 4A + 1 = 4k(k+1) + 1 = 4k^2 + 4k + 1 = (2k+1)^2$$

$$\text{طرف دوم } 4A + 1 = B^2 \xrightarrow{\text{مربع کامل } 4A+1} B^2 \text{ فرد است} \Rightarrow B = 2k+1$$

$$\Rightarrow 4A + 1 = (2k+1)^2 \Rightarrow 4A + 1 = 4k^2 + 4k + 1 \Rightarrow 4A = 4k(k+1) \Rightarrow A = k(k+1) \checkmark$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۴۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۱ ریاضیات گسسته

نکته: در اثبات به روش برهان خلف فرض می‌کنیم که حکم نادرست باشد، سپس با استفاده از قوانین منطق گزاره‌ها و دنباله‌ای از استدلال‌های درست مبتنی بر فرض، به یک نتیجه غیرممکن یا نتیجه متضاد با فرض می‌رسیم و از آنجا (با توجه به منطقی بودن همه مراحل)، معلوم می‌شود که فرض نادرست بودن حکم باطل است و درستی حکم ثابت می‌گردد.

با توجه به نکته و به کمک اثبات غیرمستقیم، فرض می‌کنیم معادله دارای جواب بوده و اعداد طبیعی فرد x, y, z, t موجود باشند، به طوری که:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t} = 1 \Rightarrow \frac{yzt + xzt + xyt + xyz}{xyzt} = 1 \Rightarrow yzt + xzt + xyt + xyz = xyzt$$

واضح است که چون x, y, z, t همگی فرد هستند، پس حاصل ضرب آن‌ها نیز فرد است و این یعنی همه اعداد $xyzt, xyt, xzt, yzt$ و

xyz اعدادی فرد هستند و در نتیجه سمت چپ معادله که مجموع چهار عدد فرد است، عددی زوج بوده در حالی که سمت راست معادله

عددی فرد است و این غیرممکن است، پس فرض جواب داشتن معادله، باطل و این معادله قطعاً جواب ندارد. بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۴۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۱، درس ۱ ریاضیات گسسته

نکته: در اثبات غیرمستقیم یا برهان خلف فرض می‌کنیم حکم نادرست است و سپس با استفاده از منطق گزاره‌ها و دنباله‌ای از استدلال‌های درست و مبتنی بر فرض به یک نتیجه غیرممکن یا متضاد با فرض می‌رسیم و از آنجا معلوم می‌شود حکم صحیح است.

به‌روش برهان خلف فرض می‌کنیم $(x_1 - y_1)(x_2 - y_2)(x_3 - y_3) = 0$ یعنی گزینه ۲ زوج نباشد، پس فرد است، یعنی هر سه عدد $x_1 - y_1$ و $x_2 - y_2$ و $x_3 - y_3$ فرد هستند و جمع آن‌ها باید فرد باشد. اما می‌بینیم که:

$$x_1 - y_1 + x_2 - y_2 + x_3 - y_3 = (x_1 + x_2 + x_3) - (y_1 + y_2 + y_3) = 0$$

یعنی جمع این سه عدد صفر و زوج است و از این تناقض نتیجه می‌گیریم حکم صحیح است و گزینه ۲ زوج است.

در گزینه ۴ نیز اگر همین روال را طی کنیم، می‌بینیم که:

$$x_1 - y_3 + x_2 - y_2 + x_3 - y_1 = (x_1 + x_2 + x_3) - (y_1 + y_2 + y_3) = 0$$

پس طبق برهان خلف گزینه‌های ۲ و ۴ زوج هستند.

گزینه ۳ نیز زوج است، زیرا به هر حال یکی از اعداد x_1 یا x_2 یا x_3 با y_1 برابر بوده و یکی از پرانتزها صفر می‌باشد. اما در مورد گزینه ۱ نمی‌توان به‌طور قطع زوج بودن را نتیجه گرفت.

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۴۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۱، درس ۱ ریاضیات گسسته

نکته: میانگین حسابی دو عدد نامنفی از میانگین هندسی آن‌ها کمتر نیست، یعنی: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ ($a, b \geq 0$).
راه‌حل اول: اولاً اثبات این نامساوی به کمک اثبات بازگشتی و به شکل زیر است:

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b-2\sqrt{ab} \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$$

این رابطه همواره صحیح است. ثانیاً داریم:

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \xrightarrow{\text{توان } 2} \frac{a^2+b^2+2ab}{4} \geq ab \xrightarrow{\times 4} a^2+b^2+2ab \geq 4ab \Leftrightarrow a^2+b^2 \geq 2ab$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2+b^2}{ab} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{ab}{a^2+b^2} \leq \frac{1}{2} \xrightarrow{\times 3} \frac{3ab}{a^2+b^2} \leq \frac{3}{2}$$

راه‌حل دوم: می‌دانیم مجموع هر عدد مثبت با وارونش بزرگ‌تر یا مساوی ۲ است و در تمارین کتاب، به کمک اثبات بازگشتی ثابت می‌شود که:

$$\frac{a}{b} > 0 : \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2 \Rightarrow \frac{a^2+b^2}{ab} \geq 2 \Rightarrow \frac{ab}{a^2+b^2} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3ab}{a^2+b^2} \leq \frac{3}{2}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۴۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۱، درس ۱ ریاضیات گسسته

نکته: حاصل ضرب سه عدد طبیعی متوالی مضرب ۶ است.

حاصل ضرب سه عدد زوج متوالی به‌صورت زیر است:

$$2k(2k+2)(2k+4) = 2 \times 2 \times 2 \underbrace{k(k+1)(k+2)}_{6q} = 48q$$

گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ مقسوم‌علیه‌های عدد ۴۸ هستند، اما ضرب سه عدد زوج متوالی لزوماً مضرب ۱۰ نیست.

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۵۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۱، درس ۱ ریاضیات گسسته

نکته: حاصل ضرب هر سه عدد صحیح متوالی مضرب ۶ است، زیرا در بین هر سه عدد متوالی یک عدد مضرب ۳ وجود دارد و همچنین از هر دو عدد متوالی یکی زوج است.

با توجه به نکته، به بررسی هریک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$1 \quad a^3 - a = a(a^2 - 1) = (a-1)a(a+1) = 6k \quad \checkmark$$

$$2 \quad a^5 - a = a(a^4 - 1) = a(a^2 - 1)(a^2 + 1) = (a^3 - a)(a^2 + 1) = 6k' \quad \checkmark$$

$$3 \quad a^5 + 5a = a^3 - a + 6a = 6k + 6a = 6(k+a) = 6k'' \quad \checkmark$$

$$4 \quad a = 2 \Rightarrow a^5 - 5a = 32 - 10 = 22 \neq 6q$$

مثال نقض

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

فیزیک

۵۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۱)

۵۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

$$m = \rho V \Rightarrow \rho_1 V_1 = \frac{3}{2} \rho_2 V_2 \Rightarrow \rho_1 \times \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{3}{2} \times \rho_2 \times \frac{4}{3} \pi (R^3 - (\frac{R}{2})^3) \Rightarrow \rho_1 = \frac{3}{2} \rho_2 \times \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{21}{16}$$

۵۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

حجم جسم جامد که به طور کامل در مایع فرو می‌رود، برابر با حجم مایع بیرون ریخته شده است و بنابراین داریم:

$$\rho_{\text{جسم}} = 3500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 3/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$V_{\text{جسم}} = V_{\text{مایع بیرون ریخته}} \Rightarrow \frac{m_{\text{جسم}}}{\rho_{\text{جسم}}} = \frac{m_{\text{مایع ریخته}}}{\rho_{\text{مایع}}}$$

$$\Rightarrow \frac{m_{\text{جسم}}}{3/5} = \frac{960}{1/2} \Rightarrow m_{\text{جسم}} = \frac{3/5 \times 960}{1/2} = 2880 \text{g} = 2/8 \text{kg}$$

۵۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

$$\rho_{\text{جسم}} = \frac{m_{\text{جسم}}}{V_{\text{جسم}}} = \frac{m_A + m_B}{V} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V} \Rightarrow \rho_{\text{جسم}} = \frac{\rho_A (1-x)V + \rho_B xV}{V}$$

$$\Rightarrow 5/2 = 6(1-x) + 4x = 6 - 6x + 4x$$

$$\Rightarrow 2x = 6 - 5/2 = 7/2 \Rightarrow x = 7/4 \times 100 \rightarrow x = 175\%$$

۵۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

هر چهار جمله به موارد درستی اشاره می‌کنند.

۵۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۲)

وقتی یک لوله شیشه‌ای نازک و دوسر باز را درون ظرف محتوی جیوه فرو می‌بریم، سطح جیوه درون لوله پایین‌تر از سطح جیوه داخل ظرف و به شکل برآمده قرار می‌گیرد؛ چرا که نیروی دگرچسبی بین شیشه و جیوه کمتر از هم‌چسبی بین مولکول‌های جیوه است.

۵۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_0 + \rho g \times 20}{P_0 + \rho g \times 10} = \frac{13}{9} \Rightarrow 13P_0 + 130\rho g = 9P_0 + 180\rho g \Rightarrow 50\rho g = 4P_0 \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$P_{\Delta} = P_0 + (\rho g \times 50) \xrightarrow{\text{رابطه (1)}} P_{\Delta} = P_0 + 4P_0 = 5P_0 \Rightarrow \frac{P_{\Delta}}{P_0} = 5$$

۵۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

$$\text{حجم آب درون استوانه پایینی: } V_1 = A_1 h_1 = \frac{2}{3} \times 1/2 = 1/3 \text{ m}^3$$

$$\text{حجم آب درون استوانه بالایی: } V_2 = 5/2 - 1/3 = 13/6 \text{ m}^3$$

$$V_2 = A_2 h_2 \Rightarrow 13/6 = 2h_2 \Rightarrow h_2 = 13/12 \text{ m}$$

$$h = h_1 + h_2 = 1/2 + 13/12 = 17/12 \text{ m}$$

ابتدا فشار ناشی از ۳/۴ m ستون آب بر حسب سانتی‌متر جیوه به دست می‌آوریم:

$$\text{جیوه } h \text{ جیوه} = \rho h \text{ جیوه} = \rho h \text{ آب} \Rightarrow 1 \times 3/4 = 13/6 \times h \text{ جیوه}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{1}{4} \text{ m} = 25 \text{ cm} \Rightarrow P_{\text{آب}} = 25 \text{ cmHg}$$

$$P_{\text{کل}} = P_0 + P_{\text{آب}} = 70 + 25 = 95 \text{ cmHg}$$

حالا فشار کل در کف مخزن را به دست می‌آوریم:

۵۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۲)

$$P_{\text{کاز}} + P_{\text{مایع}} = P_0 \Rightarrow \text{فشار پیمانه‌ای گاز: } P_g = P_{\text{کاز}} - P_0 = -P_{\text{مایع}}$$

$$P_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}} g h = \frac{1}{6} \rho_{\text{Hg}} \times g \times 48 = 8 \text{ cmHg}$$

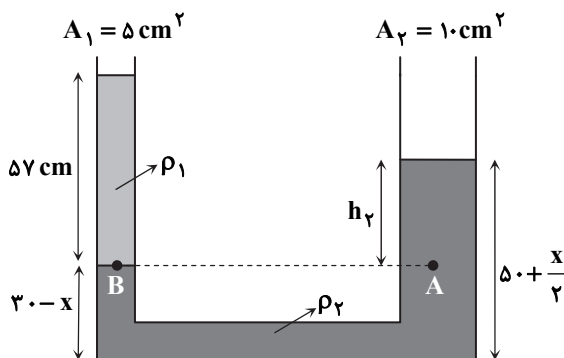
$$P_g = -P_{\text{مایع}} = -8 \text{ cmHg}$$

۶۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

در شکل صورت مسئله، با توجه به تعادل مایع‌ها می‌توان گفت فشار حاصل از ۳۰ سانتی‌متر مایع (۱) با فشار حاصل از ۲۰ cm مایع (۲) برابر است.

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow 30 \cdot \rho_1 = 20 \times 1/2 \Rightarrow \rho_1 = 0.8 \frac{g}{cm^3}$$



$$\rho_1 = 0.8 \text{ گزینۀ ۲} \Rightarrow \text{افزایش ارتفاع ستون مایع با چگالی } \rho_1$$

اگر سطح مایع ρ_2 در شاخه سمت چپ به اندازه x پایین برود، در شاخه سمت راست به اندازه $\frac{x}{2}$ بالا می‌آید.

$$P_B = P_A \Rightarrow 57 \times 0.8 = 1/2 h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{2}{3} \times 57 = 38 \text{ cm}$$

$$38 = (50 + \frac{x}{2}) - (30 - x) = 20 + \frac{3}{2}x$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}x = 18 \Rightarrow x = 12 \text{ cm} \Rightarrow 50 + \frac{x}{2} = 56 \text{ cm}$$

۶۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۲)

ابتدا قبل از اضافه شدن مایع، تساوی فشار در دو طرف لوله را می‌نویسیم تا ارتفاع روغن بیاید.

$$P_a = P_b \Rightarrow \rho \text{ روغن } gh = \rho \text{ آب } gh$$

$$\Rightarrow 0.8 \times h = 1 \times 10 \Rightarrow h = 12.5 \text{ cm}$$

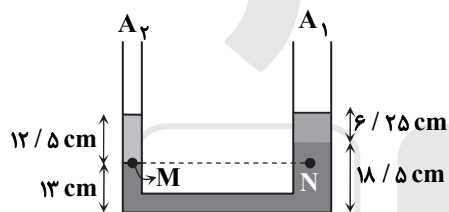
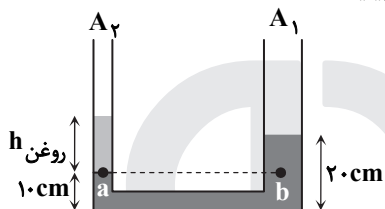
حجم مایع اضافه شده که با حجم روغن درون لوله برابر است را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{مایع}} = V_{\text{روغن}} = A_2 h = A_2 \times 12.5$$

ارتفاع مایع اضافه شده را حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{مایع}} = A_1 h_1 \Rightarrow A_2 \times 12.5 = A_1 h_{\text{مایع}} \Rightarrow h_{\text{مایع}} = 6/25 \text{ cm}$$

حالا وضعیت جدید سه مایع درون لوله U شکل را رسم می‌کنیم. چون روغن در شاخه سمت چپ ۳ cm بالا رفته است، ارتفاع آب در شاخه سمت چپ نیز ۳ cm بالا رفته است. پس ارتفاع آب در شاخه سمت راست ۳ cm پایین آمده است، چون:



$$3 \times A_2 = x \times A_1 \Rightarrow x = 3 \times \frac{A_2}{A_1} = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ cm}$$

تساوی فشار نقاط M و N در شکل جدید را می‌نویسیم تا چگالی مایع اضافه شده به دست بیاید:

$$P_M = P_N \Rightarrow \rho \text{ روغن } h' = \rho \text{ آب } h' + \rho \text{ مایع } h_{\text{مایع}} \Rightarrow 0.8 \times 12.5 = 1 \times (18/5 - 13) + \rho_{\text{مایع}} \times 6/25$$

$$\Rightarrow 10 = 1.6 - 1.3 + \rho_{\text{مایع}} \times 6/25 \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} = \frac{4/5}{6/25} = 0.72 \frac{g}{cm^3}$$

۶۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

فشارسنج فشار پیمانهای گاز را نشان می‌دهد که معادل فشار ۲۴۰ سانتی‌متر از مایع است.

$$\text{cmHg} \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 240 \times 1/7 = 13/6 \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{240 \times 1/7}{13/6} = 30 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow P_{\text{فشارسنج}} = 30 \text{ cmHg}$$

۶۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۲)

در هنگام حرکت کامیون هوای بالای چادر نسبت به هوای زیر چادر تندی بیشتری دارد و در نتیجه فشار هوای بالای چادر کمتر می‌شود؛ بنابراین چادر حالت برآمده پیدا می‌کند.

۶۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

آهنگ جریان شاره در هر دو قسمت یکسان است:

چون قطر مقطع قسمت ضخیم لوله ۲ برابر قسمت نازک است؛ پس مساحت مقطع قسمت ضخیم لوله ۴ برابر قسمت نازک است:

$$4A_2 v_2 = A_1 v_1 \Rightarrow v_2 = 4v_1$$

تندی حرکت مایع در قسمت نازک لوله، ۴ برابر قسمت ضخیم است؛ در نتیجه طبق اصل برنولی در جایی که تندی حرکت مایع بیشتر است، فشار مایع کمتر است.

۶۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

گزینه ۴ نادرست است: تندی متوسط و سرعت متوسط دو کمیت جدا از یکدیگرند. تندی متوسط ($s_{av} = \frac{\ell}{t}$) یک کمیت اسکالر (عددی) است و سرعت متوسط ($v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$) یک کمیت برداری است.

در حرکت بر خط راست و در صورتی که متحرک تغییر جهت ندهد، بزرگی سرعت متوسط برابر تندی متوسط است. بررسی سایر گزینه‌ها:

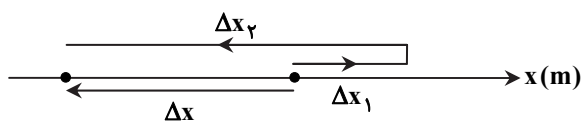
گزینه ۱: اگر سرعت ذره (اندازه سرعت، جهت سرعت و یا هر دو) تغییر کند، حرکت شتاب‌دار است. حرکت بر مسیر منحنی الزاماً شتاب‌دار است، زیرا جهت سرعت که در هر لحظه مماس بر مسیر است، تغییر می‌کند.

گزینه ۲: در حرکت روی مسیر منحنی در یک بازه زمانی معین، بزرگی جابه‌جایی کوچک‌تر از مسافت طی شده است.

گزینه ۳: نمودار مکان-زمان حرکت با سرعت ثابت، به صورت یک خط راست است.

۶۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

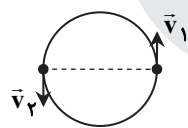


$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{300 + (-900)}{\frac{300}{15} + \frac{-900}{-30}} = \frac{300 - 900}{20 + 30} = \frac{-600}{50} = -12 \frac{m}{s} \Rightarrow |v_{av}| = 12 \frac{m}{s}$$

۶۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

سرعت لحظه‌ای بر مسیر حرکت مماس است.



$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow 10 = \frac{\pi \times 10}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \pi s$$

$$|\Delta \vec{v}| = 2 \times 10 = 20 \frac{m}{s}$$

$$|\vec{a}_{av}| = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = \frac{20 m}{\pi s^2}$$

۶۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

$$x = 4t^3 - 16t^2 + 12t \Rightarrow x = 4t(t^2 - 4t + 3) = 0 \Rightarrow 4t(t-3)(t-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0s \\ t = 1s \\ t = 3s \end{cases}$$

پس از $t = 0s$ ، برای دومین بار در لحظه $t = 3s$ ، ذره از مبدأ مکان ($x = 0$) عبور می‌کند.

$$t_1 = 2s \Rightarrow x_1 = 4(2)^3 - 16(2)^2 + 12(2) = -8 m$$

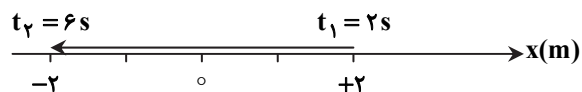
$$t_2 = 3s \Rightarrow x_2 = 0$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - (-8)}{3 - 2} = 8 \frac{m}{s}$$

۶۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

در حرکت بر خط راست، تصویر نمودار مکان-زمان بر روی محور مکان، معرف مسیر حرکت است. با توجه به نمودار مکان-زمان، مسیر حرکت ذره در بازه $2s \leq t \leq 6s$ مطابق شکل است.



$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{4}{6-2} = 1 \frac{m}{s}$$

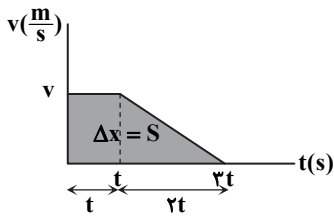
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-2-2}{6-2} = -1 \frac{m}{s}$$

شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان معرف سرعت لحظه‌ای است. در لحظه‌های $2s$ و $6s$ ، شیب خط مماس بر نمودار صفر است، بنابراین داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-0}{6-2} = 0$$

۷۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)



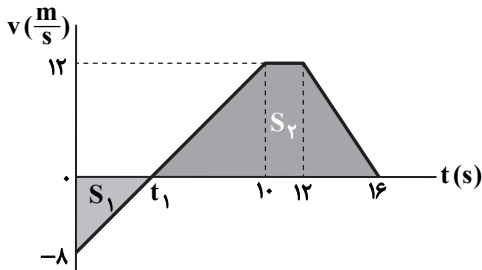
$$S = \Delta x = \frac{t + 3t}{2} \times v = 2vt$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2vt}{3t} = \frac{2}{3} v \frac{m}{s}$$

$$v_{av} = 16 \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{2}{3} v = 16 \Rightarrow v = 24 \frac{m}{s}$$

۷۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)



$$\frac{\lambda}{12 - (-8)} = \frac{t_1}{10} \Rightarrow t_1 = 4s$$

$$l = |S_1| + |S_2| = \frac{\lambda \times 4}{2} + \frac{(2 + 12) \times 12}{2} \Rightarrow l = 16 + 84 = 100m$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{100}{16} = 6.25 \frac{m}{s}$$

از تشابه مثلثها داریم:

۷۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

$$x = t^2 - 4t + 5 = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} v_0 = -4 \frac{m}{s} \\ a = 2 \frac{m}{s^2} \end{cases}$$

لحظه توقف: $t = 2s$

$$x_0 = 5m, \quad x(2) = 4 - 8 + 5 = 1m, \quad x(3) = 9 - 12 + 5 = 2m$$

$$l = |x_2 - x_0| + |x_3 - x_2| = 4 + 1 = 5m$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{5}{3} \frac{m}{s}$$

۷۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

$$\Delta x = \left(\frac{v_0 + v_f}{2} \right) \times \Delta t \Rightarrow 20 - 8 = \left(\frac{v_0 + 0}{2} \right) \times 4 \Rightarrow v_0 = 6 \frac{m}{s}$$

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{0 - 6}{4} = -1.5 \frac{m}{s^2}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 36 = 2 \times (-1.5) \times (16 - 8) \Rightarrow v^2 = 36 - 24 = 12 \Rightarrow |v| = 2\sqrt{3} \frac{m}{s}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۷۴- پاسخ: گزینه ۳

قسمت اول نمودار مکان- زمان خط راست است، پس سرعت در این مدت ثابت است. (شیب آن را در هر بازه زمانی که حساب کنیم فرقی نمی‌کند.)

$$v_{av(1)} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av(1)} = \frac{0 - 40}{8} = -5 \frac{m}{s} \Rightarrow v_1 = -5 \frac{m}{s}$$

قسمت دوم نمودار مکان- زمان خط راست است، پس در این قسمت هم سرعت ثابت است.

$$v_{av(2)} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av(2)} = \frac{0 - (-10)}{13 - 12} = 10 \frac{m}{s} \Rightarrow v_2 = 10 \frac{m}{s}$$

شتاب متوسط در بازه زمانی $6s \leq t \leq 16s$ برابر است با:

$$a_{av} = \frac{v_{16s} - v_{6s}}{\Delta t} = \frac{10 - (-5)}{16 - 6} = \frac{3}{2} = 1.5 \frac{m}{s^2}$$

۷۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جهت تغییرات نمودار مکان- زمان نشان‌دهنده علامت سرعت یعنی جهت حرکت است. در t_1 و t_4 سرعت منفی است. ($x-t$ نزولی است) یعنی حرکت در خلاف جهت محور x انجام می‌شود و در t_2 و t_3 حرکت هم‌سو با محور انجام می‌شود. ($x-t$ صعودی است) در t_3 ، شیب منحنی $x-t$ به صفر نزدیک می‌شود پس اندازه سرعت به صفر نزدیک خواهد شد و حرکت کندشونده است، اما در t_4 اندازه شیب منحنی در حال افزایش است، یعنی حرکت تندشونده است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

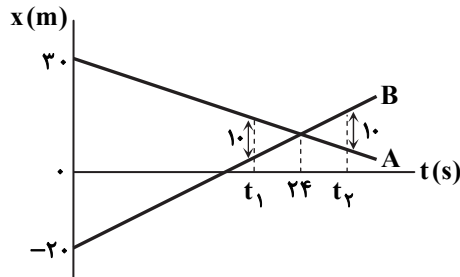
۷۶- پاسخ: گزینه ۱

$$v(0) = \frac{0 - 40}{4 - 0} = -10 \frac{m}{s}$$

شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان برابر سرعت لحظه‌ای است، پس $v(0)$ به ترتیب زیر حساب می‌شود:

در $t = 8s$ ، خط مماس بر نمودار مکان- زمان افقی است؛ یعنی $v(8) = 0$ و بنا به تعریف شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-10)}{8 - 0} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \frac{m}{s^2}$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۷۷- پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{10}{50} = \frac{24 - t_1}{24} \Rightarrow 24 = 120 - 5t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{96}{5} = 19/2s$$

$$\frac{10}{50} = \frac{t_2 - 24}{24} \Rightarrow 24 = 5t_2 - 120 \Rightarrow t_2 = \frac{144}{5} = 28/8s$$

در بازه زمانی $19/2s < t < 28/8s$ ، فاصله دو متحرک کمتر از $10m$ است و

در لحظه‌های $t > 28/8s$ و $t < 19/2s$ ، فاصله دو متحرک بیشتر از $10m$ می‌شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۷۸- پاسخ: گزینه ۲

$$d = S_1 + S_2 = 2S_1 = 100 \Rightarrow S_1 = 50m$$

$$\frac{4+6}{2} \times v_1 = 50 \Rightarrow v_1 = 10 \frac{m}{s}$$

متحرک در مدت $t = 4s$ تا $t = 8s$ با شتاب ثابت حرکت می‌کند و سرعت آن

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-10 - 10}{8 - 4} = -5 \frac{m}{s^2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۷۹- پاسخ: گزینه ۳

محل دو متحرک در $t = 0$ را $x = 0$ در نظر می‌گیریم.

$$x_B = 10t = 10 \times 15 = 150m$$

$$x_A = \frac{8 \times 16}{2} + 16(t - 8) = 64 + 16(15 - 8) = 16(4 + 7) = 176m \Rightarrow x_A - x_B = 176 - 150 = 26m$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۸۰- پاسخ: گزینه ۲

دو ذره در لحظه t به هم می‌رسند. در این مدت زمان جابه‌جایی دو ذره یکسان است.

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \left(\frac{v_A + v_{0A}}{2}\right)t = \left(\frac{v_B + v_{0B}}{2}\right)t \Rightarrow v_A + v_{0A} = v_B + v_{0B}$$

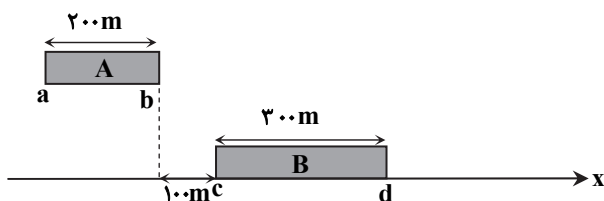
$$\left. \begin{aligned} v_A &= 5t - 10 \\ v_B &= 1/25t + 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 5t - 20 = 1/25t + 10 \Rightarrow t = 8s$$

$$t = 8s \Rightarrow \begin{cases} v_A = 30 \frac{m}{s} \\ v_B = 15 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{30}{15} = 2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۸۱- پاسخ: گزینه ۲

راه حل اول:



$$v_A = 108 \frac{km}{h} = 108 \times \frac{1000m}{3600s} = 30 \frac{m}{s}$$

$$v_B = 72 \frac{km}{h} = 72 \times \frac{1000m}{3600s} = 20 \frac{m}{s}$$

برای آنکه قطار A کاملاً از قطار B سبقت بگیرد، باید انتهای

قطار A به ابتدای قطار B برسد:

$$x_a = x_d \Rightarrow v_A t + x_{0a} = v_B t + x_{0d} \Rightarrow v_A t = v_B t + (x_{0d} - x_{0a})$$

$$\Rightarrow 30t = 20t + 600 \Rightarrow 10t = 600 \Rightarrow t = 60s = 1min$$

راه حل دوم:

می‌توانستیم قطار B را ساکن فرض کنیم و قطار A با تندی به اندازه تفاضل تندی دو قطار به طرف آن در حرکت باشد. برای سبقت کامل باید

انتهای قطار A (a) از ابتدای قطار B (d) کاملاً عبور کند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v_{نسبی} \times t \Rightarrow 200 + 100 + 300 = (30 - 20)\Delta t \Rightarrow 600 = 10\Delta t \Rightarrow \Delta t = 60s = 1min$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۸۲- پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} AC &= v_1 \times \Delta t \\ BC &= v_2 \times \Delta t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{v_1}{v_2} \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$\left. \begin{aligned} BC &= v_1 \times 20 \\ AC &= v_2 \times 45 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{45v_2}{20v_1} = \frac{9v_2}{4v_1} \quad (2) \text{ رابطه}$$

رابطه‌های (۱) و (۲) $\rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{9v_2}{4v_1} \Rightarrow \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{2} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow BC = \frac{2}{3} AC$

$$AC + BC = AB \Rightarrow AC + \frac{2}{3} AC = AB \Rightarrow \frac{5}{3} AC = AB \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{5}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۸۳- پاسخ: گزینه ۲

$$\Delta v_1 = S_1 = 4 \times 6 = 24 \Rightarrow v_6 - v_0 = 24 \Rightarrow v_6 - 5 = 24 \Rightarrow v_6 = 29 \frac{m}{s}$$

$$\Delta v_2 = S_2 = -4 \times 6 = -24 \Rightarrow v_{12} - v_6 = -24 \Rightarrow v_{12} - 29 = -24 \Rightarrow v_{12} = 5 \frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{v_{12} - v_0}{12 - 0} = \frac{5 - 5}{12} = 0$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_1 &= \frac{v_0 + v_6}{2} \times 6 = \frac{5 + 29}{2} \times 6 = 102 \text{ m} \\ \Delta x_2 &= \frac{v_6 + v_{12}}{2} \times 6 = \frac{29 + 5}{2} \times 6 = 102 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 204 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{204}{12} = 17 \frac{m}{s}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۸۴- پاسخ: گزینه ۲

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-20)}{10} = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$x = 16 \text{ m} \quad \text{سرعت هنگام عبور از } v = at + v_0 = 2 \times 6 - 20 = -8 \frac{m}{s}$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 64 = 2 \times 2 \times (36 - 16) \Rightarrow v^2 = 64 + 80 = 144 \Rightarrow |v| = 12 \frac{m}{s}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۸۵- پاسخ: گزینه ۲

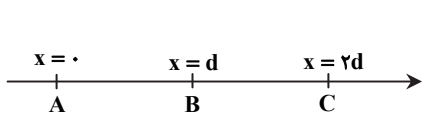
$$v_1 = 0 \text{ و } v_2 = 120 \frac{km}{h} \text{ و } \Delta t = \frac{12}{3600} \text{ h}$$

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot \Delta t = \frac{0 + 120}{2} \times \frac{12}{3600} = \frac{12 \times 60}{3600} = \frac{2 \times 10}{100} = 0.2 \text{ km} = 200 \text{ m}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۸۶- پاسخ: گزینه ۳

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t = \frac{1}{2} at^2$$



$$\left. \begin{aligned} AB: d &= \frac{1}{2} at'^2 \\ AC: 2d &= \frac{1}{2} at'^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow t' = t\sqrt{2} \Rightarrow t_{BC} = t' - t = t\sqrt{2} - t = t(\sqrt{2} - 1)$$

توجه: در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، چنانچه حرکت تندشونده باشد، متحرک مسافت‌های یکسان را در زمان کوتاه‌تری نسبت به مسافت قبلی طی می‌کند و اگر حرکت کندشونده باشد، متحرک مسافت‌های یکسان را در زمان بیشتری نسبت به مسافت قبلی طی می‌کند. البته به شرطی که تغییر جهت رخ ندهد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۸۷- پاسخ: گزینه ۳

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 14 \text{ m} \\ 8a + 4v_0 + 14 = 110 \Rightarrow 2a + v_0 = 24 \Rightarrow a = 6 \frac{m}{s^2}, v_0 = 12 \frac{m}{s} \\ 18a + 6v_0 + 14 = 194 \Rightarrow 3a + v_0 = 30 \end{cases}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_{t=5s} = (6 \times 5) + 12 = 42 \frac{m}{s}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۸۸- پاسخ: گزینه ۴

راه حل اول:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -10t + 40 \Rightarrow t = 4s$$

در مدت ۴s اتومبیل می ایستد. پس اگر زمان شروع ترمز را $t = 0$ در نظر بگیریم، $t = 4s$ لحظه توقف است و $t = 3s$ یک ثانیه قبل از توقف خواهد بود.

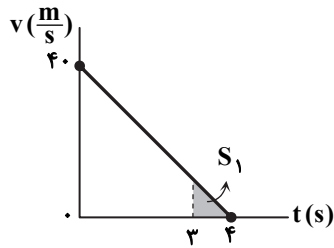
$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = -5t^2 + 40t + x_0$$

موردی که در سؤال پرسیده شده است، $x(4) - x(3)$ است.

$$\Delta x = x(4) - x(3) = [-5 \times 16 + 40 \times 4] - [-5 \times 9 + 40 \times 3] = 80 - 75 = 5m$$

راه حل دوم:

با رسم نمودار سرعت- زمان می توانیم جابه جایی در ثانیه آخر را حساب کنیم.



$$\Delta x(3s, 4s) = S_1$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{1}{16} S_{\text{کل}} = \frac{1}{16} \times \frac{40 \times 4}{2} = 5m$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۸۹- پاسخ: گزینه ۱

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$x_0 = 10m, x(8) = 290m, x(14) = 710m$$

$$\frac{1}{2}a \times 8 \times 8 + 8v_0 = 280 \Rightarrow 4a + v_0 = 35$$

$$\Rightarrow 4a = 50 - 35 \Rightarrow a = \frac{5}{2} \frac{m}{s^2}$$

$$\frac{1}{2}a \times 14 \times 14 + 14v_0 = 700 \Rightarrow 7a + v_0 = 50$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۹۰- پاسخ: گزینه ۳

$$v_1 = 10.8 \div 3/6 = 20 \frac{m}{s}$$

راه حل اول:

در مدت ۰/۴ ثانیه (زمان واکنش راننده) اتومبیل همچنان با تندی ثابت $20 \frac{m}{s}$ جلو می رود.

$$\Delta x_1 = v \cdot \Delta t = 20 \times 0.4 = 8m$$

هنگام ترمز گرفتن، مسافت طی شده (Δx_2) برابر است با:

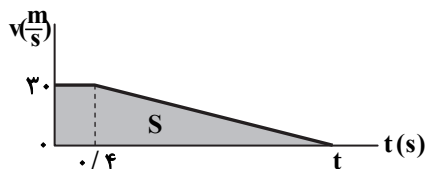
$$v_1^2 - v_2^2 = 2a \Delta x_2 \Rightarrow 0 - 900 = 2 \times (-15) \times \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 30m$$

بنابراین اتومبیل پس از طی مسافت $l = 8 + 30 = 38m$ متوقف می شود و فاصله آن تا مانع برابر است با:

$$d = 50 - 38 = 12m$$

راه حل دوم:

می توانیم نمودار سرعت- زمان اتومبیل را از لحظه دیدن مانع تا توقف، رسم کنیم.



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -15 = \frac{0 - 20}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 2s$$

$$\Delta t = t - 0.4 \Rightarrow t = 2.4s$$

کل مسافت طی شده تا توقف اتومبیل برابر است با سطح محصور به نمودار $v-t$ و محور زمان. بنابراین:

$$\Delta x = l = S = \frac{(0.4 + 2.4)}{2} \times 20 = 38m$$

فاصله اتومبیل تا مانع هنگام توقف برابر است با:

$$d = 50 - 38 = 12m$$

شیمی ۶۶

۹۱- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۱ شیمی ۱

در خورشید، هیدروژن به هلیوم تبدیل می‌شود.

۹۲- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۱ شیمی ۱

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) تکنسیم نیم‌عمر بالایی ندارد.

(۲) خواص شیمیایی یک عنصر به عدد اتمی آن (Z) وابسته است.

(۳) از ایزوتوپ $^{235}_{92}\text{U}$ ، اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی استفاده می‌شود.

۹۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۱

اگر شمار اتم‌های ایزوتوپ سبک تر ($^{\delta}\text{B}$) را x و شمار اتم‌های ایزوتوپ سنگین تر ($^{\delta^1}\text{B}$) را y در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\underbrace{5x + 6y}_{\text{نوترون‌ها}} = 1/04(\underbrace{5x + 5y}_{\text{پروتون‌ها}}) \Rightarrow 5x + 6y = 5/2x + 5/2y \Rightarrow 4y = x$$

$$\text{درصد فراوانی ایزوتوپ سبک تر} = \frac{x}{x+y} \times 100 = \frac{4y}{5y} \times 100 = 80\%$$

۹۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۱

$$\begin{cases} N + Z = 88 \\ N - e = 14 \end{cases} \xrightarrow{e=Z-2} \begin{cases} N + Z = 88 \\ N - Z = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N = 50 \\ Z = 38 \end{cases}$$

عنصری با عدد اتمی ۳۸ به گروه دوم و دوره پنجم جدول تناوبی تعلق دارد. عنصرهای هم‌گروه، خواص شیمیایی مشابهی دارند.

۹۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۱

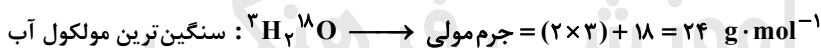
اگر اتم اکسیژن در H_2O ، ^{16}O باشد، با توجه به ایزوتوپ‌های هیدروژن، ۶ نوع مولکول می‌توان ساخت. به همین ترتیب برای هریک از حالت‌های ^{17}O و ^{18}O نیز ۶ مولکول آب وجود دارد؛ بنابراین در مجموع، ۱۸ مولکول آب وجود دارد. با ۳ ایزوتوپ هیدروژن نیز می‌توان ۶ مولکول هیدروژن ساخت:



بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) ایزوتوپ‌های یک عنصر در تعداد الکترون با هم تفاوتی ندارند.

(۲)



(۴) خواص فیزیکی وابسته به جرم ایزوتوپ‌ها و مولکول‌های ساخته شده از آن‌ها با هم متفاوت است.

۹۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۱

در این نمونه، تعداد هر ایزوتوپ به صورت زیر است:

$$^{40}\text{X}: 10, \quad ^{41}\text{X}: 5, \quad ^{42}\text{X}: 5$$

$$\frac{\text{فراوانی سبک‌ترین ایزوتوپ}}{\text{فراوانی سنگین‌ترین ایزوتوپ}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{(10 \times 40) + (5 \times 41) + (5 \times 42)}{20} = 40.75$$

۹۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۱

فقط عبارت چهارم درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: یک مول از هر ماده مولکولی، شامل $6/02 \times 10^{23}$ مولکول است.

عبارت دوم: ۰/۱ مول گاز متان (CH_4) شامل $3/01 \times 10^{23}$ اتم است:

$$0/1 \times 5 \times 6/02 \times 10^{23} = 3/01 \times 10^{23}$$

عبارت سوم: جرم ۱ مول اتم هیدروژن بر حسب گرم، نصف جرم مولی گاز هیدروژن (H_2) است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۱

۹۸- پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{1 \text{ atom Al}}{6.02 \times 10^{23} \text{ atom Al}} \times \frac{1 \text{ mol Al}}{1 \text{ mol Al}} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} = 4.5 \times 10^{-23} \text{ g}$$

در هر یون آلومینیم (Al^{3+})، ۱۰ الکترون وجود دارد.

$$0.54 \text{ g Al}^{3+} \times \frac{1 \text{ mol Al}^{3+}}{27 \text{ g Al}^{3+}} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ Al}^{3+}}{1 \text{ mol Al}^{3+}} \times \frac{1 \cdot e^-}{1 \text{ Al}^{3+}} = 1.204 \times 10^{23} e^-$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۱ شیمی ۱

۹۹- پاسخ: گزینه ۴

پرتوهای گاما > پرتوهای ایکس > پرتوهای فرابنفش > نور مرئی > پرتوهای فروسرخ > ریزموجها > امواج رادیویی: طول موج

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۱ شیمی ۱

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به طیف نشری خطی داده شده، این نمونه حاوی استرانسیم (A) و لیتیم (B) است. (همه خطوط طیف‌های استرانسیم و لیتیم، در نمونه وجود دارد.)

$$\left. \begin{aligned} A \text{ مقدار مول} &= 0.25 \text{ g Sr} \times \frac{1 \text{ mol Sr}}{87.5 \text{ g Sr}} = \frac{0.25}{87.5} \\ B \text{ مقدار مول} &= 0.4 \text{ g Li} \times \frac{1 \text{ mol Li}}{7 \text{ g Li}} = \frac{0.4}{7} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{B}{A} = \frac{87.5 \times 0.4}{0.25 \times 7} = 20 \Rightarrow \text{بیش از حد انعطاف‌پذیر}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۱

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۴

فقط عبارت چهارم درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: طیف نشری خطی هیدروژن در گستره مرئی دارای چهار خط است.

عبارت دوم: مدل بور فقط توانست طیف نشری خطی هیدروژن را توجیه کند.

عبارت سوم: انرژی همانند ماده در نگاه میکروسکوپی، گسسته یا کوانتومی است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۱

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۴

موارد اول تا سوم درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

عبارت چهارم: در این مدل، اتم را کره‌ای در نظر می‌گیرند که هسته در فضای بسیار کوچک و در مرکز آن جای دارد و الکترون‌ها در فضای بسیار بزرگ تری در لایه‌های پیرامون هسته توزیع می‌شوند.

عبارت پنجم: یکی از ویژگی‌های این مدل، کوانتومی بودن داد و ستد انرژی هنگام انتقال الکترون است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۱

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۴

گنجایش الکترونی لایه‌های دوم و چهارم ($2n^2$) به ترتیب برابر با ۸ و ۳۲ است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: لایه‌های الکترونی دوم و سوم هیچ‌کدام یکپارچه نیستند و به ترتیب از ۲ و ۳ زیرلایه تشکیل شده‌اند.

گزینه ۲: لایه الکترونی چهارم دارای ۴ زیرلایه با $1 \leq l \leq 3$ است.

گزینه ۳: زیرلایه‌ای با $l = 1$ در هر لایه‌ای باشد، حداکثر می‌تواند ۶ الکترون داشته باشد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۱

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۱

فقط عبارت دوم درست است.

■ زیرلایه‌هایی که n یکسان دارند، یک لایه الکترونی را تشکیل می‌دهند.

■ $3d$ نخستین زیرلایه اشغال‌شده در یک اتم، با $n + l = 5$ است.

$$n + l = 5 \Rightarrow \begin{cases} 3d \\ 4p \\ 5s \end{cases}$$

■ نماد هر زیرلایه را با nl نمایش می‌دهند.

■ به‌طور مثال دو زیرلایه $4d$ و $5s$ دارای $n + l$ برابر با ۶ هستند، ولی اختلاف عدد کوانتومی اصلی آن‌ها برابر ۲ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۱ شیمی ۳

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۲

موادی مانند اتیلن گلیکول و اوره، ماده مولکولی هستند و به دلیل داشتن مولکول‌های قطبی، در حلال قطبی آب حل می‌شوند، اما سدیم کلرید یک ترکیب یونی است و استفاده از اصطلاح مولکول برای توصیف چنین موادی نادرست است.

۱۰۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۳

همه عبارت‌های داده شده، درست‌اند.

ترکیب داده شده یک استر با جرم مولی زیاد است و دارای فرمول مولکولی $C_{57}H_{110}O_6$ می‌باشد. فرمول اسید چرب و الکل سازنده استر به ترتیب $C_{18}H_{36}O_2$ و $C_{37}H_{74}O_2$ است.

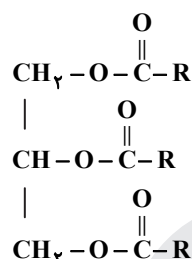
۱۰۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۳

فرمول مولکولی اسید چرب مورد نظر به صورت $C_{17}H_{34}COOH$ یا $C_{18}H_{36}O_2$ است و بر اساس فرمول مولکولی، شمار پیوندهای اشتراکی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{شمار پیوندها} = \frac{(\text{شمار اتم‌های اکسیژن} \times 2) + (\text{شمار اتم‌های هیدروژن} \times 1) + (\text{شمار اتم‌های کربن} \times 4)}{2} = \frac{(2 \times 2) + (1 \times 36) + (4 \times 18)}{2} = 56$$

۱۰۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۳

ساختار یک استر بلند زنجیر با سه عامل استری به صورت زیر است:



با توجه به تعداد کل کربن‌ها، R باید شامل ۱۸ اتم کربن باشد؛ بنابراین فرمول صابون جامد (سدیم) حاصل از آن به صورت $C_{18}H_{37}COONa$ است.

۱۰۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۳

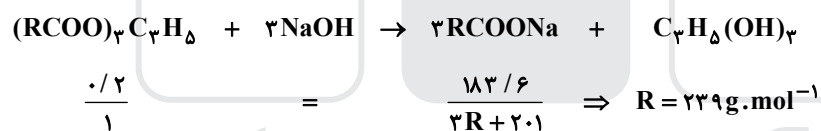
عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: محلول مس (II) سولفات یک مخلوط همگن است که نور را از خود عبور می‌دهد.

عبارت سوم: رفتار کلئیدها را می‌توان رفتاری بین محلول‌ها و سوسپانسیون‌ها در نظر گرفت.

۱۱۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۳



$$C_{17}H_{35} = 239 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

۱۱۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۳

شربت معده، سوسپانسیون و مخلوط آب، روغن و صابون، کلئید است که هر دو، جزء مخلوط‌های ناهمگن به شمار می‌روند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) مایونز (A) کلئید است و جزء مخلوط‌های ناهمگن به حساب می‌آید.

(۳) اندازه ذرات سازنده سوسپانسیون‌ها (C) بزرگ‌تر از اندازه ذرات سازنده محلول‌ها (B) است.

(۴) محلول‌ها (مانند مخلوط B) نور را پخش نمی‌کنند.

۱۱۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۳

در شکل A، بخش‌های آب‌گریز (چربی‌دوست) مولکول‌های صابون به سمت درون ذره است و مشخص می‌شود که ذره مورد نظر، روغن یا چربی است و در آب توسط مولکول‌های صابون جابه‌جا می‌شود.

در شکل B، بخش‌های آب‌گریز صابون به سمت بیرون ذره است و مشخص می‌شود که ذره می‌تواند قطره آب باشد و در روغن توسط مولکول‌های صابون جابه‌جا می‌شود.

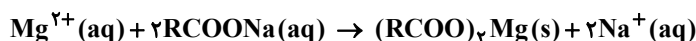
۱۱۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۳

با افزایش دما و استفاده از آنزیم، قدرت پاک‌کنندگی صابون افزایش می‌یابد. همچنین صابون لکه چربی را از روی پارچه نخی بهتر از پارچه پلی‌استری پاک می‌کند.

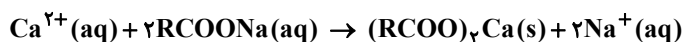
با توجه به جدول کتاب درسی، تأثیر پارچه نخی بیشتر از افزایش دما به میزان 10°C است؛ به همین دلیل، قدرت پاک‌کنندگی صابون در حالت B بیشتر از حالت D است.

۱۱۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۱ شیمی ۳



$$\frac{72 \times 10^{-3} \times 100}{24} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 0.6 \text{ mol}$$



$$\frac{80 \times 10^{-3} \times 100}{40} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 0.4 \text{ mol}$$

$$0.6 + 0.4 = 1 \text{ mol}$$

۱۱۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۳

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) صابون طبیعی به دلیل خاصیت بازی مناسب، برای موهای چرب استفاده می‌شود.

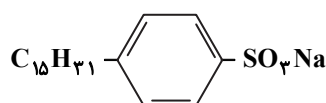
پ) به منظور افزایش خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی صابون‌ها، به آن‌ها ماده شیمیایی کلردار اضافه می‌کنند.

۱۱۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۳

ساختار این پاک‌کننده به صورت روبه‌رو است:

که فرمول شیمیایی آن به صورت $\text{C}_{21}\text{H}_{35}\text{SO}_3\text{Na}$ خواهد بود.



۱۱۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۱ شیمی ۳

پاک‌کننده‌های غیرصابونی از بنزن و دیگر مواد اولیه در صنعت پتروشیمی تولید می‌شوند.

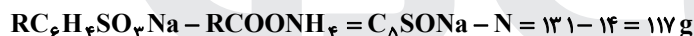
۱۱۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۳

فرمول شیمیایی صابون ذکر شده، RCOONH_4 و فرمول پاک‌کننده غیرصابونی، $\text{RC}_6\text{H}_4\text{SO}_3\text{Na}$ است که تفاوت جرم مولی آن‌ها برابر با ۱۱۷ گرم بر مول است.

۱۱۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۱ شیمی ۳



در واکنش مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب، گاز هیدروژن تولید می‌شود.

۱۲۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۱ شیمی ۳

پاک‌کننده‌هایی مانند سرکه و جوهر نمک، جزء پاک‌کننده‌های خورنده هستند و با تبدیل آلاینده‌ها به مواد شیمیایی جدید، آن‌ها را پاک می‌کنند. بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) کاغذ pH در تماس با محلول سدیم هیدروکسید و مخلوط آب و صابون، آبی‌رنگ می‌شود. (هر دو خاصیت بازی دارند).

(۳) پاک‌کننده‌های غیرصابونی و صابون‌ها، پاک‌کننده‌هایی هستند که تنها بر اساس برهم‌کنش‌های میان ذره‌ها عمل می‌کنند و با ذرات آلاینده، واکنش شیمیایی انجام نمی‌دهند.

(۴) به کمک پاک‌کننده‌های غیرصابونی نمی‌توان رسوب تشکیل شده بر دیواره کتری را پاک کرد.



دانلود رایگان تمام آزمون‌های آزمایشی در کانال ما:

@Azmoonha_Azmayeshi

علوی

تمام پایه‌ها و رشته‌ها



آزمون‌ها آزماینتی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

گزینه دو



آزمون‌ها آزماینتی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi



حلقه
سنجی

