آزمون آزمایشی پیشروی
جمعه ۱۴۰۱/۰۷/۲۲

کدآزمون: DOA12R03

دوره‌ای دوازدهم ریاضی ـ پیشروی ۱

پاسخ‌نامه
آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی

ردیف	مواد امتحانی	از شماره	تا شماره
۱	حسابان	۱	۲۰
۲	هندسه	۲۱	۳۴
۳	ریاضیات گسسته	۳۵	۴۵
۴	فیزیک	۴۶	۸۰
۵	شیمی	۸۱	۱۱۰

حسابان

۱- گزینه «۲» ـ چون f تابع است، پس:

$$۴-m=m \Rightarrow m=۲ \Rightarrow f=\{(۱,۲),(۴,x^۲+x)\}$$

باید برد f تک عضوی باشد. پس:

$$x^۲+x=۲ \Rightarrow x^۲+x-۲=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۱ \\ x=-۲ \end{cases}$$

(نصیری) (پایه دهم ـ تابع ـ تعریف تابع) (آسان)

۲- گزینه «۲» ـ تابع همانی به صورت $y=x$ است پس برای آن که $f(x)$ یک تابع همانی باشد باید:

$$\frac{a-۱}{۱}=\frac{۶}{۱}=\frac{b}{۵} \Rightarrow \begin{cases} a=۷ \\ b=۳۰ \end{cases}, \qquad f(a+b)=a+b=۳۷$$

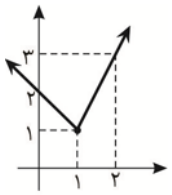
(نصیری) (پایه دهم ـ تابع ـ تابع همانی) (متوسط)

۳- گزینه «۳» ـ اگر $f(x)$ را دو واحد به سمت راست منتقل کنیم تابع $f(x-۲)$ به دست می‌آید.

$$f(x-۲)=f(x) \Rightarrow (x-۲)^۲+۴(x-۲)+۱=x^۲+۴x+۱ \Rightarrow x^۲-۴x+۴+۴x-۸=x^۲+۴x \Rightarrow x=-۱$$
$$f(-۱)=۱-۴+۱=-۲$$

(نصیری) (پایه دهم ـ تابع ـ انتقال) (آسان)

۴- گزینه «۴» ـ نمودار ضابطه‌ها را رسم می‌کنیم.



$y=۲x-۱$

x	۱	۲
y	۱	۳

$y=۲-x$

x	۰	۱
y	۲	۱

ملاحظه می‌کنید که برد تابع $[۱,+\infty)$ است. (نصیری) (پایه دهم ـ تابع ـ انتقال) (آسان)

۵- گزینه «۱» ـ چون f تابع گویاست پس $m=-۲$ است.

$$f(x)=\frac{x}{-۲x^۲+x+n}$$

چون دامنه تابع $\mathbb{R}$ است، بنابراین مخرج کسر نباید ریشه حقیقی داشته باشد.

$$\text{مخرج } \Delta=۱+۸n<۰ \Rightarrow n<-\frac{۱}{۸}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ تابع گویا) (آسان)

۶- گزینه «۲» ـ

$$۶x^۲-۱۳x+۶<۰ \Rightarrow (۲x-۳)(۳x-۲)<۰ \Rightarrow \frac{۲}{۳}<x<\frac{۳}{۲} \Rightarrow \frac{۲}{۳}<\frac{۱}{x}<\frac{۳}{۲} \xrightarrow{\times ۳۰} ۲۰<\frac{۳۰}{x}<۴۵ \Rightarrow \frac{۳۰}{x} \in \{۲۰,۲۱,\cdots,۴۴\}$$

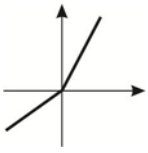
تعداد اعضای این مجموعه برابر است با:

$$n=۴۴-۲۰+۱=۲۵$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ تابع ـ جزءصحیح) (دشوار)

۷- گزینه «۳» ـ دامنه هر دو تابع $\mathbb{R}$ است بنابراین دامنه تابع $(f+g)(x)$ نیز $\mathbb{R}$ خواهد بود. حال ضابطه $(f+g)(x)$ را حساب می‌کنیم:

$$(f+g)(x)=(|x|-x)+(۲x+|x|)=x+۲|x| = \begin{cases} ۳x & x \geq ۰ \\ -x & x<۰ \end{cases}$$



(نصیری) (پایه یازدهم ـ تابع ـ اعمال تابع) (متوسط)

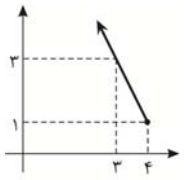
۸- گزینه «۴» ـ ابتدا دامنه $(gof)(x)$ را حساب می‌کنیم.

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \le ۴ \mid \sqrt{۴-x} \in \mathbb{R}\} = (-\infty, ۴]$$

حال ضابطه gof را حساب می‌کنیم.

$$(gof)(x) = g(f(x)) = ۲(۴-x)+۱ = ۹-۲x$$

بنابراین باید خط $y = ۹-۲x$ را با شرط $x \le ۴$ رسم کنیم.



x	۴	۳
y	۱	۳

بنابراین $R_{gof} = [۱, +\infty)$ (نصیری) (پایه دهم ـ تابع ـ ترکیب توابع) (دشوار)

۹- گزینه «۲» ـ

$$f(x) \longrightarrow f(x-۱) \longrightarrow -f(x-۱)$$

$$g(x) = -f(x-۱) = -((x-۱)^۲ - (x-۱) - ۱) = -(x^۲ - ۲x + ۱ - x + ۱ - ۱) \Rightarrow g(x) = -x^۲ + ۳x - ۱$$

$$\max(g(x)) = \frac{-\Delta}{۴a} = \frac{-(۹-۴)}{۴(-۱)} = \frac{۵}{۴} = ۱/۲۵$$

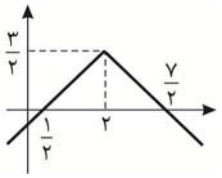
(نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ تبدیل نمودار) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» ـ فرآیند تبدیل تابع به صورت زیر است.

$$f(x) \longrightarrow -f(x) \Rightarrow -f(x) + \frac{۳}{۲}$$

$$g(x) = -f(x) + \frac{۳}{۲} = \frac{۳}{۲} - |x-۲|$$

$$g(x) = ۰ \Rightarrow |x-۲| = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \begin{cases} x-۲ = \frac{۳}{۲} \Rightarrow x = \frac{۷}{۲} \\ x-۲ = -\frac{۳}{۲} \Rightarrow x = \frac{۱}{۲} \end{cases}$$



مساحت مثلث محدود به این تابع و محور xها برابر است با:

$$S = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times \frac{۳}{۲} = \frac{۹}{۴} = ۲/۲۵$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ تبدیل نمودار) (متوسط)

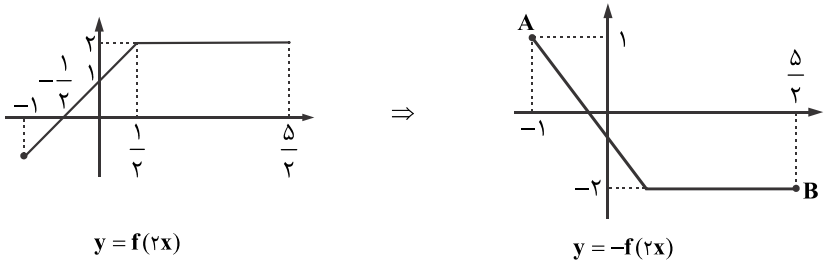
۱۱- گزینه «۱» ـ چون A روی g قرار دارد بنابراین:

$$g(۳) = -۱ \Rightarrow f(۵) = -۱$$

$$h(۵) = f(۵) + ۱ = -۱ + ۱ = ۰ \Rightarrow (۵, ۰) \in h$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ تبدیل نمودار) (آسان)

۱۲- گزینه «۲»ـ



$y = f(۲x)$ $\qquad$ $y = -f(۲x)$

معادله خطی را می‌نویسیم که از دو نقطه $A(-۱, ۱)$ و $B(\frac{۵}{۲}, -۲)$ عبور کند.

$$y-۱ = \frac{۱+۲}{-۱-\frac{۵}{۲}}(x+۱) \Rightarrow y-۱ = \frac{-۶}{۷}(x+۱) \Rightarrow ۷y-۷ = -۶x-۶ \Rightarrow ۶x+۷y = ۱$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ تبدیل نمودار) (متوسط)

۱۳- گزینه «۴» ـ ریشه زیر رادیکال ۴ است.

$$b-x=0 \xrightarrow{x=4} b-4=0 \Rightarrow b=4$$
$$f(4)=1 \Rightarrow a=1 \Rightarrow f(x)=1+\sqrt{4-x}$$
$$f(0)=1+\sqrt{4}=3$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ تبدیل تابع) (آسان)

۱۴- گزینه «۱» ـ برد تابع $f(x)$ سه برابر شده است تا برد تابع $(2k-1)f(x-1)$ بدست آید پس:

$$2k-1=3 \Rightarrow k=2$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ تبدیل تابع) (آسان)

۱۵- گزینه «۳» ـ قرینه تابع $f(x)$ نسبت به مبدأ مختصات تابع $-f(-x)$ است.

$$g(x)=-f(-x)=-(x^2-bx+c)=-x^2+bx-c \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ c=-8 \end{cases} \Rightarrow \frac{c-8a+b}{2b}=\frac{1}{2}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ تبدیل نمودار) (متوسط)

۱۶- گزینه «۱» ـ تابع $f(x-1)$ دو صفر ۴ و ۱- دارد. پس:

$$\begin{cases} f(4-1)=0 \Rightarrow f(3)=0 \\ f(-1-1)=0 \Rightarrow f(-2)=0 \end{cases}$$

بنابراین تابع $f(x)$ محور xها را در ۳ و ۲- قطع می‌کند.

پس تابع $f(2x)$ محور xها را در $\frac{3}{2}$ و ۱- قطع می‌کند.

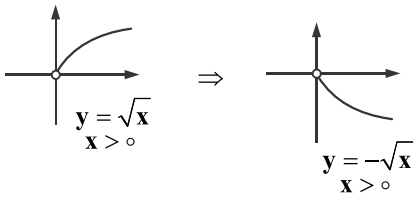
$$a+b=\frac{3}{2}-1=\frac{1}{2}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ تبدیل نمودار) (متوسط)

۱۷- گزینه «۲» ـ دامنه تابع $2f(x+1)$ برابر $(3,0)$ و برد آن $[6,4)$ خواهد بود. (نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ تبدیل تابع) (آسان)

۱۸- گزینه «۲» ـ دامنه این تابع $x>0$ است.

$$x>0 \Rightarrow y=-\sqrt{x}$$



(نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ تبدیل نمودار) (متوسط)

۱۹- گزینه «۲» ـ

$$D_{f(x)}=[-2,1] \Rightarrow D_{f(-x)}=[-1,2]$$
$$D_{f(x)+f(-x)}=D_{f(x)} \cap D_{f(-x)}=[-1,1]$$

ضابطه تابع $f(x)$ در بازه $[-1,1]$ به صورت $f(x)=-2x$ است.

$$y=f(x)+f(-x)=-2x+2x=0$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ تبدیل نمودار) (دشوار)

۲۰- گزینه «۱» ـ ضابطه $f(x)$ به صورت $f(x)=a(x+1)(x-5)$ فرض می‌کنیم.

$$f(0)=1 \Rightarrow -5a=1 \Rightarrow a=-\frac{1}{5} \Rightarrow f(x)=-\frac{1}{5}(x+1)(x-5)$$

راس سهمی $f(x)$ به صورت $(2,\frac{9}{5})$ خواهد بود.

فرایند ساخت g از روی f به صورت زیر است.

$$f(x) \longrightarrow f(2x) \longrightarrow 2f(2x) \longrightarrow -2f(2x) \longrightarrow 1-2f(2x)$$
$$(2,\frac{9}{5}) \longrightarrow (1,\frac{9}{5}) \longrightarrow (1,\frac{18}{5}) \longrightarrow (1,\frac{-18}{5}) \longrightarrow (1,-\frac{13}{5})$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ تبدیل نمودار) (دشوار)

هندسه

۲۱- گزینه «۳» ـ

$$AB=\begin{bmatrix}a & ۳\\ a & ۲\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}b & -۳\\ -۱ & ۲a\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}ab-۳ & ۳a\\ ab-۲ & a\end{bmatrix}$$

$$BA=\begin{bmatrix}b & -۳\\ -۱ & ۲a\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a & ۳\\ a & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}ab-۳a & ۳b-۶\\ ۲a^{۲}-a & ۴a-۳\end{bmatrix}$$

$$AB=BA\Rightarrow\begin{cases}ab-۳=ab-۳a\\ ۳a=۳b-۶\\ ab-۲=۲a^{۲}-a\\ ۴a-۳=a\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=۱\\ b=۳\end{cases}\Rightarrow ab=۳$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ ماتریس ـ اعمال ماتریس) (متوسط)

۲۲- گزینه «۲» ـ

$$\begin{bmatrix}۱ & -۲ & ۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-۱ & ۲ & ۳\\ ۲ & ۱ & -۱\\ ۱ & ۰ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x^{۲}\\ ۱\\ ۲x\end{bmatrix}=۰\Rightarrow\begin{bmatrix}-۲ & ۰ & ۸\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x^{۲}\\ ۱\\ ۲x\end{bmatrix}=۰\Rightarrow -۲x^{۲}+۱۶x=۰\xrightarrow{x\neq ۰}x=۸$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ ماتریس ـ اعمال ماتریس) (متوسط)

۲۳- گزینه «۱» ـ

$$A^{۲}=\begin{bmatrix}-۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}=I\Rightarrow A^{۱۴۰۲}=I$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ ماتریس ـ اعمال ماتریس) (آسان)

۲۴- گزینه «۴» ـ

$$A^{۲}=\begin{bmatrix}۴ & -۲\\ ۶ & -۴\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۴ & -۲\\ ۶ & -۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۴ & ۰\\ ۰ & ۴\end{bmatrix}=۴I$$

$$A^{۵}=A^{۲}A^{۲}A=(۴I)(۴I)A=۱۶A=\begin{bmatrix}۶۴ & -۳۲\\ ۹۶ & -۶۴\end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌ها برابر ۶۴ است. (نصیری) (پایه دوازدهم ـ ماتریس ـ اعمال ماتریس) (متوسط)

۲۵- گزینه «۱» ـ

$$A^{۲}=\begin{bmatrix}۱ & -۲\\ x+۱ & ۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & -۲\\ x+۱ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۲x-۱ & -۶\\ ۳x+۳ & -۲x+۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a & x\\ b & c\end{bmatrix}\Rightarrow x=-۶\Rightarrow\begin{cases}a=۱۱\\ b=-۱۵\\ c=۱۴\end{cases}\Rightarrow a+b+c=۱۰$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ ماتریس ـ اعمال ماتریس) (متوسط)

۲۶- گزینه «۴» ـ

$$\begin{cases}۷b_{۱}-۲b_{۲}=b_{۱}\\ ۲b_{۱}+xb_{۲}=b_{۲}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}۶b_{۱}=۲b_{۲}\\ ۲b_{۱}=(۱-x)b_{۲}\end{cases}\xrightarrow{\div}\frac{۶}{۲}=\frac{۲}{۱-x}\Rightarrow ۳=\frac{۲}{۱-x}\Rightarrow ۳-۳x=۲\Rightarrow x=\frac{۱}{۳}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ ماتریس ـ اعمال ماتریس) (متوسط)

۲۷- گزینه «۴» ـ

$$A=\begin{bmatrix}۰ & ۰ & ۱\\ ۰ & ۱ & ۰\\ ۱ & ۰ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۷ & ۶ & ۴\\ ۳ & ۲ & ۴\\ ۶ & ۱ & ۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۰ & ۰ & ۱\\ ۱ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۶ & ۱ & ۳\\ ۳ & ۲ & ۴\\ ۱۳ & ۷ & ۷\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۰ & ۰ & ۱\\ ۱ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۹\\ ۲ & ۰ & ۷\\ ۷ & ۰ & ۲۰\end{bmatrix}$$

مجموع عناصر ماتریس A برابر ۴۶ است. (نصیری) (پایه دوازدهم ـ ماتریس ـ اعمال ماتریس) (متوسط)

۲۸- گزینه «۱» ـ

$$\begin{bmatrix}x & ۲ & ۴\\ ۲ & -۳ & ۱\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۲ & -۲\\ -۱ & ۰\\ y & ۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲x-۲+۴y & -۲x+۱۶\\ y+۷ & ۰\end{bmatrix}$$

برای آن که این ماتریس قطری باشد باید:

$$\begin{cases}y+۷=۰\Rightarrow y=-۷\\ -۲x+۱۶=۰\Rightarrow x=۸\end{cases}\Rightarrow x+y=۱$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ ماتریس ـ اعمال ماتریس) (آسان)

۲۹- گزینه «۳» ـ الف) جمله «همه اعداد صحیح مثبت‌اند» نادرست است زیرا مثال نقض (مثلاً ۲-) دارد.

ب) مجموع زوایای داخلی هر چهار ضلعی محدب ۳۶۰° است.

پ) به ازای $n = ۴۱$ عبارت $n^۲ + n + ۴۱$ عددی مرکب است. زیرا:

$$۴۱^۲ + ۴۱ + ۴۱ = ۴۱^۲ + ۲ \times ۴۱ = ۴۱ \times ۴۳$$

(نصیری) (پایه دهم ـ استدلال ـ مثال نقض) (متوسط)

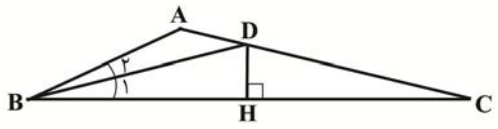
۳۰- گزینه «۲» ـ

$$(n-۲) \times ۱۸۰ = ۱۸۰۰ \Rightarrow n - ۲ = ۱۰ \Rightarrow n = ۱۲$$

(نصیری) (پایه دهم ـ استدلال ـ مثال نقض) (آسان)

۳۱- گزینه «۳» ـ با معلوم بودن قطرهای متوازی الاضلاع بی‌شمار متوازی الاضلاع می‌توان رسم کرد. اما با معلوم بودن قطر مربع یا قطرهای لوزی فقط یک شکل می‌توان رسم کرد. (نصیری) (پایه دهم ـ ترسیم‌های هندسی) (متوسط)

۳۲- گزینه «۲» ـ



$(BD$ نیم‌ساز$) \Rightarrow \hat{B}_۱ = \hat{B}_۲$

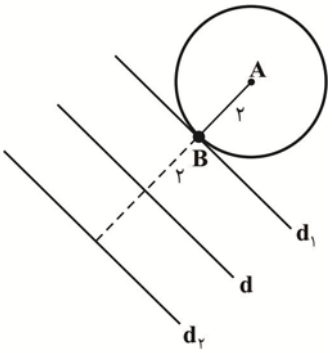
$(DH$ عمودمنصف$) \Rightarrow BD = DC \Rightarrow \hat{B}_۱ = \hat{C}$

از روابط بالا نتیجه می‌گیریم که $\hat{B}_۱ = \hat{B}_۲ = \hat{C}$. در مثلث ABC داریم:

$$\hat{B}_۱ + \hat{B}_۲ + \hat{C} + \hat{A} = ۱۸۰^\circ \xrightarrow{\hat{B}_۱ = \hat{B}_۲ = \hat{C}} ۳\hat{C} + \hat{A} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A} = ۱۸۰^\circ - ۳\hat{C}$$

(نصیری) (پایه دهم ـ ترسیم‌های هندسی) (متوسط)

۳۳- گزینه «۲» ـ مکان هندسی نقاطی که از نقطه A به فاصله ۲ سانتی‌متر باشند دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۲ است و همچنین مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله ۲ سانتی‌متر باشد دو خط $d_۱$ و $d_۲$ موازی با d و به فاصله ۲ سانتی‌متر از آن است. مکان‌های مشترک نقطه B خواهد بود.



(نصیری) (پایه دهم ـ ترسیم‌های هندسی) (متوسط)

۳۴- گزینه «۴» ـ بی‌شمار مستطیل وجود دارد که قطرهای آن ۴ باشد. (نصیری) (پایه دهم ـ ترسیم‌های هندسی) (آسان)

ریاضیات گسسته

۳۵- گزینه «۲» ـ گزاره «الف» درست است. اثبات در کتاب درسی آمده است.

گزاره «ب» درست است. اثبات در کتاب درسی آمده است.

گزاره «پ» نادرست است. مثال نقض $n = ۴$ است.

گزاره «ت» نادرست است. مثال نقض $x = ۱۶$ و $y = ۹$ است.

(ابراهیم‌پور) (پایه دوازدهم ـ استدلال ریاضی ـ اثبات مستقیم و مثال نقض) (آسان)

۳۶- گزینه «۳» ـ اگر $a = b$ باشد می‌توان طرفین را به توان ۳ رساند و اگر $a^۳ = b^۳$ می‌توان از طرفین ریشه سوم گرفت. پس گزینه «۳» درست است و سایر گزینه‌ها با مثال نقض رد می‌شوند. (ابراهیم‌پور) (پایه دوازدهم ـ استدلال ریاضی ـ گزاره‌های هم‌ارز) (آسان)

۳۷- گزینه «۲» ـ گزاره «الف» نادرست است.

گزاره «ب» درست است و به طور مستقیم اثبات می‌شود.

گزاره «پ» درست است و به روش برهان خلف اثبات می‌شود. (ابراهیم‌پور) (پایه دوازدهم ـ استدلال ریاضی ـ برهان خلف) (آسان)

۳۸- گزینه «۴» ـ هم‌ارزی بیان شده اثبات به روش در نظر گرفتن همه حالتهای ممکن است.

(ابراهیم‌پور) (پایه دوازدهم ـ استدلال ریاضی ـ گزاره‌های هم‌ارزی) (آسان)

۳۹- گزینه «۴» ـ بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اول است و باقی مانده تقسیم بر ۸ برابر ۳ است.

گزینه «۲»: $۷ \times ۱۳ = ۹۱$ پس اول نیست.

گزینه «۳»: اول است و باقی مانده تقسیم بر ۸ برابر ۳ است.

گزینه «۴»: ۵۳ اول است ولی باقیمانده تقسیم آن بر ۸ برابر ۳ نیست. (مثال نقض)

(ابراهیم‌پور) (پایه دوازدهم ـ استدلال ریاضی ـ مثال نقض) (آسان)

۴۰- گزینه «۲» - عبارت $n^۲ + n + ۹۷$ به ازای $n = ۹۷$ اول نیست زیرا:

$$n = ۹۷ \Rightarrow ۹۷^۲ + ۹۷ + ۹۷ = ۹۷(۹۷ + ۱ + ۱) = ۹۷ \times ۹۹$$

یعنی $n^۲ + n + ۹۷$ بر ۹۷ بخش‌پذیر است. پس اول نیست.

عبارت $n^۲ + n + ۹۷$ به ازای $n = ۷۱$ و $n = ۱۰۱$ اول است. (ابراهیم‌پور) (پایه دوازدهم ـ استدلال ریاضی ـ مثال نقض) (متوسط)

۴۱- گزینه «۴» ـ بررسی گزینه‌ها:

$$۱) x^۲ + xy + y^۲ \geq ۰ \Leftrightarrow (x + \frac{y}{۲})^۲ + \frac{۳y^۲}{۴} \geq ۰$$

$$۲) x^۲ + xy + y^۲ \geq ۰ \Leftrightarrow ۲x^۲ + ۲y^۲ + ۲xy \geq ۰ \Leftrightarrow x^۲ + y^۲ + ۲xy + x^۲ + y^۲ \geq ۰ \Leftrightarrow (x+y)^۲ + x^۲ + y^۲ \geq ۰$$

$$۳) x^۲ + y^۲ + xy \geq ۰ \Leftrightarrow (\frac{x}{۲} + y)^۲ + \frac{۳x^۲}{۴} \geq ۰$$

بنابراین گزینه «۴» هم‌ارز حکم نیست. (ابراهیم‌پور) (پایه دوازدهم ـ استدلال ریاضی ـ بازگشتی) (متوسط)

۴۲- گزینه «۳» ـ بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱» و «۲» تمرین کتاب درسی هستند که به روش بازگشتی برای تمام متغیرهای حقیقی درست هستند.

گزینه «۳»، در صورتی که x و y هم‌علامت نباشند، نادرست است.

گزینه «۴»:

$$a^۲ + b^۲ \geq ۲ab \geq \frac{۷}{۴}ab \Rightarrow a^۲ + b^۲ \geq \frac{۷}{۴}ab \Rightarrow \frac{a^۲ + b^۲}{۷} \geq \frac{ab}{۴}$$

(ابراهیم‌پور) (پایه دوازدهم ـ استدلال ریاضی ـ بازگشتی) (متوسط)

۴۳- گزینه «۳» ـ

$$\frac{a+b}{۲} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq ۲\sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b-۲\sqrt{ab} \geq ۰ \Leftrightarrow (\sqrt{a}-\sqrt{b})^۲ \geq ۰$$ گزاره همیشه درست

(ابراهیم‌پور) (پایه دوازدهم ـ استدلال ریاضی ـ بازگشتی) (متوسط)

۴۴- گزینه «۳» ـ می‌دانید که: زوج بودن n و زوج بودن $n^۲$ هم‌ارزند. بنابراین چون $\frac{n^۲(n+۱)^۲}{۴}$ زوج است پس $\frac{n(n+۱)}{۲}$ نیز زوج است.

$$\frac{n(n+۱)}{۲} = ۲K \Rightarrow n(n+۱) = ۴K$$

یعنی $n(n+۱)$ باید مضرب ۴ شود و این زمانی حاصل می‌شود که n به صورت $۴K$ یا $۴K-۱$ باشد. حال باید از بین اعداد ۱ تا ۱۰۰ عددهایی که به فرم $۴K$ یا $۴K-۱$ هستند را شمارش کنیم.

$$۱ \leq ۴K \leq ۱۰۰ \Rightarrow \frac{۱}{۴} \leq K \leq ۲۵ \Rightarrow K \in \{۱, ۲, ۳, \cdots, ۲۵\}$$

$$۱ \leq ۴K-۱ \leq ۱۰۰ \Rightarrow ۲ \leq ۴K \leq ۱۰۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲} \leq K \leq \frac{۱۰۱}{۴} \Rightarrow K \in \{۱, ۲, ۳, \cdots, ۲۵\}$$

تعداد کل $= ۲۵ + ۲۵ = ۵۰$

(ابراهیم‌پور) (پایه دوازدهم ـ استدلال ریاضی ـ روش مستقیم) (دشوار)

۴۵- گزینه «۲» ـ

$$x^۲ + y^۲ + z^۲ = xy + yz + xz \xrightarrow{\times ۲} ۲x^۲ + ۲y^۲ + ۲z^۲ = ۲xy + ۲yz + ۲xz$$

$$\Rightarrow (x^۲ + y^۲ - ۲xy) + (x^۲ + z^۲ - ۲xz) + (y^۲ + z^۲ - ۲yz) = ۰$$

$$(x-y)^۲ + (x-z)^۲ + (y-z)^۲ = ۰ \Rightarrow x = y = z$$

بنابراین سه تایی‌های مرتب به‌صورت $(۱۰, ۱۰, ۱۰), (۹, ۹, ۹), \cdots (-۱۰, -۱۰, -۱۰)$ که تعداد آنها برابر ۲۱ است.

(ابراهیم‌پور) (پایه دوازدهم ـ استدلال ریاضی ـ روش مستقیم) (دشوار)

فیزیک

۴۶- گزینه «۲» ـ عبارت (ب) نادرست است، شیب خط مماس بر سرعت ـ زمان برابر شتاب لحظه‌ای است. عبارت (پ) نادرست است، اگر جهت حرکت عوض شود، مسافت طی شده بیش‌تر از جابه‌جایی است. عبارت (ت) همیشه درست نیست، در حرکت با شتاب‌دار تندی تغییر می‌کند.

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ حرکت) (آسان)

۴۷- گزینه «۱» ـ گام اول: جسم مسافت‌های $l_1 = |-۱۰-۲۰| = ۳۰\,m$ و $l_2 = |۰-۱۰| = ۱۰$ متر و در مجموع $l = ۳۰+۱۰ = ۴۰\,m$ را در جهت منفی محور حرکت کرده است.

گام دوم: بزرگی جابه‌جایی جسم از لحظه صفر تا t' برابر است با:

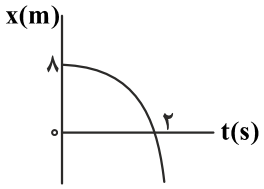
$$|\Delta x| = |۰-۲۰| = ۲۰\,m$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ نمودار مکان ـ زمان) (آسان)

۴۸- گزینه «۴» ـ هر سه متحرک در جهت مثبت محور حرکت کرده‌اند و مسافت و جابه‌جایی یکسان دارند.

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ تندی متوسط) (آسان)

۴۹- گزینه «۴» ـ



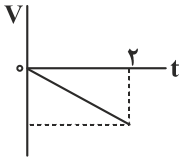
گام اول: معادله حرکت از مرتبه ۲ است و در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان عبور کند، جهت بردار مکان عوض می‌شود. این لحظه را با قرار دادن $x = ۰$ در معادله حساب می‌کنیم:

$$x = -۲t^۲ + ۸ \Rightarrow ۰ = -۲t^۲ + ۸ \Rightarrow t = ۲\,s$$

گام دوم: با توجه به نمودار $x-t$ چون متحرک همواره در جهت منفی محور حرکت می‌کند، مسافت و جابه‌جایی متحرک یکسان است و تندی متوسط آن را حساب می‌کنیم:

$$S_{av} = \frac{|۰-۸|}{۲} = ۴\,\frac{m}{s}$$

روش دوم: چون معادله درجه دو است، حرکت با شتاب ثابت و $a = -۴\,\frac{m}{s^۲}$ و $V_۰ = ۰$ است می‌توان نمودار $V-t$ متحرک را رسم کرد و از رابطه $V = at + V_۰$ سرعت و از رابطه $V_{av} = \frac{V+V_۰}{۲}$ بزرگی سرعت متوسط را (که در این‌جا برابر تندی متوسط است) حساب کرد:



$$V = -۴\times ۲ = -۸$$
$$|V_{av}| = \frac{|۰+(-۸)|}{۲} = ۴\,\frac{m}{s}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ معادله حرکت) (متوسط)

۵۰- گزینه «۳» ـ گام اول: بردار جابه‌جایی را حساب می‌کنیم:

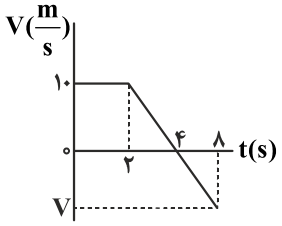
$$\Delta\vec{x} = ۰ - ۱۲\vec{i} = -۱۲\vec{i} \qquad \Delta\vec{y} = ۹\vec{j} - ۰ = ۹\vec{j} \qquad \vec{d} = -۱۲\vec{i} + ۹\vec{j}$$

گام دوم: بردار سرعت متوسط را حساب می‌کنیم:

$$\vec{V}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} \Rightarrow V_{av} = \frac{-۱۲\vec{i} + ۹\vec{j}}{۱/۵}$$
$$\vec{V}_{av} = -۸\vec{i} + ۶\vec{j}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ سرعت متوسط) (متوسط)

۵۱- گزینه «۴» ـ



گام اول: متحرک تا لحظه $t = ۴\,s$ در جهت مثبت و از لحظه $t = ۴\,s$ تا $t = ۸\,s$ (که چهار ثانیه است) در جهت منفی حرکت می‌کند.

گام دوم: با توجه به این‌که شیب نمودار در بازه $t = ۲\,s$ تا $t = ۸\,s$ ثابت است، سرعت متحرک را در لحظه $t = ۸\,s$ حساب می‌کنیم:

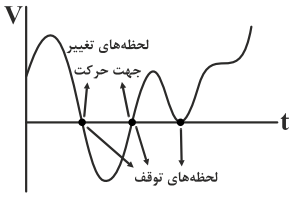
$$\text{شیب نمودار} = \frac{۱۰}{۴-۲} = \frac{|V|}{۸-۴} \Rightarrow |V| = ۲۰\,\frac{m}{s} \Rightarrow V = -۲۰\,\frac{m}{s}$$

گام سوم: از رابطه شتاب متوسط یعنی $a_{av} = \frac{V_۲ - V_۱}{\Delta t}$ استفاده می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{-۲۰-۱۰}{۸-۰} = \frac{-۳۰}{۸} = -\frac{۱۵}{۴}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ــ فصل اول ــ شتاب متوسط) (متوسط)

۵۲- گزینه «۲» ــ در نمودار سرعت ــ زمان روی خط راست در لحظه‌هایی که $V = ۰$ شود، متحرک متوقف شده است و در لحظه‌هایی که نمودار محور زمان را قطع کند، جهت حرکت عوض شده است.



(افاضل) (پایه دوازدهم ــ فصل اول ــ نمودار سرعت ــ زمان) (آسان)

۵۳- گزینه «۱» ــ حرکت هر دو متحرک با سرعت ثابت انجام می‌شود و می‌توان شیب نمودار هریک را حساب کرد و نسبت آن‌ها را به‌دست آورد:

$$V_A = \frac{۲۰-(-۱۰)}{\Delta t} = \frac{۳۰}{\Delta t},\ V_B = \frac{۸-(-۶)}{\Delta t} = \frac{۱۴}{\Delta t}$$

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{\frac{۳۰}{\Delta t}}{\frac{۱۴}{\Delta t}} = \frac{۱۵}{۷}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ــ فصل اول ــ سرعت ثابت) (آسان)

۵۴- گزینه «۳» ــ گام اول: سرعت نسبی دو متحرک را حساب می‌کنیم، چون دو متحرک به طرف یکدیگر حرکت می‌کنند و جهت سرعت‌های آن‌ها مخالف یکدیگر است. می‌توان نوشت:

$$V_{\text{نسبی}} = V_A + V_B$$

$$V_{\text{نسبی}} = \frac{۳۶}{۳/۶} + ۱۵ = ۲۵\,\frac{m}{s}$$

گام دوم: در دو حالت فاصله متحرک‌ها کم‌تر از ۵۰ است، یک حالت در هنگام نزدیک شدن به یکدیگر و حالت دیگر هنگام دور شدن از یکدیگر، پس می‌توان نوشت:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = V_{\text{نسبی}}\,\Delta t \Rightarrow ۵۰ = ۲۵ \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = ۲\,s \quad \text{هنگام نزدیک شدن}$$

گام سوم: در کل مدت زمان $\Delta t' = ۲ \times ۲ = ۴\,s$ فاصله دو متحرک کم‌تر از ۵۰ متر است. (افاضل) (پایه دوازدهم ــ فصل اول ــ سرعت ثابت) (متوسط)

۵۵- گزینه «۴» ــ گام اول: می‌دانیم اگر در بازه Δt سرعت متوسط صفر شود، در بازه $\frac{\Delta t}{۲}$ متحرک متوقف می‌شود، پس می‌توان نتیجه گرفت متحرک در مدت $\frac{۶}{۲} = ۳\,s$ حرکت کندشونده داشته است و جابه‌جایی Δx را پیموده است.

گام دوم: از رابطه جابه‌جایی ــ زمان برحسب سرعت نهایی یعنی $\Delta x = -\frac{۱}{۲}at^۲ + Vt$ استفاده می‌کنیم و Δx را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = -\frac{۱}{۲} \times -۲ \times ۳^۲ + ۰ \times t = ۹\,m$$

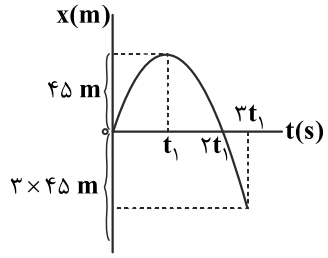
توجه کنید که شتاب مخالف جهت حرکت است.

گام سوم: کل مسافت در مدت ۶ s، دو برابر Δx است:

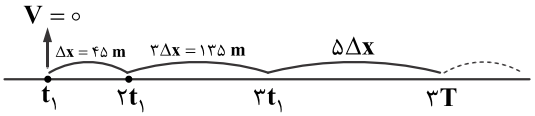
$$l = ۲\Delta x = ۲ \times ۹ = ۱۸\,m$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ــ فصل اول ــ حرکت با شتاب ثابت) (متوسط)

۵۶- گزینه «۳» ـ گام اول: در لحظه t_1 سرعت متحرک صفر است و چون حرکت با شتاب ثابت است و نمودار به شکل سهمی است، می‌توان دریافت در لحظه $2t_1$ نمودار محور t را قطع می‌کند.

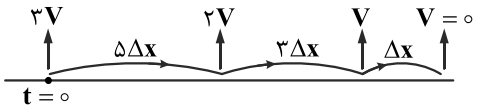


گام دوم: لحظه t_1 که سرعت صفر است را مبدأ زمان در نظر می‌گیریم، با استفاده از خاصیت تصاعد حسابی جابه‌جایی‌ها در بازه‌های زمانی یکسان می‌توان دریافت از لحظه $2t_1$ تا $3t_1$ متحرک $3\times 45 = 135$ متر را طی کرده است.



(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ شتاب ثابت) (متوسط)

۵۷- گزینه «۴» ـ با توجه به خاصیت دنباله حسابی برای حرکت با شتاب ثابت و استفاده از شکل زیر می‌توان نوشت:



$$\Delta x_{کل} = 5\Delta x + 3\Delta x + \Delta x = 9\Delta x \xrightarrow{5\Delta x=25 \Rightarrow \Delta x=5\,m} \Delta x_{کل} = 9\times 5 = 45\,m$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ شتاب ثابت) (متوسط)

۵۸- گزینه «۱» ـ چون سرعت برحسب زمان درجه اول است، شتاب متحرک ثابت است و می‌توان با محاسبه سرعت در لحظه‌های $t_1 = 1/5\,s$ و $t_2 = 4/5\,s$ از رابطه $V_{av} = \frac{V_1 + V_2}{2}$ سرعت متوسط را حساب کنیم:

$$V_1 = -4\times 1/5 + 12 = 6\,\frac{m}{s},\ V_2 = -4\times 4/5 + 12 = -6$$

$$V_{av} = \frac{6 + (-6)}{2} = 0$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ شتاب ثابت) (متوسط)

۵۹- گزینه «۲» ـ از رابطه مستقل از زمان استفاده می‌کنیم، دقت کنید که حرکت کندشونده است.

$$V_1 = 20\,\frac{m}{s},\ V_2 = \frac{20}{2} = 10\,\frac{m}{s},\ a = -2\,\frac{m}{s^2}$$

$$V_2^2 - V_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{10^2 - 20^2}{-2\times 2} = 75\,m$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ شتاب ثابت) (آسان)

۶۰- گزینه «۳» ـ گام اول: حرکت اتومبیل سه مرحله دارد:

۱) شتاب ثابت و تندشونده:

$$\Delta x_1 = 25\,m$$

۲) سرعت ثابت:

$$\Delta x_2 = V\Delta t = 10\times 60 = 600\,m$$

۳) شتاب ثابت و کندشونده:

$$\Delta x = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2a} = \frac{-10^2}{-4\times 2} = 12/5\,m$$

گام دوم: مسافت کل برابر مجموع این جابه‌جایی‌هاست، زیرا جهت حرکت اتومبیل ثابت است:

$$l = 25 + 600 + 12/5 = 637/5\,m$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ شتاب ثابت) (متوسط)

۶۱- گزینه «۱» ـ روش اول:

گام اول: شتاب هر دو متحرک ثابت است و با استفاده از شیب نمودارها، شتاب هریک را حساب می‌کنیم:

$$a_A = \frac{0-(-10)}{4-0} = 2/5\,\frac{m}{s^2},\ a_B = \frac{0-8}{8-0} = -1\,\frac{m}{s^2}$$

گام دوم: معادله سرعت ـ زمان هریک را می‌نویسیم:

$$V_A = 2/5t - 10,\ V_B = -t + 8$$

گام سوم: لحظه‌ای که سرعت متحرک‌ها یکسان می‌شود را حساب می‌کنیم:

$$V_A = V_B \Rightarrow ۲/۵t - ۱۰ = -t + ۸ \Rightarrow t = \frac{۳۶}{۷}s$$

گام چهارم: می‌دانیم برای دو متحرک که همزمان با شتاب ثابت از یک نقطه عبور کنند، لحظه به هم رسیدن آن‌ها، دو برابر لحظه‌ای است که سرعتشان یکسان می‌شود.

$$t' = \frac{۳۶}{۷} \times ۲ = \frac{۷۲}{۷}s$$

روش دوم: با استفاده از حرکت نسبی دو متحرک معادله جابه‌جایی ـ زمان نسبی را می‌نویسیم:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = \frac{۱}{۲}a_{\text{نسبی}}t^۲ + V_{\text{نسبی}}t \xrightarrow[a_{\text{نسبی}}=۲/۵+۱=۳/۵ ,\ V_{\text{نسبی}}=۱۰+۸=۱۸]{\Delta x=۰} -\frac{۱}{۲} \times ۳/۵t^۲ + ۱۸t = ۰ \Rightarrow t = ۰ \text{ و } t_۲ = \frac{۷۲}{۷}s$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ شتاب ثابت) (دشوار)

۶۲- گزینه «۴» ـ مساحت محصور نمودار $a-t$ برابر تغییر سرعت است، پس می‌توان نوشت:

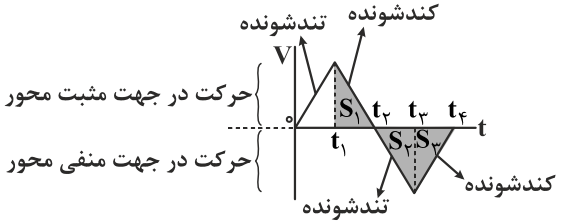
$$\Delta V = -۲ \times ۵ + ۴ \times (۷/۵ - ۵) \xrightarrow{V_۰=۰} V = -۱۰ + ۱۰ = ۰$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ شتاب ثابت) (متوسط)

۶۳- گزینه «۱» ـ یادآوری: می‌دانیم در نمودار سرعت ـ زمان، علامت سرعت بیانگر جهت حرکت است و هرگاه نمودار به محور t نزدیک شود، اندازه سرعت کم می‌شود و حرکت جسم کندشونده است و همچنین مساحت محصور بین نمودار با محور t بیانگر جابه‌جایی متحرک است. اکنون می‌توان دریافت:

الف) در $t_۲$ تا $t_۳$ نمودار از محور t دور می‌شود و $|V|$ زیاد می‌شود، پس حرکت تندشونده است و «الف» نادرست است.

ب) برای بازه $t_۱$ تا $t_۳$ داریم:



$$\begin{matrix} |\Delta x| = |S_۱ - S_۲| \\ l = S_۱ + S_۲ \end{matrix} \Rightarrow l > |\Delta x|$$

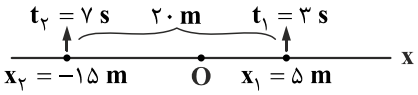
پس (ب) نادرست است.

پ) بیش‌ترین فاصله تا مکان $x_۰$ هنگامی رخ می‌دهد که جهت حرکت عوض شود؛ یعنی در لحظه $t_۲$، پس (پ) نادرست است.

ت) در مدت $t_۲$ تا $t_۴$ جابه‌جایی برابر است با: $\Delta x = -S_۱ + (-S_۲) \neq ۰$، پس (ت) نیز نادرست است.

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ نمودار سرعت ـ زمان) (متوسط)

۶۴- گزینه «۴» ـ گام اول: جسم در بازه زمانی $t_۱ = ۳s$ تا $t_۲ = ۷s$ یعنی $\Delta t = ۴s$ به اندازه ۲۰ متر در خلاف محور حرکت کرده است، پس می‌توان از رابطه $V = \frac{\Delta x}{\Delta t}$، سرعت جسم را حساب کرد:



$$\vec{V} = \frac{-۲۰}{۴} = -۵\frac{m}{s}$$

گام دوم: اکنون از معادله حرکت با سرعت ثابت استفاده می‌کنیم و لحظه $t_۱ = ۳s$ و مکان $x_۱ = ۵m$ را در آن جایگذاری می‌کنیم تا $x_۰$ را به‌دست آوریم:

$$x = Vt + x_۰ \Rightarrow ۵ = -۵ \times ۳ + x_۰ \Rightarrow x_۰ = ۲۰m$$

گام سوم: معادله حرکت را می‌نویسیم:

$$x = -۵t + ۲۰ \ (m)$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ حرکت با سرعت ثابت) (متوسط)

۶۵- گزینه «۲» ـ گام اول: در ۵ ثانیه اول سرعت ـ زمان به‌صورت خطی با شیب ثابت و مثبت است و چون شیب خط $V-t$ برابر شتاب متحرک است، می‌توان نتیجه گرفت شتاب مقداری ثابت و مثبت است و آن را حساب می‌کنیم:

$$a_۱ = \frac{V_۵ - V_۰}{t_۵ - t_۰} = \frac{۱۵ - (-۱۰)}{۵ - ۰} = ۵\frac{m}{s^۲}$$

گام دوم: در بازه $t_۵ = ۵s$ تا $t_۸ = ۸s$ تغییر سرعت صفر است، پس نتیجه می‌گیریم شتاب صفر است. $a_۲ = ۰$

گام سوم: در بازه $t_۸ = ۸s$ تا $t_{۱۲} = ۱۲s$ شتاب جسم را حساب می‌کنیم:

$$a_۳ = \frac{-۱۰ - ۱۵}{۱۲ - ۸} = \frac{-۲۵}{۴} = -۶/۲۵\frac{m}{s^۲}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ نمودار شتاب ـ زمان) (متوسط)

۶۶- گزینه «۱» ـ یادآوری: رابطه شتاب متوسط:

$$a_{av} = \frac{V_۲ - V_۱}{t_۲ - t_۱}$$

نکته: در نمودار مکان ـ زمان، شیب خط مماس بر نمودار بیانگر سرعت متحرک است.

با توجه به این‌که در لحظه‌های $t_۱ = ۵\ s$ و $t_۲ = ۲۰\ s$ شیب خط مماس بر نمودار برابر صفر است، می‌توان نوشت:

$$V_۵ = V_{۲۰} = ۰ \Rightarrow a_{av} = \frac{۰ - ۰}{۲۰ - ۵} = ۰$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ شتاب متوسط) (متوسط)

۶۷- گزینه «۲» ـ ابتدا حساب می‌کنیم هر مثقال چند سیر است:

سیر	مثقال
۶۴۰	۴۰
۱	x

$$\Rightarrow x = \frac{۱}{۱۶}\ \text{سیر} = ۴/۶\ g$$

پس $\frac{۴۰}{۶۴۰}$ سیر برابر $۴/۶\ g$ است. اکنون حساب می‌کنیم $۳۲۰\ g$ چند سیر است.

g	مثقال
$\frac{۱}{۱۶}$	۴/۶
y	۳۲۰

$$\Rightarrow y = \frac{\frac{۱}{۱۶} \times ۳۲۰}{۴/۶} = \frac{۲۰}{۴/۶} = \frac{۱۰۰}{۲۳}\ \text{سیر}$$

(افاضل) (پایه دهم ـ فصل اول ـ تبدیل یکاها) (متوسط)

۶۸- گزینه «۱» ـ

$$۱۰۸۰ \frac{mg}{mL} = ۱۰۸۰ \frac{kg}{m^۳}$$

mg: $\times ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{-۳} = kg$

mL: $\times ۱۰^{-۳} \times L \times ۱۰^{-۳} = m^۳$

(افاضل) (پایه دهم ـ فصل اول ـ تبدیل یکاها) (آسان)

۶۹- گزینه «۳» ـ دقت تندی‌سنج برحسب $\frac{km}{h}$ برابر ۲ و برحسب مایل بر ساعت برابر ۱۰ مایل بر ساعت است.

(افاضل) (پایه دهم ـ فصل اول ـ دقت اندازه‌گیری) (آسان)

۷۰- گزینه «۳» ـ حجم جسم را حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{۲۰۰۰\ g}{۸\ \frac{g}{cm^۳}} = ۲۵۰\ cm^۳$$

چون حجم خالی ظرف برابر $۲۰ \times ۵ = ۱۰۰\ cm^۳$ است، پس مقدار آب بیرون ریخته شده برابر است با:

$$۲۵۰ - ۱۰۰ = ۱۵۰\ cm^۳$$

(افاضل) (پایه دهم ـ فصل اول ـ چگالی) (آسان)

۷۱- گزینه «۳» ـ گام اول: مجموع وزن آب بیرون ریخته با مقداری که نیروسنج بیش‌تر نشان می‌دهد برابر وزن قطعه فلز است.

$$m'_{\text{آب بیرون ریخته}} = \rho V = ۱ \times ۲۰۰ = ۲۰۰\ g \Rightarrow m'g = ۰/۲ \times ۱۰ = ۲\ N$$

$$m_{\text{گلوله}}\, g = ۲ + ۷ = ۹\ N \Rightarrow m_{\text{گلوله}} = \frac{۹}{۱۰}\ kg = ۹۰۰\ g$$

گام دوم: حجم قسمت توپر گلوله را حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{توپر}} = \frac{m_{\text{گلوله}}}{\rho_{\text{گلوله}}} = \frac{۹۰۰}{۶} = ۱۵۰\ cm^۳$$

گام سوم: حجم حفره را حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{توپر}} = ۲۰۰ - ۱۵۰ = ۵۰\ cm^۳$$

(افاضل) (پایه دهم ـ فصل اول ـ چگالی) (دشوار)

۷۲- گزینه «۱» ـ جرم آب را m_1 و جرم الکل را m_2 در نظر می‌گیریم و از رابطه چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1+m_2}{V_1+V_2} \Rightarrow ۱-۰/۱ = \frac{m_1+۰/۸\times۲۰۰۰}{\frac{m_1}{۱}+۲۰۰۰} \Rightarrow m_1 = ۲۰۰۰\,g$$

(افاضل) (پایه دهم ـ فصل اول ـ چگالی مخلوط) (متوسط)

۷۳- گزینه «۲» ـ عبارت‌های (الف) و (ب) درست‌اند. (افاضل) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ نیروی بین مولکولی) (آسان)

۷۴- گزینه «۱» ـ از رابطه فشار جامد یعنی $P = \frac{F}{A}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{P_{\text{کل}}}{P_{\text{یک پایه}}} = \frac{\frac{mg}{۳A}}{\frac{mg}{\frac{۳}{A}}} = ۱$$

(افاضل) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ فشار جامد) (آسان)

۷۵- گزینه «۲» ـ با توجه به رابطه $F = PA$ نیرو متناسب با فشار وارد بر بدن غواص است و از رابطه $P = \rho gh + P_0$ استفاده می‌کنیم و داریم:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{۱۰۰۰\times۱۰\times۱۰+۱۰^۵}{۱۰۰۰\times۱۰\times۵+۱۰^۵} = \frac{۲\times۱۰^۵}{۱/۵\times۱۰^۵} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{۴}{۳}$$

(افاضل) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ فشار مایع) (متوسط)

۷۶- گزینه «۲» ـ اگر سطح آب در شاخه ۴ cm پایین رود در شاخه دیگر نیز ۴ cm بالا می‌رود و اختلاف ارتفاع آب در دو شاخه برابر ۸ cm می‌شود، پس می‌توان نوشت:

$$P_{\text{روغن}} = P_{\text{آب}} \Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \Rightarrow ۰/۸\times h_1 = ۱\times۸ \Rightarrow h_1 = ۱۰\,cm$$

(افاضل) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ لوله‌های U شکل) (متوسط)

۷۷- گزینه «۴» ـ با برابر قرار دادن فشار در تراز افقی وزنه در دو شاخه داریم:

$$P_{\text{گاز}} + \rho gh = \frac{mg}{A} + P_0 \Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = \frac{mg}{A} - \rho gh = \frac{۱\times۱۰}{۵\times۱۰^{-۴}} - ۲۰۰۰\times۱۰\times۰/۱ \Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = ۱۸۰۰۰\,Pa$$

(افاضل) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ فشار پیمانه‌ای) (متوسط)

۷۸- گزینه «۳» ـ گام اول: با توجه به برابر فشار در دو نقطه تماس آب و روغن می‌توان نوشت:

$$P_{\text{ریه}} + \underbrace{\rho_1 g h_1}_{\text{روغن}} = \underbrace{\rho_2 g h_2}_{\text{آب}} + P_0$$

گام دوم: اکنون فشار روغن و آب را برحسب cmHg حساب می‌کنیم:

$$\rho_1 h_1 = \rho'_{\text{جیوه}} h'_1 \Rightarrow h'_1 = \frac{۰/۸\times۱۳/۵}{۱۳/۵} = ۰/۸\,cm$$

$$\rho_2 h_2 = \rho' h'_2 \Rightarrow h'_2 = \frac{۱\times۲۷}{۱۳/۵} = ۲\,cm$$

گام سوم:

$$P_{\text{ریه}} + ۰/۸ = ۲+۷۰ \Rightarrow P_{\text{ریه}} = ۷۱/۲\,cmHg$$

(افاضل) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ لوله‌های U شکل) (دشوار)

۷۹- گزینه «۴» ـ از معادله پیوستگی داریم:

$$A_1V_1 = A_2V_2$$

$$۲۰^۲\times V_1 = ۱۰^۲\times V_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = ۴$$

(افاضل) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ شاره در حرکت) (آسان)

۸۰- گزینه «۱» ـ گام اول: می‌دانیم $۱\,bar = ۱۰^۵\,pa$ است، پس داریم:

$$P = ۲/۷۲\times۱۰^{-۱}\times۱۰^۵ \Rightarrow P = ۲۷۲۰۰\,Pa$$

گام دوم: از رابطه $P_{cmHg} = \frac{P}{۱۳۶۰}$ استفاده می‌کنیم:

$$P = \frac{۲۷۲۰۰}{۱۳۶۰} = ۲۰\,cmHg$$

(افاضل) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ فشار) (آسان)

شیمی

۸۱- گزینه «۱» ـ فقط مورد سوم نادرست است.

بررسی مورد اول (درست):

$$\frac{۲۶}{۱۱۸} \times ۱۰۰ = ۲۲/۰۳٪$$

بررسی مورد سوم (نادرست): گازهای هیدروژن و هلیم تولید شده ... (میرعباسی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ حفظیات) (متوسط)

۸۲- گزینه «۳» ـ

$$Z = \frac{A-(n-p)}{۲} = \frac{۱۱۲-۱۴}{۲} = ۴۹$$

(میرعباسی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ ذرات زیراتمی) (آسان)

۸۳- گزینه «۴» ـ بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: دو ایزوتوپ پایدار داریم.

گزینه «۲»: در $^{۲۴}_{۱۲}Mg$، $p = n = ۱۲$ است، اما پایدارترین است.

گزینه «۳»: از $^{۱۴}_{۶}C$ برای تشخیص سن اشیای قدیمی استفاده می‌شود. (میرعباسی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ ایزوتوپ‌ها) (متوسط)

۸۴- گزینه «۲» ـ عنصر $_{۵۰}M$ در گروه ۱۴ است (۴ خانه قبل از $_{۵۴}Xe$)، پس با عناصر $_{۸۲}B$ (۴ خانه قبل از $_{۸۶}Rn$) و $_{۳۲}X$ (۴ خانه قبل از $_{۳۶}Kr$) هم‌گروه است و از نظر خواص شیمیایی مشابه است. همچنین $_{۵۰}M$ با عناصری در بازه ۳۷ تا ۵۴ هم‌دوره است.

(میرعباسی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ دوره و گروه جدول تناوبی) (دشوار)

۸۵- گزینه «۳» ـ

$$\left[\frac{۱/۵\ mol\ CH_۴}{۱\times۱}\right] = \left[\frac{\text{تعداد } H}{۴\times N_A}\right] \Rightarrow \text{تعداد } H = ۶N_A = \text{تعداد } O \text{ در } NO_۲$$

$$\left[\frac{۶N_A \text{ اکسیژن}}{N_A \times ۲}\right] = \left[\frac{x\ g\ NO_۲}{۱\times۴۶}\right] \Rightarrow x = ۱۳۸\ g\ NO_۲$$

(میرعباسی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ استوکیومتری) (متوسط)

۸۶- گزینه «۴» ـ نور خورشید گستره پیوسته‌ای از بی‌نهایت طول موج از رنگ‌های گوناگون است. (میرعباسی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ حفظیات) (متوسط)

۸۷- گزینه «۱» ـ هر زیرلایه‌ای که مجموع $n+l$ آن کوچک‌تر باشد و در صورت برابر بودن $n+l$، هر زیرلایه‌ای که n کوچک‌تری داشته باشد، زودتر پر می‌شود. با این تفاسیر:

گزینه «۱»:

$$n = ۴, ۴d \Rightarrow ۴+۲ = ۶$$

گزینه «۲»:

$$n = ۶, ۶s \Rightarrow ۶+۰ = ۶$$

گزینه «۳»:

$$n = ۵, ۵p \Rightarrow ۵+۱ = ۶$$

گزینه «۴»:

$$n = ۴, ۴f \Rightarrow ۴+۳ = ۷$$

(میرعباسی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ اعداد کوانتومی) (آسان)

۸۸- گزینه «۳» ـ بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: تفاوت سطح انرژی یکسان در دو عنصر متفاوت، قطعاً متفاوت است.

گزینه «۲»: با نور رسیده از یک ستاره، دمای آن ستاره هم مشخص می‌شود.

گزینه «۳»: رنگ شعله بیش‌تر وابسته به نوع فلز است.

گزینه «۴»: هرچه انرژی پرتو بیش‌تر باشد، انحراف آن هم از منشور بیش‌تر است، پس به جای رنگ قرمز باید رنگ بنفش ذکر می‌شد.

(میرعباسی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ حفظیات) (دشوار)

۸۹- گزینه «۴» ـ

$n+l=3 \Rightarrow 2p / 3s$

$n+l=5 \Rightarrow 3d / 4p / 5s$

اگر $2p$ و $3s$ از الکترون پر باشد که باید باشد تا $3d$، $4p$ و $5s$ هم الکترون بگیرید، بنابراین:

$3s^2 3p^6 \Rightarrow 8e$

پس باید $n+l=5$ دارای $16e$ باشد؛ یعنی:

$3d^{10} 4p^6$

پس:

$[_{36}Kr] : 1s^2 2s^2 \underbrace{2p^6 3s^2} 3p^6 4s^2 \underbrace{3d^{10} 4p^6}$

(میرعباسی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ اعداد کوانتومی، آرایش الکترونی) (دشوار)

۹۰- گزینه «۳» ـ

گزینه «۱»: $\left.\begin{matrix}\frac{3}{2} \Leftarrow Mg_3P_2 \\ \frac{1}{2} \Leftarrow Li_2O\end{matrix}\right\}$ گزینه «۲»: $\left.\begin{matrix}\frac{1}{1} \Leftarrow NaCl \\ \frac{2}{3} \Leftarrow Mg_3N_2\end{matrix}\right\}$

گزینه «۳»: $\left.\begin{matrix}\frac{1}{1} \Leftarrow CaO \\ \frac{1}{1} \Leftarrow MgS\end{matrix}\right\}$ گزینه «۴»: $\left.\begin{matrix}\frac{3}{1} \Leftarrow k_3N \\ \frac{3}{2} \Leftarrow Al_2O_3\end{matrix}\right\}$

(میرعباسی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ نام‌گذاری ترکیبات یونی) (آسان)

۹۱- گزینه «۴» ـ عنصر ما می‌تواند:

$_{30}Zn : [_{18}Ar]3d^{10} 4s^2$ یا $_{29}Cu : [_{18}Ar]3d^{10} 4s^1$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: $_{16}S \Leftarrow 6e$ ظرفیتی دارد و $_{30}Zn$ هم $12e$ ظرفیتی دارد.

گزینه «۲»: اگر عنصر ما $_{29}Cu$ فرض شود، درست است.

گزینه «۳»: اگر عنصر ما $_{30}Zn$ فرض شود با $_{37}Rb$، ۷ واحد فاصله دارد.

گزینه «۴»: اگر گروه ۱۲ فرض شود، یعنی $_{30}Zn$ است، پس یون پایدار آن Zn^{2+} است.

(میرعباسی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ آرایش یونی و گروه و دوره) (دشوار)

۹۲- گزینه «۳» ـ فقط P و He یک جفت الکترون دارند.

$\cdot\ddot{P}\cdot / :\ddot{Cl}\cdot / :\ddot{S}\cdot / \cdot\dot{B}e / \cdot\dot{C}\cdot / \ddot{H}e$

(میرعباسی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ ساختار الکترون ـ نقطه‌ای) (آسان)

۹۳- گزینه «۴» ـ ساده‌ترین و مؤثرترین راه ... (نه دشوارترین). (میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ حفظیات) (آسان)

۹۴- گزینه «۳» ـ دو مورد آخر نادرست است:

مورد ۳: ذرات کلوییدی از سوسپانسیون کوچک‌تر است.

مورد ۴: محلول‌ها پخش نور ندارند. (میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ مخلوط‌ها) (متوسط)

۹۵- گزینه «۲» ـ بررسی موارد نادرست:

گزینه «۱»: عسل ماده خالص نیست.

گزینه «۳»: فرمول مولکولی روغن زیتون $C_{57}H_{104}O_6$ است.

گزینه «۴»: اوره گروه $-OH$ ندارد. (میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ انحلال مواد) (متوسط)

۹۶- گزینه «۳» ـ فرمول عمومی استر سه عاملی:

$C_nH_{2n-4}O_6$ یا C_3H_5 $\underbrace{[C_nH_{2n+1}COO]_3}$ با اضـافه کـردن H به اسید چـرب می رسـیم.

پس:

$$57-3=54 \Rightarrow 54\div 3=18$$

$$C_{18}H_{36}O_2 \Rightarrow \frac{C}{H}=\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$$

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ استر سه عاملی) (متوسط)

۹۷- گزینه «۱» ـ فرمول مولکولی هگزان (C_6H_{14}) و اتیلن گلیکول ($C_2H_6O_2$) است و این دو ترکیب به‌ترتیب دارای ۲۰ و ۱۰ اتم می‌باشند، بنابراین شمار مول‌های هگزان $\frac{10}{20}$ یا $\frac{1}{2}$ شمار مول‌های اتیلن گلیکول است.

جرم مولی هگزان: $C_6H_{14}=6(12)+14(1)=86$

جرم مولی اتیلن گلیکول: $C_2H_6O_2=2(12)+6(1)+2(16)=62$

$$\frac{\text{جرم هگزان}}{\text{جرم اتیلن گلیکول}}=\frac{1}{2}\times\frac{\text{جرم مولی هگزان}}{\text{جرم مولی اتیلن گلیکول}}=\frac{1}{2}\times\frac{86}{62}\simeq 0/7$$

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ استوکیومتری و انحلال مواد) (دشوار)

۹۸- گزینه «۲» ـ سر ناقطبی مولکول‌های صابون به سمت درون قطره چربی است. (میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ صابون‌ها) (آسان)

۹۹- گزینه «۴» ـ گاز H_2 تولیدی، با ایجاد فشار مکانیکی، باعث افزایش قدرت پاک‌کنندگی مخلوط می‌شود.

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ پاک‌کننده خورنده) (متوسط)

۱۰۰- گزینه «۴» ـ

گزینه «۱»: گروه سولفونات ($-SO_3^-$) است.

گزینه «۲»: چربی مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلند زنجیر می‌باشد.

گزینه «۳»: نمک سدیم اسید چرب، صابون جامد است. (میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ پاک‌کننده‌ها) (آسان)

۱۰۱- گزینه «۳» ـ

مورد اول: صابون جامد نه مایع!!

مورد سوم: پاک‌کننده‌های صابونی در آب سخت خاصیت پاک‌کنندگی خود را از دست می‌دهند.

مورد چهارم: آب دریا و مناطق کویری، مقادیری چشمگیری از یون‌های کلسیم و منیزیم دارند.

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ پاک‌کننده‌ها) (آسان)

۱۰۲- گزینه «۳» ـ بخش ناقطبی مولکول یک اسید چرب بر بخش قطبی آن غلبه دارد. (میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ حفظیات (تلفیقی)) (متوسط)

۱۰۳- گزینه «۳» ـ

جرم مولی صابون = ۳۰۶

$$\left[\frac{26/7\ kg}{890}\right]=\left[\frac{x\ kg\ \text{صـــابون}\times 60}{3\times 306\times 100}\right] \Rightarrow x=45/9\simeq 46$$

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ مسائل صابون) (متوسط)

۱۰۴- گزینه «۴» ـ فقط مورد (الف) نادرست است.

الف) شیب نمودار مناطق کم برخوردار بیش‌تر است.

ب) افزودن نمک‌های دارای PO_4^{3-} به آب سخت باعث تشکیل رسوب‌هایی که ترکیب یونی هستند می‌شوند.

$(Mg_3(PO_4)_2(s)\ ,\ Ca_3(PO_4)_2(s))$

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ حفظیات) (متوسط)

۱۰۵- گزینه «۳» ـ فرمول عمومی پاک‌کننده‌های غیرصابونی:

$$C_m\underbrace{H_{2m-7}}_{29}SO_3Na$$

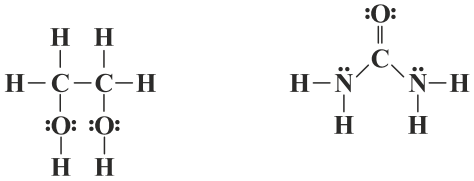
$$2m-7=29 \Rightarrow m=18 \Rightarrow C_{18}H_{29}SO_3Na=348\ g\cdot mol^{-1}$$

تعداد اتم‌های کربن این پاک‌کننده ۱۲ واحد بیش‌تر از هگزان ۶ کربنه است و در زنجیر هیدروکربنی آن جفت الکترون ناپیوندی وجود ندارد.

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ پاک‌کننده غیرصابونی) (متوسط)

۱۰۶- گزینه «۳» ـ اوره و اتیلن گلیکول هر دو با آب می‌توانند پیوند هیدروژنی تشکیل دهد.

بررسی گزینه «۱»:



(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ انحلال مواد) (متوسط)

۱۰۷- گزینه «۲» ـ بهترین حالت پاک‌کنندگی: دمای بالا / پارچه نخی / صابون آنزیم‌دار می‌باشد.

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ عوامل مؤثر بر پاک‌کنندگی) (آسان)

۱۰۸- گزینه «۳» ـ

سوسپانسیون: ته‌نشین شدن ـ اندازه ذرات بزرگ

مشترک بین کلوییدو محلول: پایداری

تذکر: پخش کردن نور هم جز خواص کلوییدها است، هم جز خواص سوسپانسیون

(کتاب همراه علوی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ خواص مخلوط‌ها) (متوسط)

۱۰۹- گزینه «۳» ـ

$C_nH_{2n+1}COO^-Na^+$ یا $C_nH_{2n-1}O_2^-Na^+$

$\overbrace{\text{۲۰ + کربن کربوکسیل}}^{\text{کل } n=21} \Rightarrow C_{21}H_{41}O_2^-Na^+$

(کتاب همراه علوی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ فرمول عمومی صابون‌ها) (متوسط)

۱۱۰- گزینه «۴» ـ بخش A، چربی‌دوست است و با چربی‌ها نیروی جاذبه برقرار می‌کند، بنابراین بخش A در پاک‌کنندگی مؤثر است.

در مورد گزینه «۲»:

کل $n = 17$

$C_nH_{2n+1}COONH_4$

$C_{16}H_{33}COONH_4 \Rightarrow H = 37$

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ صابون‌ها) (متوسط)