کد اجرا: ۷۸۵۹۷۵۵ | تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۷/۲۶

نام و نام خانوادگی: | زمان برگزاری: ۷۵ دقیقه

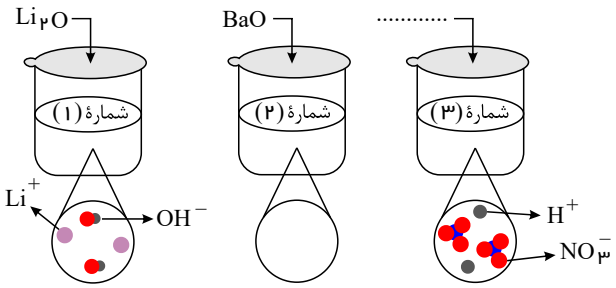
نام آزمون: شرق دخترانه حسابی ۲۶مهر

دبیرستان دخترانه علوی واحد شرق

۱ اگر درجهٔ یونش و ثابت یونش نیترواسید به ترتیب برابر ۰٫۰۳ و $۴٫۵ \times ۱۰^{-۴}$ باشد، مجموع غلظت یونها با صرف‌نظر از یونش آب بر حسب مول بر لیتر چقدر است؟

۱) $۲٫۹۱ \times ۱۰^{-۲}$ ۲) $۵٫۸۲ \times ۱۰^{-۲}$ ۳) $۵٫۸۲ \times ۱۰^{-۳}$ ۴) $۲٫۹۱ \times ۱۰^{-۳}$

۲ با توجه به شکل‌های زیر که مربوط به واکنش اکسیدها در آب می‌باشد، چه تعداد از مطالب زیر درست است؟



آ) اکسید شمارهٔ (۳) ترکیب $N_۲O_۵$ است و به دلیل تولید یون هیدرونیوم، یک اسید آرنیوس محسوب می‌شود.

ب) مجموع ضرایب مواد در واکنش اکسید شمارهٔ (۱) با آب، برابر با ۳ است.

پ) اکسید شمارهٔ (۲)، باز آرنیوس می‌باشد؛ زیرا در آب سبب افزایش غلظت یون هیدروکسید خواهد شد.

ت) از بین محلول اکسیدهای موردنظر، در دو مورد کاغذ pH سرخ‌رنگ خواهد شد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳ چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- از دید آرنیوس، جامدهای یونی اکسیژن‌دار، اسید به شمار می‌آیند.
- یک ترکیب کم‌محلول در آب، می‌تواند یک الکترولیت قوی باشد.
- برخی از ترکیب‌های مولکولی می‌توانند در آب یونیده شوند و رسانای الکتریکی به شمار آیند.
- فرآیند یونش یک اسید ضعیف تا جایی پیش می‌رود که غلظت مولی یون‌ها با مولکول‌ها برابر شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴ دو قطعه نوار منیزیم یکسان را در دو محلول هیدروکلریک اسید و استیک اسید با حجم برابر در دما و غلظت یکسان وارد می‌کنیم. در کدام گزینه تنها نیمی از پرسش‌های مطرح شده به‌درستی پاسخ داده شده است؟

آ) سرعت واکنش در کدام اسید بیش‌تر است؟

ب) قبل از پایان واکنش‌ها، غلظت یون هیدرونیوم در محلول کدام اسید بیش‌تر است؟

پ) حجم گاز $H_۲$ تولیدی در پایان واکنش در محلول کدام اسید بیش‌تر است؟

ت) با گذشت زمان pH این محلول‌ها چه تغییری می‌کند؟

۱) $CH_۳COOH - HCl$ - برابرند - افزایش می‌یابد.

۲) $CH_۳COOH - CH_۳COOH$ - برابرند - ثابت است.

۳) $CH_۳COOH - HCl - HCl$ - افزایش می‌یابد.

۴) $HCl - HCl - CH_۳COOH$ - افزایش می‌یابد.

۵ چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) در محلول‌هایی که غلظت یون هیدروکسید بیشتر از یون هیدرونیوم است، کاغذ pH قرمز می‌شود.

ب) در محلول‌هایی که غلظت یون هیدروکسید کمتر از یون هیدرونیوم است، کاغذ pH آبی می‌شود.

پ) گوگرد دی‌اکسید یک باز آرنیوس است، زیرا در آب سبب افزایش غلظت یون هیدروکسید می‌شود.

ت) گاز هیدروژن کلرید یک اسید آرنیوس است، زیرا در آب سبب افزایش غلظت یون هیدرونیوم می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶ چند مورد از مطالب زیر درست است؟

آ) همهٔ فلزها در واکنش با اسید، گاز هیدروژن آزاد می‌کنند.

ب) فاضلاب‌های صنعتی با ورود به محیط زیست pH محیط را تغییر می‌دهند.

پ) شیمی‌دان‌ها مدت‌ها پیش از آن که با ویژگی‌های اسیدها و بازها آشنا باشند، با ساختار آن‌ها آشنا بودند.

ت) از نظر آرنیوس هیدروژن کلرید یک اسید است، چون ضمن حل شدن در آب یون $H^+(aq)$ را جذب می‌کند.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۷ از انحلال ۲٫۱۶ گرم دی‌نیتروژن پنتااکسید در مقدار کافی آب خالص، ۰٫۵ لیتر محلول اسیدی به‌دست می‌آید. غلظت یون هیدرونیوم و pH محلول به ترتیب از راست به چپ چقدر است؟ $(O=16, N=14 : g\cdot mol^{-1})$

۱) ۰٫۰۴ − ۱٫۴ ۲) ۰٫۰۴ − ۱٫۱ ۳) ۰٫۰۸ − ۱٫۴ ۴) ۰٫۰۸ − ۱٫۱

۸ اگر مجموع مول یون‌های حاصل از حل کردن مقداری نیتروواسید (HNO_2) در ۵ لیتر آب برابر ۰٫۳ مول باشد، با توجه به اینکه ثابت یونش این اسید در این دما برابر $4/5\times10^{-4} mol\cdot L^{-1}$ است، چند مول نیتروواسید در ابتدا به آب اضافه شده است؟

۱) ۴۰٫۳ ۲) ۲٫۳ ۳) ۸٫۱۵ ۴) ۱۰

۹ pH محلول اسید HA با غلظت مولی $0/1M$ و درجهٔ یونش ۰٫۱ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰ در محلول ..... در آب، غلظت یون ..... از غلظت یون ..... بیشتر است.

۱) $OH^- - H_3O^+ - NaOH$ ۲) $H_3O^+ - OH^- - HNO_3$ ۳) $OH^- - H_3O^+ - KOH$ ۴) $OH^- - H_3O^+ - HCl$

۱۱ اغلب فلزها با محلول اسیدها واکنش می‌دهند و گاز ..... آزاد می‌کنند. تفاوت سرعت این واکنش با یک فلز معین در دما و غلظت یکسان اسیدها، تابع ..... اسید است. بنابراین، سرعت واکنش دو قطعهٔ مشابه آهنی در دو ظرف جداگانه که یکی دارای محلول یک مولار HBr و دیگری دارای محلول یک مولار HCl (با حجم یکسان) باشد، ..... است.

۱) اکسیژن - ظرفیت - به تقریب یکسان ۲) هیدروژن - قدرت - به تقریب یکسان
۳) اکسیژن - قدرت - به‌طور چشم‌گیری متفاوت ۴) هیدروژن - ظرفیت - به‌طور چشم‌گیری متفاوت

۱۲ با حل کردن ۱۲ گرم استیک اسید در ۲۵۰ میلی‌لیتر آب، به تقریب چند مول یون ایجاد می‌شود؟ (K_a استیک اسید را در دمای آزمایش برابر $2\times10^{-5} mol\cdot L^{-1}$ در نظر بگیرید. $H=1, C=12, O=16 : g\cdot mol^{-1}$)

۱) 8×10^{-3} ۲) 4×10^{-3} ۳) 2×10^{-3} ۴) 1×10^{-3}

۱۳ به تقریب چند گرم اسید HA با ثابت یونش $K_a = 0/5 mol\cdot L^{-1}$ را باید در یک لیتر آب حل کرد تا pH محلول برابر ۱ شود؟ ($HA = 114 g\cdot mol^{-1}$ و از تغییر حجم محلول صرف‌نظر کنید.)

۱) ۱۳٫۶۸ ۲) ۱۱٫۴ ۳) ۶٫۸۴ ۴) ۵٫۷

۱۴ در دمای $25^\circ C$ در محلولی نسبت غلظت مولار یون هیدرونیم به یون هیدروکسید 10^{-8} است. pH محلول برابر است با .....

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

۱۵ با توجه به فرایند یونش دو باز زیر، کدام موارد در محلول یک مولار آنها درست است؟

$NaOH_{(aq)} \rightarrow Na^{+}_{(aq)} + OH^{-}_{(aq)}$ ، $K_b =$ عدد بزرگ

$NH_۳(aq) + H_۲O(l) \rightleftharpoons NH^{+}_{۴(aq)} + OH^{-}_{(aq)}$ ، $K_b =$ عدد کوچک

آ) pH محلول $NaOH$ بیشتر از محلول $NH_۳$ است.

ب) غلظت یون هیدرونیوم در محلول $NaOH$ بیشتر از محلول $NH_۳$ است.

پ) با افزودن چند قطره HCl به هر دو محلول، ثابت یونش بازی آنها افزایش می‌یابد.

ت) رسانایی الکتریکی محلول $NaOH$ بیشتر از محلول $NH_۳$ است.

۱) آ و ب ۲) آ و ب و ت ۳) آ و ت ۴) ب و پ

۱۶ اگر در دمای آزمایش، ثابت یونش استیک‌اسید برابر $۱٫۸۴ \times ۱۰^{-۵}$ و درصد یونش برابر ۲ باشد. برای تهیهٔ ۴۰۰ میلی‌لیتر از این محلول تقریباً چند میلی‌لیتر از استیک‌اسید با درصد خلوص ۵۰ درصد مورد نیاز است؟ (چگالی استیک‌اسید را برابر ۱٫۲ گرم بر میلی‌لیتر در نظر بگیرید)

$(C = ۱۲, O = ۱۶, H = ۱ : g \cdot mol^{-۱})$

۱) ۰٫۴۶ ۲) ۱٫۸۴ ۳) ۲٫۴ ۴) ۴٫۸

۱۷ اگر غلظت مولار یک نمونه محلول استیک اسید (محلول I) و یک نمونه محلول نیتریک اسید (محلول II) با دمای یکسان برابر باشد، کدام مطلب درست است؟

۱) غلظت یون‌ها و مولکول‌ها در محلول I، بیشتر از غلظت آنها در محلول II است.

۲) با افزایش دمای دو محلول به یک اندازه، pH دو محلول نیز به یک اندازه تغییر می‌کند.

۳) اگر دمای دو محلول به یک اندازه بالا رود، تفاوت غلظت یون‌های موجود در دو محلول، کاهش پیدا می‌کند.

۴) اگر غلظت اسید در یکی از محلول‌ها افزایش یابد، ثابت تعادل و درصد یونش دو محلول به یکدیگر نزدیک‌تر می‌شود.

۱۸ در اثر انحلال یا واکنش چه تعداد از مواد زیر در آب خالص، pH محلول به ترتیب از راست به چپ، افزایش و کاهش می‌یابد؟

- کربن دی‌اکسید
- سود سوزآور
- $C_۲H_۵OH$
- نیتروژن مونوکسید
- گوگرد تری‌اکسید
- کلسیم اکسید

۱) ۳ – ۲ ۲) ۲ – ۲ ۳) ۳ – ۳ ۴) ۲ – ۳

۱۹ در دمای اتاق ۲ لیتر محلول اسید ضعیف HA با ثابت یونش $۲ \times ۱۰^{-۴} mol \cdot L^{-۱}$ با ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول باریم هیدروکسید با $pH = ۱۳$ به‌طور کامل خنثی می‌شود. pH محلول اولیهٔ اسید کدام است؟

واکنش موازنه شود. $HA(aq) + Ba(OH)_۲(aq) \rightarrow BaA_۲(aq) + H_۲O(l)$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۱

۲۰ نسبت غلظت یون هیدرونیوم در محلولی با $pH = ۳٫۳$ به غلظت یون هیدروکسید در محلولی با $pH = ۱۰٫۷$ چقدر است؟

۱) ۱ ۲) $۱۰^{۷٫۴}$ ۳) $۱۰^{-۷٫۴}$ ۴) $۱۰^{-۱}$

۲۱ اگر $A = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ -۱ & -۱ \end{bmatrix}$ و $A \cdot (X + I) = \begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۴ & ۳ \end{bmatrix}$، مجموع درایه‌های ماتریس X کدام است؟

۱) ۹- ۲) ۷ ۳) ۵ ۴) ۳-

۲۲ ماتریس‌های $A = [a_{ij}]_{۲\times۳}$ و $B = [b_{ij}]_{۳\times۲}$ و $C = [c_{ij}]_{۲\times۲}$ مفروض‌اند، کدام عبارت قابل تعریف نیست؟

۱) $AB + C$ ۲) BCA ۳) ABC ۴) $BC + A$

۲۳ نمودار $f(x) = x^۲ + ۲x + ۵$ با چه انتقالاتی به‌صورت نمودار $y = x^۲$ درمی‌آید؟

۱) یک واحد به راست و ۴ واحد به پایین ۲) یک واحد به چپ و ۴ واحد به بالا ۳) ۴ واحد به راست و یک واحد به پایین ۴) ۴ واحد به چپ و یک واحد به بالا

۲۴ اگر $A^۲ = ۳I$ وارون $(A+I)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}I - \frac{۱}{۲}A$ ۲) $\frac{۱}{۲}A - \frac{۱}{۲}I$ ۳) $\frac{۱}{۲}A + \frac{۱}{۲}I$ ۴) $-\frac{۱}{۲}A - \frac{۱}{۲}I$

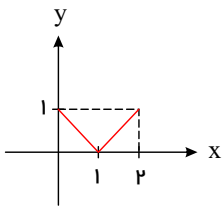
۲۵ ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} x & ۲ \\ -۲ & ۱ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۳ & ۱ \\ y & -۳ \end{bmatrix}$ تعویض‌پذیرند، حاصل $x - y$ کدام است؟

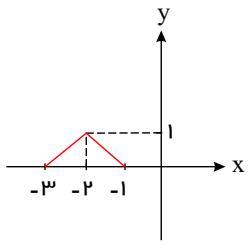
۱) ۱۳ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۱

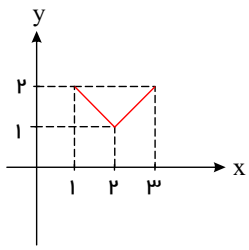
۲۶ اگر $f+g = \{(۱,۵),(۲,۴),(۳,۲),(۴,۳)\}$ و $f-g = \{(۱,۱),(۲,۴),(۳,۰),(۴,۱)\}$ آن‌گاه تعداد اعضای fog کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

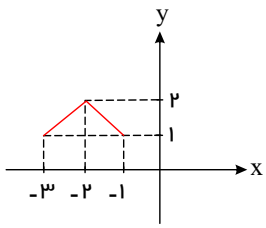
۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

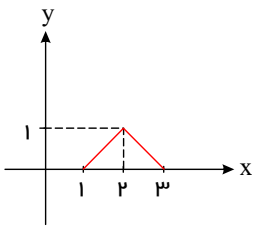
۲۷ نمودار تابع $y = f(x)$ به‌صورت مقابل است. نمودار تابع $y = -f(x-۱)+۱$ کدام است؟



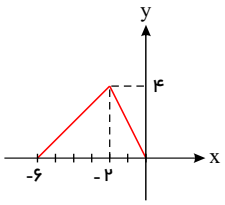
۱)


۲)


۳)


۴)


۲۸ اگر نمودار تابع $y = f(۲x+۵)$ به‌صورت زیر باشد، مساحت محصور بین نمودار تابع $y = ۳f(-۴x+۱)$ و محور xها کدام است؟



۱) ۱۰ ۲) ۱۲
۳) ۱۸ ۴) ۲۴

۲۹ در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax+by = ۲ \\ cx+dy = -۱ \end{cases}$ معکوس ماتریس ضرایب مجهولات به‌صورت $\begin{bmatrix} ۰ & -۱ \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix}$ است. $x+y$ کدام است؟

۱) ۴- ۲) ۲- ۳) ۲ ۴) ۴

۳۰ اگر $f(g(x)) = ۳x^۲ - ۶x - ۵$ و $f(x) = ۳x+۴$ باشد، $g(۲)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۵- ۴) ۳-

۳۱ کدام گزینه جملهٔ زیر را کامل می‌کند؟

برای ..... درستی گزارهٔ $n^۲ + ۹n + ۵$ به‌ازای هر عدد طبیعی n عددی فرد است می‌توان از روش ..... استفاده کرد.

۱) رد - مثال نقض ۲) رد - برهان خلف ۳) اثبات - برهان خلف ۴) اثبات - در نظر گرفتن همهٔ حالات

۳۲ اگر $f(x) = \frac{x-۱}{x+۲}$، برد تابع $g(x) = \frac{۱}{(fof)(x)}$ کدام است؟

۱) $\mathbb{R} - \{۰\}$ ۲) $\mathbb{R} - \{-۱,-۲\}$ ۳) $\mathbb{R}$ ۴) $\mathbb{R} - \{۰,۱\}$

۳۳ اگر برای دو عدد صحیح a و b داشته باشیم $a^۴ | b^۳$، آنگاه کدام گزینه نمی‌تواند همواره صحیح باشد؟ $(a \neq ۰)$

۱) $a^۵ | b^۵$ ۲) $a^۳ | b^۲$ ۳) $a^{۱۹} | b^{۱۵}$ ۴) $a^۶ | b^۷$

۳۴ اگر $f(x)=x^۲-۲x$ و $g(x)=\sqrt{۴-x}+۱$ باشند، برد تابع $fog(x)$ کدام است؟

۱) $[-۱,۱]$ ۲) $[-۱,+\infty)$ ۳) $(-\infty,۱]$ ۴) $\mathbb{R}$

۳۵ اگر نقطهٔ $A(-۴,۳)$ روی نمودار تابع $y=f(x)$ باشد، نقطهٔ متناظر آن روی نمودار تابع $g(x)=f(x-۳)+۴$ کدام است؟

۱) $A'(-۷,۷)$ ۲) $A'(-۱,-۱)$ ۳) $A'(-۴,۷)$ ۴) $A'(-۱,۷)$

۳۶ اگر برد تابع $y=f(x)$ به‌صورت $R_f=(-۴,۵]$ باشد، برد تابع $g(x)=-۲f(۳x)+۷$ کدام است؟

۱) $(-۳,۱۵]$ ۲) $[-۳,۱۵)$ ۳) $[-۹,۴۵)$ ۴) $(-۹,۴۵]$

۳۷ اگر $g(x)=۱-۲x$ و $f(x)=ax-۱$ باشد، به ازای کدام مقدار a دو تابع f و fog روی محور xها متقاطع‌اند؟

۱) -۳ ۲) -۲ ۳) ۲ ۴) ۳

۳۸ کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟ $(a,b,c\in Z)$

۱) $a|bc\Rightarrow a|b$ یا $a|c$ ۲) $a|b+c\Rightarrow a|b$ یا $a|c$ ۳) $a|b-c\Rightarrow a|b$ یا $a|c$ ۴) $a|b\Rightarrow a^۲|b^۳$

۳۹ اگر $۳|n^۳+۲n^۲-۳n$ باشد چند مقدار طبیعی برای n وجود دارد؟

۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) سه

۴۰ نقاط (a,b) روی منحنی $y=\frac{۳x-۱}{x+۲}$ قرار دارند. اگر $a,b\in Z$ باشند، چند نقطه با این ویژگی روی این منحنی قرار دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۱ دو گلوله در شرایط خلاء به فاصلهٔ زمانی $۲/۵s$ از یک نقطه بالای زمین رها می‌شوند، چند ثانیه پس از رها شدن گلولهٔ اول، فاصلهٔ دو گلوله به $۶۸/۷۵m$ می‌رسد؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۲٫۵ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۴٫۵

۴۲ گلوله‌ای از ارتفاع ۸۰ متری زمین رها می‌شود. در بازهٔ زمانی $t_۱=۲/۵s$ تا $t_۲=۳/۵s$ چند متر جابه‌جا می‌شود؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود و $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$ است.)

۱) ۲۵ ۲) ۳۰ ۳) ۳۵ ۴) ۴۰

۴۳ گلوله‌ای درشرایط خلا بدون سرعت اولیه ازارتفاعی رها می‌شود و در ثانیه‌ی اول، مسافتی به اندازه‌ی $\Delta x_۱$ و در ثانیه‌ی دوم مسافت، $\Delta x_۲$ را طی می‌کند. نسبت $\frac{\Delta x_۲}{\Delta x_۱}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) $\sqrt{۲}$

۴۴ گلوله‌ای در شرایط خلاء از ارتفاع h رها می‌شود و در لحظه‌ای که به ۵۰ متری سطح زمین می‌رسد، بزرگی سرعتش $۱۵\frac{m}{s}$ می‌شود. این گلوله چند ثانیه پس از رها شدن به زمین می‌رسد؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۲ ۲) ۳٫۵ ۳) ۵ ۴) ۶٫۵

۴۵ در شرایط خلأ، گلوله‌ای را از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌کنیم، اگر اندازهٔ سرعت متوسط گلوله در سه ثانیهٔ آخر حرکت $۵۵m/s$ باشد، اندازهٔ سرعت گلوله در لحظهٔ برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ $(g=۱۰m/s^۲)$

۱) ۵۵ ۲) ۴۱٫۲ ۳) ۷۰ ۴) ۶۲٫۳

۴۶ از ارتفاع معینی گلوله‌ای رها می‌شود و لحظه‌ای بعد گلوله‌ی دیگری از همان نقطه رها می‌شود. تا رسیدن گلوله‌ی اول به زمین، فاصله بین دو گلوله چگونه تغییر می‌کند؟ (مقاومت هوا ناچیز است.)

۱) ثابت می‌ماند. ۲) کاهش می‌یابد. ۳) افزایش می‌یابد. ۴) بستگی به جرم گلوله‌ها دارد.

۴۷ جسمی را در شرایط خلأ از یک بلندی رها می‌کنیم، به طوری که با سرعت $۳۰\frac{m}{s}$ به زمین برخورد می‌کند. ارتفاع بلندی چند متر است؟ $(g = ۱۰ m/s^۲)$

۱) ۴۵ ۲) ۳۰ ۳) ۴٫۵ ۴) ۳

۴۸ گلوله ای در شرایط خلاء بدون سرعت اولیه از ارتفاع h رها می‌شود و در آخرین ثانیه‌ی سقوط ۳۵ متر جابجا می‌شود. ارتفاع h چند متر است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۴۵ ۲) ۶۰ ۳) ۸۰ ۴) ۹۵

۴۹ گلوله‌ای بدون سرعت اولیه از ارتفاع h رها می‌شود و سرعت آن در ۱۲ متری سطح زمین برابر $۲۰ m/s$ است. ارتفاع h چند متر است؟ ($g = ۱۰ m/s^۲$ و مقاومت هوا ناچیز است.)

۱) ۲۰ ۲) ۲۷ ۳) ۳۲ ۴) ۴۲

۵۰ در شرایط خلأ، جسمی از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود. نسبت تندی آن در ارتفاع $\frac{۸}{۹}h$ از سطح زمین به تندی آن در ارتفاع $\frac{۳}{۴}h$ از سطح زمین کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۵۱ سنگ کوچکی از بالای ساختمانی رها می‌شود، وقتی به ارتفاع ۱۵ متری بالای سطح زمین می‌رسد سرعتش $۱۰\frac{m}{s}$ است. سرعت سنگ در لحظهٔ رسیدن به زمین چند متر بر ثانیه می‌شود؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۴۰ ۲) ۱۵ ۳) ۳۰ ۴) ۲۰

۵۲ دو گلوله با فاصلهٔ زمانی ۲ ثانیه از نقطه‌ای به ارتفاع h رها می‌شوند. اگر بیشترین فاصلهٔ بین آن‌ها در طول حرکت به ۱۰۰ متر برسد، ارتفاع h چند متر است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۱۱۰ ۲) ۱۲۵ ۳) ۱۸۰ ۴) ۲۴۵

پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ ۴

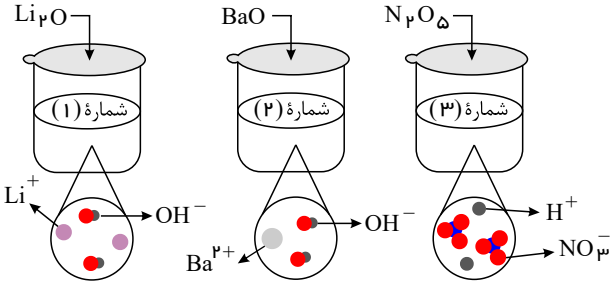
	$HNO_2(aq)+$	$H_2O(l) \rightleftharpoons$	$H_3O^+(aq)+$	$NO_2^-(aq)$
غلظت اولیه	M		۰	۰
غلظت تعادلی	$M-M\alpha$		$M\alpha$	$M\alpha$

$$K_a=\frac{(M\alpha)^2}{M-M\alpha}=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha}\Rightarrow ۴/۵\times ۱۰^{-۴}=\frac{۹\times ۱۰^{-۴}M}{۰/۹۷}\Rightarrow M=\frac{۴/۵\times ۱۰^{-۴}\times ۰/۹۷}{۹\times ۱۰^{-۴}}=۰/۴۸۵ mol\cdot L^{-۱}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع غلظت یون‌ها}=[H_3O^+]+[NO_2^-]=۲M\alpha$$

$$=۲\times ۰/۴۸۵\times ۰/۰۳=۰/۰۲۹۱ mol\cdot L^{-۱}=۲/۹۱\times ۱۰^{-۲} mol\cdot L^{-۱}$$

۲ ۱ ۲ ۳ ۴ مورد «آ» و «پ» درست است.



با توجه به شکل داریم:

مورد ب) واکنش اکسید شمارهٔ (۱) با آب:

$$Li_2O+H_2O\rightarrow ۲LiOH$$

(مجموع ضرایب واکنش =۴)

مورد ت) محلول شمارهٔ (۳) اسیدی و محلول شماره‌های ۱ و ۲ بازی هستند.

پس فقط محلول شمارهٔ ۳ کاغذ pH را سرخ رنگ خواهد کرد.

۳ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی موارد:

– مورد اول : نادرست. جامدهای یونی اکسیژن‌دار، باز آرنیوس به شمار می‌آیند مانند Na_2O.

– مورد دوم: درست. به موادی که انحلال آنها در آب به‌صورت یونی باشد، محلول الکترولیت می‌گویند و تفاوتی ندارد که میزان انحلال‌پذیری آنها چقدر است. فقط این نکته اهمیت دارد که هر مقدار که در آب حل می‌شود چه کم باشد (کم‌محلول)، و چه زیاد (محلول) به‌صورت یونی حل شود.

– مورد سوم: درست. مانند HCl که یک ترکیب مولکولی است امّا در آب یونیده شده و محلول آن رسانای قوی جریان برق است.

– مورد چهارم: نادرست. در لحظهٔ تعادل یونش اسید ضعیف، لزوماً غلظت مولی یون‌ها با غلظت مولکول‌های یونیده‌نشدهٔ اسید برابر نیست بلکه به غلظت اوّلیه اسید و ثابت یونش اسید بستگی دارد.

۴ ۱ ۲ ۳ ۴ آ) سرعت واکنش HCl بیش‌تر است.

ب) غلظت H_3O^+ در محلول HCl بیش‌تر است.

پ) حجم گاز تولید شده در دو محلول برابر است.

ت) غلظت H_3O^+ کاهش و pH افزایش می‌یابد.

۵ ۱ ۲ ۳ ۴ تنها عبارت «ت» درست است.

بررسی سایر موارد:

«الف»: محلولی که غلظت یون هیدروکسید در آن بیشتر از غلظت یون هیدرونیوم است، خاصیت بازی دارد. کاغذ pH در محیط بازی آبی می‌شود.

«ب»: محلولی که غلظت یون هیدروکسید در آن کمتر از غلظت یون هیدرونیوم باشد، خاصیت اسیدی دارد. کاغذ pH در محیط اسیدی قرمز می‌شود.

«پ»: اکسیدهای نافلزی، اسید آرنیوس هستند. این مواد هنگام انحلال با آب واکنش می‌دهند و فراوردهٔ واکنش به‌صورت یونی در آب حل می‌شود و غلظت یون H^+ را زیاد می‌کند.

$$SO_2(g)+H_2O(l)\rightarrow H_2SO_3(aq)\rightleftharpoons H^+(aq)+HSO_3^-(aq)$$

۶ ۱ ۲ ۳ ۴ فقط عبارت «ب» صحیح است.

بررسی سایر عبارات:

آ) اغلب فلزها با اسیدها واکنش می‌دهند.

پ) شیمی‌دان‌ها اول با ویژگی‌های اسیدها و بازها آشنا بودند و سپس ساختار آن‌ها را شناسایی کردند.

ت) $HCl(g)$ از نظر آرنیوس اسید است، چون ضمن حل شدن در آب یون H^+ تولید می‌کند.

۷ ۱ ۲ ۳ **۴** دی نیتروژن پنتااکسید، یک اکسید اسیدی است و در اثر حل‌شدن در آب، نیتریک‌اسید (اسید قوی) تولید می‌کند.

$$N_2O_5(s) + H_2O(l) \rightarrow 2HNO_3(aq)$$

$$?molH^+ = 2/16gN_2O_5 \times \frac{1mol}{108g} \times \frac{2molHNO_3}{1molN_2O_5} \times \frac{1molH^+}{1molHNO_3} = 0/04molH^+$$

$$[H^+] = \frac{0/04mol}{0/5L} = 0/08mol \cdot L^{-1}$$

$$pH = -\log 8 \times 10^{-2} = -\log 2^3 + (-\log 10^{-2}) = -0/9 + 2 = 1/1$$

۸ ۱ ۲ ۳ **۴** با توجه به آنکه شمار یون‌های $[H^+]$ و $[NO_2^-]$ در آب با هم برابر است می‌توان نوشت:

$$[H^+] = [NO_2^-] = \frac{0/15}{5} = 0/03\, mol \cdot L^{-1}$$

با استفاده از رابطهٔ ثابت یونش داریم:

$$K_a = \frac{[H^+][NO_2^-]}{[HNO_2]_{\text{تعادلی}}} \xrightarrow{\text{رابطهٔ تقریبی}} K_a = \frac{[H^+][NO_2^-]}{[HNO_2]_{\text{اولیه}}} \Rightarrow 4/5 \times 10^{-4} = \frac{(0/03)(0/03)}{[HNO_2]_{\text{اولیه}}} \Rightarrow [HNO_2]_{\text{اولیه}} = 2\, mol \cdot L^{-1}$$

پس:

$$5L \text{ محلول} \times \frac{2mol\ HNO_2}{1L \text{ محلول}} = 10mol\ HNO_2$$

۹ ۱ **۲** ۳ ۴ با استفاده از رابطه درجه یونش داریم:

$$[H^+] = \alpha \cdot [HA]_{\text{اولیه}} \Rightarrow [H^+] = 0/1 \times 0/1 = 0/01\, mol \cdot L^{-1}$$

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow pH = -\log 0/01 = 2$$

۱۰ ۱ ۲ ۳ **۴** در محلول‌های اسیدی غلظت یون H^+ (H_3O^+) بیشتر از غلظت یون OH^- است.

در محلول‌های بازی غلظت یون OH^- بیشتر از غلظت یون H^+ (H_3O^+) است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»:

$$NaOH(aq) \rightarrow Na^+(aq) + OH^-(aq)$$

OH^- آزاد کرده پس باز آرنیوس است و $[H^+] < [OH^-]$.

گزینهٔ «۲»:

$$HNO_3(aq) \rightarrow H^+(aq) + NO_3^-(aq)$$

H^+ تولید کرده پس اسید آرنیوس است و $[H^+] > [OH^-]$.

گزینهٔ «۳»:

$$KOH(aq) \rightarrow K^+(aq) + OH^-(aq)$$

OH^- آزاد کرده پس باز آرنیوس است و $[H^+] < [OH^-]$.

گزینهٔ «۴»:

$$HCl(aq) \rightarrow H^+(aq) + Cl^-(aq)$$

H^+ تولید کرده پس اسید آرنیوس است و $[H^+] > [OH^-]$.

۱۱ ۱ **۲** ۳ ۴ در واکنش اغلب فلزها با اسیدها گاز H_2 آزاد می‌شود. اگر دما و غلظت اسیدها یکسان باشد، سرعت واکنش به قدرت اسید بستگی دارد. سرعت واکنش دو قطعهٔ مشابه آهنی در دو ظرف جداگانه که یکی دارای محلول یک مولار HBr دیگری دارای محلول یک مولار HCl (با حجم یکسان) باشد، به تقریب یکسان است زیرا هر دو اسید قوی هستند و قدرت اسیدی تقریباً یکسانی دارند.

۱۲ ۱ ۲ **۳** ۴

$$HA = \text{استیک اسید}$$

$$?molHA = 12gHA \times \frac{1molHA}{60gHA} = 0/2molHA$$

$$M_{HA} = \frac{0/2mol}{0/25L} = 0/8mol \cdot L^{-1}$$

$$K_a = \frac{[A^-][H^+]}{[HA]} \Rightarrow 2 \times 10^{-5} = \frac{[H^+]^2}{0/8}$$

$$\Rightarrow [H^+] = 4 \times 10^{-3} mol \cdot L^{-1} \Rightarrow [A^-] = 4 \times 10^{-3} mol \cdot L^{-1}$$

$$\text{مجموع غلظت یون‌ها} = 4 \times 10^{-3} + 4 \times 10^{-3} = 8 \times 10^{-3} mol \cdot L^{-1}$$

$$\text{مجموع مول یون‌ها} = 0/25L \times \frac{8 \times 10^{-3} mol}{1L} = 2 \times 10^{-3} mol$$

۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا غلظت H^+ را محاسبه می‌کنیم:

$$pH = ۱ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱} mol \cdot L^{-۱}$$

با توجه به رابطهٔ K_a داریم:

$$K_a = \frac{[H^+]^۲}{M - [H^+]} \Rightarrow ۰/۵ = \frac{(۱۰^{-۱})^۲}{M - ۰/۱} \Rightarrow M = ۰/۱۲ mol \cdot L^{-۱}$$

$$?gHA = ۱L \text{ محلول} \times \frac{۰/۱۲ molHA}{۱L \text{ محلول}} \times \frac{۱۱۴ gHA}{۱ molHA} = ۱۳/۶۸ gHA$$

۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{[H^+]}{[OH^-]} = ۱۰^{-۸} \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۸} [OH^-]$$

$$[H^+][OH^-] = ۱ \times ۱۰^{-۱۴} \Rightarrow ۱۰^{-۸} [OH^-][OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \Rightarrow [OH^-]^۲ = ۱۰^{-۶}$$

$$\Rightarrow [OH^-] = ۱۰^{-۳} mol \cdot L^{-۱} \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۸} \times ۱۰^{-۳} = ۱۰^{-۱۱}$$

$$pH = -\log ۱۰^{-۱۱} = ۱۱$$

۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴ «آ و ت»: درست می‌باشند، زیرا $NaOH$ باز قوی است و تفکیک آن کامل بوده و pH آن ۱۴ است و رسانایی محلول آن زیاد است.

ب) نادرست است، زیرا غلظت یون هیدرونیوم با یون OH^- رابطهٔ عکس دارد و در محلول $NaOH$ که غلظت OH^- زیاد است یون هیدرونیوم کم می‌باشد.

پ) ثابت یونش اسیدی و بازی فقط تابع دما است.

۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴ درجهٔ یونش برابر است با:

$$۲ = \alpha \times ۱۰۰ \Rightarrow \alpha = ۲ \times ۱۰^{-۲}$$

با توجه به اینکه استیک اسید، یک اسید ضعیف است داریم:

$CH_۳COOH(aq)$	$\rightleftharpoons$	$CH_۳COO^-(aq)$	$+$ $H^+(aq)$
M		۰	۰
$M - \alpha M$		$+\alpha M$	$+\alpha M$

با در نظر گرفتن رابطهٔ ثابت یونش می‌توان نوشت:

$$K_a = \frac{\alpha^۲ M}{۱ - \alpha} = \frac{(۲ \times ۱۰^{-۲})^۲ M}{\underbrace{۱ - ۰/۰۲}_{\text{تقریباً ۱ در نظر می‌گیریم}}} = \frac{۴ \times ۱۰^{-۴} M}{۱} = ۱/۸۴ \times ۱۰^{-۵}$$

$$M = \frac{۱/۸۴ \times ۱۰^{-۵}}{۴ \times ۱۰^{-۴}} = ۰/۴۶ \times ۱۰^{-۱} = ۴/۶ \times ۱۰^{-۲} mol \cdot L^{-۱}$$

$$?mL CH_۳COOH = ۴۰۰ mL \text{ محلول} \times \frac{۴/۶ \times ۱۰^{-۲} mol\ CH_۳COOH}{۱۰۰۰ mL \text{ محلول}} \times \frac{۶۰ g CH_۳COOH}{۱ mol CH_۳COOH} \times \frac{۱۰۰ g \text{ ناخالص}}{۵۰ g \text{ خالص}} \times \frac{۱ mL}{۱/۲ g} = ۱/۸۴ mL$$

۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴ گزینه ۱) نادرست. نیتریک اسید قوی بوده و غلظت ذراتش بیشتر است.

$$\begin{cases} HNO_۳(xM) \xrightarrow{\alpha=۱} [\text{یونها}] = ۲xM \\ CH_۳COOH(xM) \xrightarrow{\alpha<۱} ۲xM > [\text{انواع گونه‌ها}] > xM \end{cases}$$

گزینه ۲) نادرست، با افزایش دما pH نیتریک اسید تغییر محسوسی نمی‌کند، اما در استیک اسید با افزایش دما تعادل در جهت تولید H^+ جابه‌جا شده و با افزایش H^+، pH کاهش می‌یابد.

گزینه ۳) درست. با افزایش یک اندازه دما، یونش استیک اسید بیشتر شده و غلظت یون‌هایش بالاتر رفته و اختلاف آن با یون‌های نیتریک اسید کمتر می‌شود.

گزینه ۴) نادرست. ثابت تعادل به غلظت بستگی ندارد. از طرفی اگر غلظت استیک زیاد شود، درجهٔ یونش آن کمتر شده و اختلاف درجهٔ یونش با اسید قوی بیشتر می‌گردد.

۱۸ ۱ ۲ ۳ ۴ سود سوزآور $(NaOH)$ و کلسیم اکسید (CaO) باز آرنیوس هستند و سبب افزایش pH آب می‌شوند. کربن‌دی اکسید $(CO_۲)$ و گوگرد تری‌اکسید $(SO_۳)$ اسید آرنیوس هستند و سبب کاهش pH آب می‌شوند. توجه داشته باشید که نیتروژن مونوکسید (NO) اکسید اسیدی نیست؛ زیرا در اثر انحلال در آب، با مولکول‌های آب واکنش نمی‌دهد و یون H^+ ایجاد نمی‌کند.

۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$۲HA(aq) + Ba(OH)_۲(aq) \rightarrow BaA_۲(aq) + ۲H_۲O(l)$$

حال غلظت $Ba(OH)_۲$ را محاسبه می‌کنیم:

$$pH = ۱۳ \rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱۳} mol \cdot L^{-۱} \rightarrow [H^+] \times [OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \rightarrow [OH^-] = ۰/۱ mol \cdot L^{-۱}$$

به‌ازای انحلال هر مول باریم هیدروکسید دو مول یون هیدروکسید تولید می‌شود. بنابراین:

$$[Ba(OH)_۲] = \frac{[OH^-]}{۲} = ۰/۰۵ mol \cdot L^{-۱}$$

حال، شمار مول HA مصرف‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?molHA = ۱۰۰mL\ \text{محلول} \times \frac{۱L}{۱۰۰۰mL} \times \frac{۰/۰۵molBa(OH)_۲}{۱L\ \text{محلول}} \times \frac{۲molHA}{۱molBa(OH)_۲} = ۰/۰۱molHA$$

برای اسید ضعیف می‌توان نوشت:

$$K_a = \frac{[H^+]^۲}{[HA]} \to ۲ \times ۱۰^{-۴} = \frac{[H^+]^۲}{\frac{۰/۰۱}{۲}} \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۳}mol \cdot L^{-۱} \Rightarrow pH = -\log[H^+] = ۳$$

۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$$۱)pH = ۳/۲ \quad [H^+] = ۱۰^{-۳/۳}$$

$$۲)pH = ۱۰/۷ \quad [H^+] = ۱۰^{-۱۰/۷} \quad [OH^-] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{[H^+]} =$$

$$\frac{۱۰^{-۱۴}}{۱۰^{-۱۰/۷}} = ۱۰^{-۳/۳} \Rightarrow \frac{[H^+]}{[OH^-]} = \frac{۱۰^{-۳/۳}}{۱۰^{-۳/۳}} = ۱$$

۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴ اگر $X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ فرض شود:

$$X + I = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+۱ & b \\ c & d+۱ \end{bmatrix}$$

$$A \cdot (X + I) = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ -۱ & -۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a+۱ & b \\ c & d+۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+۱ & b \\ -a-۱-c & -b-d-۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۴ & ۳ \end{bmatrix}$$

$$a + ۱ = ۲ \to a = ۱$$

$$-b - d - ۱ = ۳ \xrightarrow{b=-۱} ۱ - d - ۱ = ۳ \to d = -۳$$

$$-a - ۱ - c = ۴ \xrightarrow{a=۱} -۱ - ۱ - c = ۴ \to c = -۶ \to X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ -۶ & -۳ \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس $X = ۱ - ۱ - ۶ - ۳ = -۹$

۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ ۱: $\underbrace{[A]_{۲\times۳} \times [B]_{۳\times۲}}_{۲\times۲} + [C]_{۲\times۲} = [AB + C]_{۲\times۲}$

گزینهٔ ۲: $\underbrace{[B]_{۳\times۲} \times [C]_{۲\times۲}}_{۳\times۲} \times [A]_{۲\times۳} = [BCA]_{۳\times۳}$

گزینهٔ ۳: $\underbrace{[A]_{۲\times۳} \times [B]_{۳\times۲}}_{۲\times۲} \times [C]_{۲\times۲} = [ABC]_{۲\times۲}$

در گزینهٔ «۴»، BC یک ماتریس ۲ × ۳ و A یک ماتریس ۳ × ۲ است، پس جمع آن‌ها امکان‌پذیر نیست.

۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴ تابع $f(x) = x^۲ + ۲x + ۵$ را به‌صورت مربع کامل می‌نویسیم و داریم:

$$f(x) = x^۲ + ۲x + ۱ + ۴ = (x+۱)^۲ + ۴$$

توجه کنید که باید از تابع $f(x)$ به $y = x^۲$ برسیم، پس داریم:

$$f(x) = (x+۱)^۲ + ۴ \xrightarrow{x \to x-۱} y = (x-۱+۱)^۲ + ۴ = x^۲ + ۴ \xrightarrow[\text{پایین}]{\text{۴ واحد به}} y = x^۲ + ۴ - ۴ = x^۲$$

بنابراین باید f را یک واحد به راست و سپس ۴ واحد به پایین منتقل کنیم تا $y = x^۲$ به دست آید.

۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به فرض سؤال و استفاده از اتحاد مزدوج داریم:

$$A^۲ = ۳I \to A^۲ - I = ۲I$$

$$\to (A - I)(A + I) = ۲I \to (A + I)\frac{(A - I)}{۲} = I$$

$$\Rightarrow (A + I)^{-۱} = \frac{۱}{۲}A - \frac{۱}{۲}I$$

۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴ ماتریس‌های A و B تعویض‌پذیرند، پس $AB = BA$؛ داریم:

$$\begin{cases} AB = \begin{bmatrix} x & ۲ \\ -۲ & ۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۳ & ۱ \\ y & -۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳x + ۲y & x - ۶ \\ -۶ + y & -۵ \end{bmatrix} \\ BA = \begin{bmatrix} ۳ & ۱ \\ y & -۳ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & ۲ \\ -۲ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳x - ۲ & ۷ \\ xy + ۶ & ۲y - ۳ \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$AB = BA \to \begin{bmatrix} ۳x + ۲y & x - ۶ \\ -۶ + y & -۵ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳x - ۲ & ۷ \\ xy + ۶ & ۲y - ۳ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-۶=۷ \to x=۱۳ \\ ۲y-۳=-۵ \to y=-۱ \end{cases} \to x-y=۱۴$$

۲۶ ۱ ۲ ۳ ۴ می‌توان نوشت:

$$(f+g)+(f-g)=۲f=\{(۱,۶),(۲,۸),(۳,۲),(۴,۴)\}$$
$$(f+g)-(f-g)=۲g=\{(۱,۴),(۲,۰),(۳,۲),(۴,۲)\}$$

لذا:

$$f=\{(۱,۳),(۲,۴),(۳,۱),(۴,۲)\}$$
$$g=\{(۱,۲),(۲,۰),(۳,۱),(۴,۱)\}$$

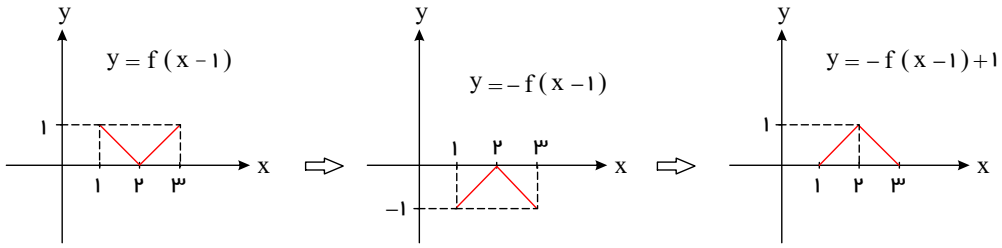
اما این فقط ظاهر قضیه است، $f+g$ و $f-g$ روی اشتراک دامنه‌های f و g تعریف شده است یعنی f و g به‌جز زوج‌های مرتب مشخص شده شاید زوج‌های مرتب دیگری را هم شامل باشند.

یعنی f و g حداقل این ۴ زوج‌مرتب مشخص شده را دارند، در این حالت:

$$fog=\{(۱,۴),(۳,۳),(۴,۳)\}$$

یعنی fog حداقل شامل ۳ زوج‌مرتب است. در نتیجه تعداد اعضای fog نمی‌تواند ۲ باشد.

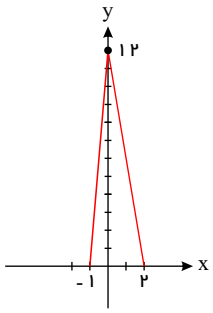
۲۷ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا $y=f(x)$ را یک واحد به راست منتقل کرده، سپس نسبت به محور xها قرینه نموده و درنهایت یک واحد به بالا منتقل می‌کنیم.



۲۸ ۱ ۲ ۳ ۴ اول مشخص می‌کنیم که چگونه $y=f(۲x+۵)$ به $y=۳f(-۴x+۱)$ تبدیل شده است.

$$y=f(۲x+۵) \xrightarrow[x\to\frac{۱}{۲}x]{\text{طول‌ها دو برابر}} y_۱=f(x+۵) \xrightarrow[x\to x-۴]{\text{۴ واحد راست}} y_۲=f(x+۱) \xrightarrow{\text{طول‌ها } -\frac{۱}{۴} \text{ برابر}} y_۳=f(-۴x+۱) \xrightarrow{\text{عرض‌ها ۳ برابر}} y=۳f(-۴x+۱)$$

پس نمودار $y=۳f(-۴x+۱)$ بدین صورت می‌شود:



$$\longrightarrow S=\frac{۱}{۲}\times ۱۲ \times ۳=۱۸$$

البته می‌توان نقاط متناظر $\begin{vmatrix}۰\\۰\end{vmatrix}$ و $\begin{vmatrix}-۲\\۴\end{vmatrix}$ و $\begin{vmatrix}-۶\\۰\end{vmatrix}$ از تابع $y=f(۲x+۵)$ را روی تابع $y=۳f(-۴x+۱)$ بیابیم.

$$\begin{vmatrix}۰\\۰\end{vmatrix} \xrightarrow{y=f(۲x+۵)} f(۵)=۰ \xrightarrow[x=-۱]{y=۳f(-۴x+۱)} y=۳f(۵)=۳(۰)=۰ \to \begin{vmatrix}-۱\\۰\end{vmatrix}$$
$$\begin{vmatrix}-۲\\۴\end{vmatrix} \xrightarrow{y=f(۲x+۵)} f(۱)=۴ \xrightarrow[x=۰]{y=۳f(-۴x+۱)} y=۳f(۱)=۳(۴)=۱۲ \to \begin{vmatrix}۱۲\\۰\end{vmatrix}$$
$$\begin{vmatrix}-۶\\۰\end{vmatrix} \xrightarrow{y=f(۲x+۵)} f(-۷)=۰ \xrightarrow[x=۲]{y=۳f(-۴x+۱)} y=۳f(-۷)=۳(۰)=۰ \to \begin{vmatrix}۲\\۰\end{vmatrix}$$

۲۹ ۱ ۲ ۳ ۴ مطابق فرض سؤال داریم:

$$\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲\\ -۱\end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}^{-۱}\begin{bmatrix}۲\\ -۱\end{bmatrix} \to \begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۰ & -۱\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲\\ -۱\end{bmatrix}$$
$$\to \begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱\\ ۳\end{bmatrix} \to x+y=۴$$

۳۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$$f(x)=۳x+۴ \to f(g(x))=۳g(x)+۴$$

پس : $۳g(x)+۴=۳x^۲-۶x-۵ \to ۳g(x)=۳x^۲-۶x-۹$

$\rightarrow g(x) = x^{۲} - ۲x - ۳ \rightarrow g(۲) = ۴ - ۴ - ۳ = -۳$

۳۱ ۱ ۲ ۳ **۴**

نکته: در بعضی از موارد برای اثبات یک گزاره لازم است همهٔ موارد ممکن بررسی شود. به این روش، اثبات با در نظر گرفتن همهٔ حالات می‌گوییم.

$$\begin{cases} n = \text{زوج} = ۲k \Rightarrow n^{۲} + ۹n + ۵ = (۲k)^{۲} + ۹(۲k) + ۵ = ۴k^{۲} + ۱۸k + ۴ + ۱ \\ = ۲\underbrace{(۲k^{۲} + ۹k + ۲)}_{k'} + ۱ = ۲k' + ۱ = \text{فرد} \\ \text{یا} \\ n = \text{فرد} = ۲k + ۱ \Rightarrow n^{۲} + ۹n + ۵ = (۲k + ۱)^{۲} + ۹(۲k + ۱) + ۵ = ۴k^{۲} + ۴k + ۱ + ۱۸k + ۹ + ۵ \\ = ۴k^{۲} + ۲۲k + ۱۴ + ۱ = ۲\underbrace{(۲k^{۲} + ۱۱k + ۷)}_{k''} + ۱ = ۲k'' + ۱ = \text{فرد} \end{cases}$$

یعنی به‌ازای هر مقدار دلخواهی از n عدد موردنظر همواره فرد است.

۳۲ ۱ ۲ ۳ **۴** ابتدا دامنهٔ تابع fof را می‌یابیم:

$$D_f = \mathbb{R} - \{-۲\} \quad , \quad D_{fof} = \{x | x \in D_f \, , \, f(x) \in D_f\} = \left\{x | x \neq -۲ \, , \, \frac{x-۱}{x+۲} \neq -۲\right\}$$

$$\frac{x-۱}{x+۲} \neq -۲ \Rightarrow x - ۱ \neq -۲x - ۴ \Rightarrow x \neq -۱$$

$$\Rightarrow D_{fof} = \mathbb{R} - \{-۱, -۲\}$$

حال ضابطهٔ آن را پیدا می‌کنیم:

$$(fof)(x) = f(f(x)) = \frac{f(x) - ۱}{f(x) + ۲} = \frac{\frac{x-۱}{x+۲} - ۱}{\frac{x-۱}{x+۲} + ۲} = \frac{x - ۱ - x - ۲}{x - ۱ + ۲x + ۴} = \frac{-۳}{۳x + ۳} = \frac{-۱}{x + ۱} \Rightarrow g(x) = -(x + ۱)$$

چون $(fof)(x) \neq ۰$ است، $D_g = D_{fof} = \mathbb{R} - \{-۱, -۲\}$ و $g(x) = \frac{۱}{fof(x)} = -x - ۱ ; x \neq -۱, -۲$.

$$\Rightarrow R_g = \mathbb{R} - \{۰, ۱\}$$

۳۳ ۱ **۲** ۳ ۴

روش اول:

گزینهٔ ۱ : $a^{۴} | b^{۳} \Rightarrow a \times a^{۳} | b^{۳} \Rightarrow a^{۳} | b^{۳} \Rightarrow a | b \Rightarrow a^{۵} | b^{۵}$

گزینهٔ ۳ : $a^{۴} | b^{۳} \Rightarrow a^{۲۰} | b^{۱۵} \Rightarrow a \times a^{۱۹} | b^{۱۵} \Rightarrow a^{۱۹} | b^{۱۵}$

گزینهٔ ۴ : $a | b \Rightarrow a^{۶} | b^{۶} \Rightarrow a^{۶} | b^{۷}$

اما رابطهٔ گزینهٔ ۲ درحالت کلی نادرست است مثلاً اگر $a = ۸$ و $b = ۱۶$ آنگاه $b^{۳} = ۱۶^{۳} = ۲^{۱۲}$, $a^{۴} = ۸^{۴} = ۲^{۱۲}$ است پس $a^{۴} | b^{۳}$ ولی $a^{۳} = ۸^{۳} = ۲^{۹}$ و $b^{۲} = ۱۶^{۲} = ۲^{۸}$ است پس $a^{۳} \not| b^{۲}$

روش دوم: اگر $a^{m} | b^{n}$ و بخواهیم بررسی نمائیم $a^{x} | b^{y}$، اگر $\begin{vmatrix} m & n \\ x & y \end{vmatrix} \geq ۰$ رابطه $a^{x} | b^{y}$ صحیح است وگرنه نادرست می‌باشد.

$$a^{۴} | b^{۳} \xrightarrow{\text{بررسی گزینه‌ها}} \begin{cases} \text{گزینهٔ ۱} : \begin{vmatrix} ۴ & ۳ \\ ۵ & ۵ \end{vmatrix} = ۴ \times ۵ - ۵ \times ۳ > ۰ \quad ✓ \\ \text{گزینهٔ ۲} : \begin{vmatrix} ۴ & ۳ \\ ۳ & ۲ \end{vmatrix} = ۴ \times ۲ - ۳ \times ۳ = -۱ < ۰ \quad ✗ \\ \text{گزینهٔ ۳} : \begin{vmatrix} ۴ & ۳ \\ ۱۹ & ۱۵ \end{vmatrix} = ۴ \times ۱۵ - ۱۹ \times ۳ = ۶۰ - ۵۷ > ۰ \quad ✓ \\ \text{گزینهٔ ۴} : \begin{vmatrix} ۴ & ۳ \\ ۶ & ۷ \end{vmatrix} = ۴ \times ۷ - ۶ \times ۳ = ۲۸ - ۱۸ > ۰ \quad ✓ \end{cases}$$

۳۴ ۱ **۲** ۳ ۴

$$f(x) = x^{۲} - ۲x + ۱ - ۱ = (x - ۱)^{۲} - ۱ \, , \, D_f = \mathbb{R}$$

$$g(x) = \sqrt{۴ - x} + ۱ \, , \, D_g = (-\infty, ۴]$$

$$D_{fog} = \{x \in D_g | g(x) \in D_f\} = \{x \leq ۴ | (\sqrt{۴ - x} + ۱) \in \mathbb{R}\} = (-\infty, ۴]$$

$$fog(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{۴ - x} + ۱) = (\sqrt{۴ - x} + ۱ - ۱)^{۲} - ۱$$

$$= ۴ - x - ۱ = ۳ - x \, , \, D_{fog} = (-\infty, ۴]$$

برای پیدا کردن برد fog، از روی دامنهٔ fog شروع به ساختن fog می‌کنیم:

$$x \leq ۴ \Rightarrow -x \geq -۴ \Rightarrow ۳ - x \geq -۱ \Rightarrow fog(x) \geq -۱ \Rightarrow R_{fog} = [-۱, +\infty)$$

۳۵ ۱ ۲ ۳ **۴**

نمودار تابع $f(x)$ سه واحد به‌سمت راست و ۴ واحد به بالا برده شده است.

$$A\begin{vmatrix} -۴ \\ ۳ \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{سه واحد راست}} \begin{vmatrix} -۱ \\ ۳ \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{۴ واحد بالا}} \begin{vmatrix} -۱ \\ ۷ \end{vmatrix}$$

۳۶ ۱ **۲** ۳ ۴ طول نقاط در تابع $f(x)$، $\frac{۱}{۳}$ برابر شده است که روی برد تأثیر ندارد، سپس عرض نقاط، ۲− برابر شده است و نهایتاً شکل، ۷ واحد به سمت بالا برده شده است.

$$R_f = (-۴, ۵] \xrightarrow{\text{عرض نقاط ۲− برابر}} [-۱۰, ۸) \xrightarrow{\text{۷ واحد به‌سمت بالا}} R_g = [-۳, ۱۵)$$

۳۷ ۱ ۲ ۳ **۴**

راه اول: جواب معادلهٔ $f(x) = ۰$ را پیدا میکنیم که در معادلهٔ $(fog)(\frac{۱}{x}) = ۰$ باید صدق کند.

$$f(x) = ۰ \Rightarrow x = \frac{۱}{a} \Rightarrow (fog)(\frac{۱}{a}) = ۰$$
$$(fog)(x) = a(۱ - ۲x) - ۱ = a - ۲ax - ۱$$
$$(fog)(\frac{۱}{a}) = ۰ \Rightarrow a - ۲ - ۱ = ۰ \Rightarrow a = ۳$$

راه حل دوم: ابتدا معادله تلاقی دو تابع f و fog را تشکیل داده، طول نقطه تلاقی آنها را می یابیم سپس با جایگذاری آن در یکی از معادلات f یا fog، a را می یابیم.

$$(fog)(x) = f(x) \Rightarrow a - ۲ax - ۱ = ax - ۱ \Rightarrow -۳ax + a = ۰$$
$$\Rightarrow a(-۳x + ۱) = ۰ \Rightarrow -۳x + ۱ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۱}{۳}$$

$f(\frac{۱}{۳})$ را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$a(\frac{۱}{۳}) - ۱ = ۰ \Rightarrow \frac{a}{۳} = ۱ \Rightarrow a = ۳$$

۳۸ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$a \mid b \Rightarrow a^۲ \mid b^۲ \xrightarrow{b^۲ \mid b^۳} \Rightarrow a^۲ \mid b^۳$$

سایر گزینه‌ها دارای مثال نقض هستند.

مثال نقض برای گزینه ۱: $۶ \mid ۴ \times ۹ \Rightarrow ۶ \not\mid ۴, ۶ \not\mid ۹$

مثال نقض برای گزینه ۲ و ۳: $۲ \mid ۵ \pm ۳ \Rightarrow ۲ \not\mid ۵, ۲ \not\mid ۳$

تذکر: اگر $a \mid bc$ ، a عددی اول باشد آنگاه $a \mid b$ یا $a \mid c$

۳۹ ۱ **۲** ۳ ۴ با توجه به رابطهٔ سوال، تنها به‌ازای $n^۳ + ۲n^۲ - ۳n = ۰$ رابطه برقرار است، بنابراین داریم:

$$n(n^۲ + ۲n - ۳) = ۰ \Rightarrow n(n-۱)(n+۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} n = ۰ \\ n = ۱ \\ n = -۳ \end{cases}$$

پس ۱ مقدار طبیعی برای n وجود دارد.

۴۰ ۱ ۲ ۳ **۴** اگر x عددی صحیح باشد آنگاه تنها در صورتی y نیز عددی صحیح خواهد بود که صورت کسر بر مخرج کسر بخش‌پذیر باشد. بنابراین:

$$y = \frac{۳x - ۱}{x + ۲}$$
$$x + ۲ \mid ۳x - ۱ \quad , \quad x \in \mathbb{Z}$$
$$\begin{cases} x + ۲ \mid ۳x - ۱ \\ x + ۲ \mid x + ۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + ۲ \mid ۳x - ۱ \\ x + ۲ \mid ۳x + ۶ \end{cases} \Rightarrow x + ۲ \mid ۷$$
$$\Rightarrow x + ۲ = -۱ \text{ یا } ۱ \text{ یا } -۷ \text{ یا } ۷$$
$$\Rightarrow x = -۳ \text{ یا } -۱ \text{ یا } -۹ \text{ یا } ۵$$

a	-۳	-۱	-۹	۵
b	۱۰	-۴	۴	۲

۴۱ ۱ ۲ **۳** ۴ مبدأ را محل رها کردن گلوله‌ها فرض کردیم. زمان حرکت اولی t و دومی $(t - ۲/۵)$ می‌باشد؛ در این صورت با انتخاب جهت مثبت محور yها رو به پایین داریم:

$$y_۱ - y_۲ = ۶۸/۷۵ \Rightarrow \frac{۱}{۲}gt^۲ - (\frac{۱}{۲}g(t - ۲/۵)^۲) = ۶۸/۷۵ \Rightarrow ۲۵t - ۳۱/۲۵ = ۶۸/۷۵ \Rightarrow ۲۵t = ۱۰۰ \Rightarrow t = ۴s$$

۴۲ ۱ **۲** ۳ ۴ اگر جهت مثبت را به سمت پایین بگیریم، معادلهٔ سرعت به‌صورت زیر درمی‌آید.

$v = gt \Rightarrow v = ۱۰t$

$$\begin{cases} t_۱ = ۲/۵ \Rightarrow v_۱ = ۲۵\dfrac{m}{s} \\ t_۲ = ۳/۵ \Rightarrow v_۲ = ۳۵\dfrac{m}{s} \end{cases}$$

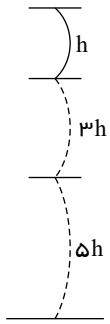
$$\Delta y = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}\Delta t = \frac{۲۵ + ۳۵}{۲} \times ۱ = ۳۰\frac{m}{s}$$

۴۳ ۱ ۲ ۳ ۴

در سقوط آزاد یک گلوله، نسبت جابه‌جایی‌های گلولهٔ در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی، همانند نسبت اعداد فرد متوالی است، یعنی ۱ به ۳ به ۵ به ۷ و....

$$\Delta y = \frac{۱}{۲}gt^۲ \rightarrow \begin{cases} t = ۱s \Rightarrow \Delta y_۱ = ۵m = \Delta x_۱ \\ t = ۲s \Rightarrow \Delta y_۲ = ۲۰m = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x_۱ = ۵m\,,\ \Delta x_۲ = ۱۵m \Rightarrow \frac{\Delta x_۲}{\Delta x_۱} = ۳$$



۴۴ ۱ ۲ ۳ ۴ از آنجا که بزرگی سرعت گلوله در ابتدای ۵۰ متر پایانی حرکتش معلوم است، با استفاده از رابطهٔ سرعت - جابه‌جایی فاصلهٔ نقطهٔ رها شدن تا رسیدن به این سرعت را محاسبه می‌کنیم.

$$v_۱^۲ - ۰^۲ = ۲g\ \Delta y_۱ \Rightarrow ۱۵^۲ - ۰ = ۲ \times ۱۰\ \Delta y_۱ \Rightarrow \Delta y_۱ = \frac{۲۲۵}{۲۰} = ۱۱/۲۵m$$

$$h = \Delta y_۱ + ۵۰m = ۱۱/۲۵ + ۵۰ = ۶۱/۲۵\,m$$

$$h = \frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow ۶۱/۲۵ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰t^۲ \Rightarrow t^۲ = ۱۲/۲۵ \Rightarrow t = ۳/۵\,s$$

۴۵ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط، داریم:

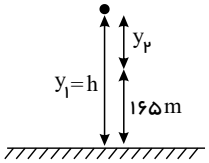
$$v_{av} = \frac{\Delta y}{\Delta t} \Rightarrow -۵۵ = \frac{\Delta y}{۳} \Rightarrow \Delta y = -۱۶۵m$$

حال طبق معادلهٔ مکان - زمان در حرکت سقوط آزاد و با توجه به این که متحرک ۱۶۵ متر آخر سقوط را در مدت ۳s طی کرده است. می‌توان نوشت:

$$y = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + y_۰ \Rightarrow \begin{cases} -h = -\dfrac{۱}{۲}gt^۲ \quad (۱) \\ -h + ۱۶۵ = -\dfrac{۱}{۲}g(t-۳)^۲ \quad (۲) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(۱)\,,\,(۲)} -\frac{۱}{۲}gt^۲ + ۱۶۵ = -\frac{۱}{۲}g(t-۳)^۲ \Rightarrow -\frac{۱}{۲}g[t^۲ - (t-۳)^۲] = ۱۶۵ \Rightarrow t = ۷s$$

بنابراین مدت زمان حرکت گلوله از لحظهٔ رها شدن تا رسیدن به زمین برابر با $۷s$ است. در نتیجه سرعت برخورد گلوله به زمین برابر است با:



$$v = -gt \Rightarrow v = -۱۰ \times ۷ \Rightarrow |v| = ۷۰m/s$$

۴۶ ۱ ۲ ۳ ۴

اگر فاصلهٔ زمانی رها شدن دو گلوله را $t_۰$ فرض کنیم، زمان حرکت اولی t و زمان حرکت دومی $(t - t_۰)$ خواهد بود؛ بنابراین داریم:

$$\begin{cases}\Delta y_۱ = \frac{۱}{۲}gt^۲ \\ \Delta y_۲ = \frac{۱}{۲}g(t-t_۰)^۲ = \frac{۱}{۲}gt^۲ - gtt_۰ + \frac{۱}{۲}gt_۰^۲\end{cases}$$

$$\Delta y_۱ - \Delta y_۲ = gtt_۰ - \frac{۱}{۲}gt_۰^۲$$

با توجه به گذشت زمان و افزایش t، فاصلهٔ گلوله‌ها زیاد می‌شود.

۴۷ ۱ ۲ ۳ ۴ جهت مثبت را به سوی پایین فرض می‌کنیم.

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\ \Delta y\ ,\ a = +g$$

$$\Rightarrow v^۲ = ۲gh \Rightarrow (۳۰)^۲ = ۲ \times ۱۰h \Rightarrow h = ۴۵ \text{ متر}$$

۴۸ ۱ ۲ ۳ ۴

در آخرین ثانیهٔ سقوط ۳۵ متر جابه‌جا شده، پس کاملا ۴ ثانیه در راه بوده، زیرا:

$$h - h_۱ = ۳۵ \Rightarrow \frac{۱}{۲}gt^۲ - \frac{۱}{۲}g(t-۱)^۲ = ۳۵$$

$$\frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times t^۲ - \frac{۱}{۲} \times ۱۰(t^۲ - ۲t + ۱) = ۳۵ \Rightarrow t = ۴s$$

$$h = \frac{۱}{۲}gt^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۴^۲ = ۸۰m$$

۴۹ ۱ ۲ ۳ ۴

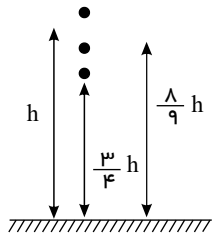
با استفاده از رابطهٔ سرعت - جابه‌جایی، با توجه به اینکه سرعت گلوله در ابتدای ۱۲ متر پایانی معلوم است، جابجایی گلوله تا رسیدن به این سرعت را محاسبه می‌کنیم

$$v^۲ = -۲g\Delta y \Rightarrow ۴۰۰ = -۲ \times ۱۰ \times \Delta y \Rightarrow \Delta y = ۲۰m$$

ارتفاع محل پرتاب $h = ۲۰ + ۱۲ = ۳۲m$

۵۰ ۱ ۲ ۳ ۴

با در نظر گرفتن محل رها شدن جسم به عنوان مبدأ مکان، داریم:



$$v^۲ = -۲g\Delta y \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = \sqrt{\frac{\Delta y_۲}{\Delta y_۱}} \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = \sqrt{\frac{\left(۱ - \frac{۸}{۹}\right)h}{\left(۱ - \frac{۳}{۴}\right)h}} = \sqrt{\frac{\frac{۱}{۹}}{\frac{۱}{۴}}} = \frac{۲}{۳}$$

۵۱ ۱ ۲ ۳ ۴

از لحظهٔ رها شدن تا لحظه‌ای که سرعتش به $۱۰\frac{m}{s}$ می‌رسد. ۵ متر جابه‌جا شده است، زیرا:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲g\Delta y \Rightarrow v^۲ - ۰ = ۲g\Delta y$$

بخش اول : $۱۰^۲ = ۲ \times g \times \Delta y_۱ \Rightarrow \Delta y_۱ = ۵m$

کل حرکت : $v^۲ = ۲ \times g(\Delta y_۱ + ۱۵) \Rightarrow v^۲ = ۲ \times ۱۰ \times ۲۰ \Rightarrow v = ۲۰\ m/s$

۵۲ ۱ ۲ ۳ ۴ راه حل اول:

$$y_۱ - y_۲ = ۱۰۰ \rightarrow \frac{۱}{۲}gt_۱^۲ - \frac{۱}{۲}gt_۲^۲ = ۱۰۰ \rightarrow \frac{۱}{۲}g(t_۱^۲ - t_۲^۲) = ۱۰۰ \rightarrow \frac{۱}{۲}\overset{۱۰}{\nearrow}\underbrace{(t_۱ - t_۲)(t_۱ + t_۲)}_{(۲)} = ۱۰۰ \rightarrow t_۱ + t_۲ = ۱۰$$

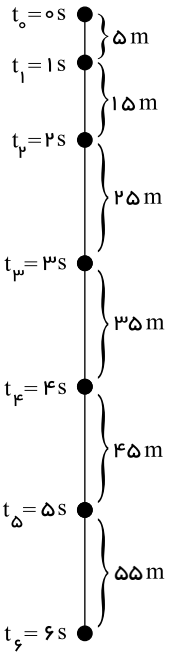
$$\left.\begin{matrix}t_۱ - t_۲ = ۲ \\ t_۱ + t_۲ = ۱۰\end{matrix}\right\} \rightarrow ۲t_۱ = ۱۲ \rightarrow t_۱ = ۶s$$

مدت زمان حرکت گلوله اول که زودتر به زمین رسیده است.

$$h = y_۱ = \frac{۱}{۲}gt_۱^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۶^۲ = ۱۸۰m$$

راه سریع‌تر: اگر گلوله را بدون سرعت اولیه رها کنیم، جابه‌جایی‌های گلوله در یک ثانیه‌های متوالی مطابق شکل مقابل است، بنابراین با توجه به حداکثر فاصلهٔ دو گلوله که $۱۰۰m$ $(۴۵ + ۵۵)$ است، گلولهٔ اول $۶s$ و گلوله دوم $۴s$ در حرکت بوده‌اند و ارتفاع کل برابر است با:

$$h = ۵ + ۱۵ + ۲۵ + ۳۵ + ۴۵ + ۵۵ = ۱۸۰m$$


$t_0 = 0s$
۵m
$t_1 = 1s$
۱۵m
$t_2 = 2s$
۲۵m
$t_3 = 3s$
۳۵m
$t_4 = 4s$
۴۵m
$t_5 = 5s$
۵۵m
$t_6 = 6s$

پاسخ‌نامه کلیدی

۱	۱	۱۴	۲	۲۷	۴	۴۰	۴
۲	۲	۱۵	۳	۲۸	۳	۴۱	۳
۳	۲	۱۶	۲	۲۹	۴	۴۲	۲
۴	۴	۱۷	۳	۳۰	۴	۴۳	۲
۵	۱	۱۸	۲	۳۱	۴	۴۴	۲
۶	۲	۱۹	۲	۳۲	۴	۴۵	۳
۷	۴	۲۰	۱	۳۳	۲	۴۶	۳
۸	۴	۲۱	۱	۳۴	۲	۴۷	۱
۹	۲	۲۲	۴	۳۵	۴	۴۸	۳
۱۰	۴	۲۳	۱	۳۶	۲	۴۹	۳
۱۱	۲	۲۴	۲	۳۷	۴	۵۰	۲
۱۲	۳	۲۵	۳	۳۸	۴	۵۱	۴
۱۳	۱	۲۶	۱	۳۹	۲	۵۲	۳