آزمون آزمایشی پیشروی
جمعه ۱۴۰۱/۰۸/۱۳

کدآزمون: DOA12R04

دوره‌ای دوازدهم ریاضی ـ پیشروی ۲

پاسخ‌نامه
آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی

ردیف	مواد امتحانی	از شماره	تا شماره
۱	حسابان	۱	۲۰
۲	هندسه	۲۱	۳۴
۳	ریاضیات گسسته	۳۵	۴۵
۴	فیزیک	۴۶	۸۰
۵	شیمی	۸۱	۱۱۰

حسابان

۱-گزینه «۲» ـ

$$-\frac{m}{۲}=-\frac{۱}{m} \Rightarrow m^۲=۲ \Rightarrow m=\pm\sqrt{۲}$$

(نصیری) (پایه دهم ـ سهمی) (متوسط)

۲-گزینه «۳» ـ

$$\Delta=۰ \Rightarrow ۹+۴a=۰ \Rightarrow a=-\frac{۹}{۴}$$

$$x_۱=x_۲=-\frac{b}{۲a}=\frac{۳}{۲a}=\frac{۳}{۲\times\frac{-۹}{۴}}=\frac{۳\times۲}{-۹}=\frac{-۲}{۳}$$

(نصیری) (پایه دهم ـ معادله درجه دوم) (آسان)

۳-گزینه «۱» ـ سهمی بالای خط $y=x+۱$ قرار دارد پس باید همواره:

$$(m+۳)x^۲+۲(m+۱)x+m+۲>x+۱ \Rightarrow (m+۳)x^۲+(۲m+۱)x+m+۱>۰ \quad (۱)$$

برای آن که رابطه (۱) برقرار باشد باید $\Delta<۰$ و $m+۳>۰$ باشد:

$$\Delta=(۲m+۱)^۲-۴(m+۱)(m+۳)=۴m^۲+۴m+۱-۴(m^۲+۴m+۳) \Rightarrow \Delta=۴m+۱-۱۶m-۱۲=-۱۲m-۱۱<۰ \Rightarrow m>\frac{-۱۱}{۱۲}$$

$$m+۳>۰ \Rightarrow m>-۳$$

اشتراک جواب‌های بدست آمده $m>-\frac{۱۱}{۱۲}$ است. (نصیری) (پایه دهم ـ نامعادله) (متوسط)

۴-گزینه «۲» ـ

$$|\frac{۳}{۲x+۱}|<\frac{۱}{۴} \xrightarrow{x\neq-\frac{۱}{۲}} \frac{|۲x+۱|}{۳}>۴ \xrightarrow{\times۳} |۲x+۱|>۱۲ \Rightarrow \begin{cases}۲x+۱>۱۲\\ ۲x+۱<-۱۲\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x>\frac{۱۱}{۲}\\ x<\frac{-۱۳}{۲}\end{cases} \Rightarrow x\in(-\infty,-\frac{۱۳}{۲})\cup(\frac{۱۱}{۲},+\infty)$$

بخشی از جواب $(۷,-۸)$ است. (نصیری) (پایه دهم ـ نامعادله قدرمطلقی) (متوسط)

۵-گزینه «۴» ـ α و β را با حل دستگاه حساب می‌کنیم.

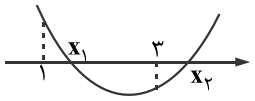
$$\begin{cases}\alpha=-۳\beta\\ ۲\alpha+۵\beta=۱\end{cases} \Rightarrow ۲(-۳\beta)+۵\beta=۱ \Rightarrow \beta=-۱, \alpha=۳$$

$$S=\alpha+\beta=-\frac{۱}{m} \Rightarrow ۲=-\frac{۱}{m} \Rightarrow m=-\frac{۱}{۲} \qquad P=\alpha\beta=\frac{-n}{m}=-۱\times۳ \xrightarrow{m=-\frac{۱}{۲}} ۲n=-۳ \Rightarrow n=-\frac{۳}{۲}$$

$$n+m=-\frac{۱}{۲}-\frac{۳}{۲}=-۲$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ معادله ـ روابط بین ریشه‌ها) (متوسط)

۶-گزینه «۴» ـ با توجه به اطلاعات مسئله باید $f(۱)>۰$ و $f(۳)<۰$ باشد.



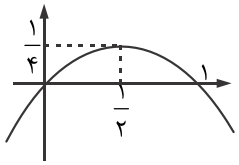
$$f(۱)>۰ \Rightarrow ۱-m-۱>۰ \Rightarrow m<۰$$

$$f(۳)<۰ \Rightarrow ۹-۳m-۱<۰ \Rightarrow ۳m>۸ \Rightarrow m>\frac{۸}{۳}$$

اشتراک mهای بدست آمده $\varnothing$ است. (نصیری) (پایه یازدهم ـ سهمی) (دشوار)

۷-گزینه «۳» ـ سهمی $f(x)=x-x^۲$ را رسم می‌کنیم.

$f(x)=x(۱-x)$



دامنه تابع جواب نامعادله $x-x^۲\geq۰$ است که بازه $[۰,۱]$ خواهد بود. بنابراین در این سوال باید $۰\leq x-x^۲\leq\frac{۱}{۴}$ باشد.

$$۰\leq x-x^۲\leq\frac{۱}{۴} \Rightarrow ۰\leq\sqrt{x-x^۲}\leq\frac{۱}{۲} \Rightarrow \mathbb{R}_f=[۰,\frac{۱}{۲}] \Rightarrow k=\frac{۱}{۲}$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ سهمی) (دشوار)

۸-گزینه «۲» ـ

$$\sqrt{2x-1}+\sqrt{3x+\sqrt{2x-1}}=3$$

با فرض $\sqrt{2x-1}=A$ داریم:

$$2x-1=A^2 \Rightarrow 2x=A^2+1 \Rightarrow x=\frac{A^2+1}{2}$$

حال معادله را بازنویسی می‌کنیم.

$$A+\sqrt{\frac{3A^2+3}{2}+A}=3 \Rightarrow \sqrt{\frac{3A^2+2A+3}{2}}=3-A \Rightarrow \frac{3A^2+2A+3}{2}=9-6A+A^2 \Rightarrow 3A^2+2A+3=18-12A+2A^2$$
$$\Rightarrow A^2+14A-15=0 \Rightarrow A=1, A=-15$$

$A=-15$ قابل قبول نیست.

$$A=1 \Rightarrow \sqrt{2x-1}=1 \Rightarrow x=1=m \Rightarrow \sqrt{3m+1}=\sqrt{4}=2$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ معادله ـ معادله گنگ) (دشوار)

۹-گزینه «۴» ـ

$$g(x)=f(2x+1)=\frac{2x+1}{2(2x+1)-1}=\frac{2x+1}{4x+1}$$
$$g(x)=f(x) \Rightarrow \frac{2x+1}{4x+1}=\frac{x}{2x-1} \Rightarrow 4x^2+x=4x^2-1 \Rightarrow x=-1$$
$$g(-1)=f(-1)=\frac{1}{3}$$

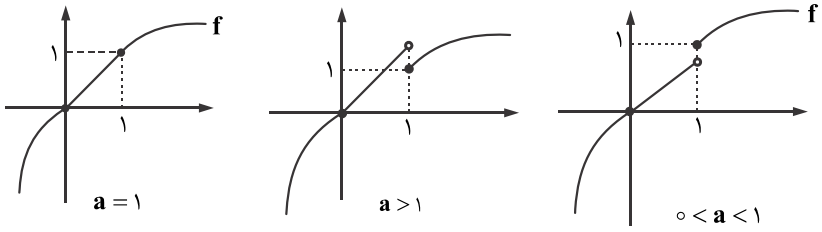
(نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ تبدیل توابع) (آسان)

۱۰-گزینه «۳» ـ

$$-2\le 2f(x-1)-4<3 \xrightarrow{+4} 2\le 2f(x-1)<7 \xrightarrow{\div 2} 1\le f(x-1)<\frac{7}{2} \Rightarrow 1\le f(x)<\frac{7}{2} \Rightarrow R_{f(x)}=[1,\frac{7}{2})$$
$$\Rightarrow R_{h(x)}=[3\times 1-1, 3\times\frac{7}{2}-1) \Rightarrow R_{h(x)}=[2,\frac{19}{2})$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ تبدیل توابع) (متوسط)

۱۱-گزینه «۲» ـ دو تابع x^3 و $\sqrt{x}$ در بازه‌های داده شده اکیداً صعودی هستند، برای آن که $f(x)$ اکیداً صعودی باشد باید اولاً $a>0$ باشد و همچنین باید $a\le 1$ باشد، در غیر اینصورت تابع f غیریکنوا خواهد بود. نمودار تابع f را در حالت‌های مختلف ببینید.

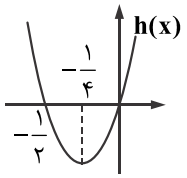


بنابراین اگر $0<a\le 1$ باشد، تابع f اکیداً صعودی خواهد بود. (نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ یکنوایی توابع) (دشوار)

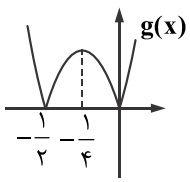
۱۲-گزینه «۱» ـ

$$g(x)=|2x+1-1||2x+1|=2|x(2x+1)|=|2x(2x+1)|$$

با فرض $h(x)=2x(2x+1)$، نمودار آن را رسم می‌کنیم.



حال $g(x)=|h(x)|$ را رسم می‌کنیم.

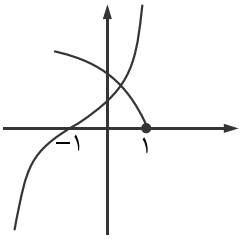


با توجه به نمودار، تابع $g(x)$ در بازه $[0,-\frac{1}{4}]$ نزولی اکید است. (نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ تبدیل توابع) (متوسط)

۱۳-گزینه «۲» ـ معادله را به صورت زیر مرتب می‌کنیم:

$$x^۳+۳x^۲+۳x+۱=\sqrt{۱-x} \Rightarrow (x+۱)^۳=\sqrt{۱-x} \qquad (۱)$$

حال دو تابع $y=(x+۱)^۳$ و $y=\sqrt{۱-x}$ را رسم می‌کنیم.



دو تابع در یک نقطه با هم برخورد می‌کنند، بنابراین معادله (۱) دارای یک ریشه حقیقی است. (نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ تبدیل توابع) (متوسط)

۱۴-گزینه «۳» ـ

$$g(x)=۱-۲f(۲x) \xrightarrow{(۳,-۱)} -۱=۱-۲f(۶) \Rightarrow f(۶)=۱$$

$$h(x)=f(x+۱)+۱ \xrightarrow{x=۵} h(۵)=f(۶)+۱=۱+۱=۲ \Rightarrow h(۵)=۲ \Rightarrow (۵,۲)\in h(x)$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ تبدیل توابع) (متوسط)

۱۵-گزینه «۴» ـ طبق رابطه تقسیم:

$$f(x)=(x^۳+۱)q(x)+x^۲+x+۱=(x+۱)(x^۲-x+۱)q(x)+(x^۲-x+۱)+۲x=(x^۲-x+۱)\underbrace{((x+۱)q(x)+۱)}_{Q(x)}+۲x$$

$$\Rightarrow f(x)=(x^۲-x+۱)Q(x)+۲x$$

بنابراین باقیمانده تقسیم $f(x)$ بر $x^۲-x+۱$ برابر $۲x$ است. (نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ تقسیم) (متوسط)

۱۶-گزینه «۲» ـ تابع ۲^x اکیداً صعودی است، پس برای آن که $f(x)$ نزولی اکید باشد باید $m^۲-۲۵$ منفی باشد.

$$m^۲-۲۵<۰ \Rightarrow -۵<m<۵ \qquad (۱)$$

تابع $\sqrt[۳]{x}$ و در نتیجه تابع $\sqrt[۳]{x+۱}$ اکیداً صعودی است، پس برای آن که $g(x)$ اکیداً صعودی باشد باید $۲-m$ مثبت باشد.

$$۲-m>۰ \Rightarrow m<۲ \qquad (۲)$$

اشتراک رابطه‌های (۱) و (۲) بازه $(۲,-۵)$ است. (نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ یکنوایی تابع) (دشوار)

۱۷-گزینه «۳» ـ

$$x+۱=۰ \Rightarrow x=-۱$$

$$f(۲x-۱)=x^۳+x^۴+m \xrightarrow{x=-۱} f(-۳)=m=۳$$

$$x-۱=۰ \Rightarrow x=۱$$

باقیمانده تقسیم $f(۳x)$ بر $x-۱$ برابر $f(۳)$ است.

$$f(۲x-۱)=x^۳+x^۴+m=x^۴+x^۳+۳$$

$$x=۲ \Rightarrow f(۳)=۱۶+۸+۳=۲۷$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ تقسیم) (متوسط)

۱۸-گزینه «۴» ـ

$$f(۱)=f(-۱)=۰$$

$$g(x)=f(x+۱)+xf(x+۳)+x^۲ \Rightarrow g(-۲)=f(-۱)-۲f(۱)+۴ \Rightarrow g(-۲)=۰+۰+۴=۴$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ تقسیم) (متوسط)

۱۹-گزینه «۱» ـ چون $f(x)$ بر $x^۲-۳x-۲$ یعنی بر $-(x+۱)(x+۲)$ بخش‌پذیر است بنابراین بر $x+۱$ و $x+۲$ بخش‌پذیر خواهد بود.

$$f(-۱)=۰ \Rightarrow -۱+۱-a+b=۰ \Rightarrow a=b$$

$$f(-۲)=۰ \Rightarrow -۳۲+۱۶-۲a+b=۰ \Rightarrow -۲a+b=۱۶ \xrightarrow{a=b} a=b=-۱۶$$

برای یافتن باقیمانده $f(x)$ بر $x^۲+۱$ کافی است به جای $x^۲$ عدد -۱ قرار دهیم.

$$f(x)=(x^۲)^۲x+(x^۲)^۲-۱۶x-۱۶ \Rightarrow R=(-۱)^۲x+(-۱)^۲-۱۶x-۱۶ \Rightarrow R=-۱۵x-۱۵=-۱۵(x+۱)$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ تقسیم) (متوسط)

۲۰-گزینه «۲» ـ

$$f(\frac{۱-x}{۳}) \geq f(\frac{۳x^۳-۳}{۱۴}) \Rightarrow \frac{۱-x}{۳} \geq \frac{۳x^۳-۳}{۱۴} \Rightarrow ۹(x^۳-۱) \leq ۱۴(۱-x) \Rightarrow ۹(x-۱)(x^۲+x+۱)+۱۴(x-۱) \leq ۰$$

$$\Rightarrow (x-۱)(۹x^۲+۹x+۹+۱۴) \leq ۰ \Rightarrow (x-۱)(۹x^۲+۹x+۲۳) \leq ۰ \Rightarrow x \leq ۱$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ تابع ـ یکنوایی) (متوسط)

هندسه

۲۱-گزینه «۱» ـ فاصله دو خط موازی $d_۱$ و $d_۲$ برابر ارتفاع هر دو مثلث ABC و BDC است. و چون قاعده‌ها نیز برابرند پس:

$$S_{ABC}=S_{DBC}=۱۰ \Rightarrow \frac{CH \times BD}{۲}=۱۰ \xrightarrow{BD=۱۰} CH=۲$$

(نصیری) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ نسبت و تناسب) (متوسط)

۲۲-گزینه «۲» ـ طبق قضیه تالس مقدار x را حساب می‌کنیم.

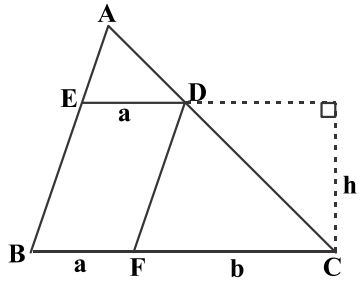
$$\frac{x}{۳}=\frac{۲x-۰/۵}{۴/۵} \Rightarrow x=\frac{۲x-۰/۵}{۱/۵} \Rightarrow ۱/۵x=۲x-۰/۵ \Rightarrow x=۱$$

با فرض $S_{AMN}=S_۱$ و $S_{MNCB}=S_۲$ داریم:

$$\frac{S_۱+S_۲}{S_۱}=(\frac{AB}{AM})^۲=۴^۲=۱۶ \Rightarrow S_۱+S_۲=۱۶S_۱ \Rightarrow S_۲=۱۵S_۱ \Rightarrow \frac{S_۲}{S_۱}=۱۵$$

(نصیری) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ درس دوم ـ قضیه تالس) (متوسط)

۲۳-گزینه «۲» ـ



$$S_{EDFB}=S_{DCF} \Rightarrow ha=\frac{۱}{۲}hb \Rightarrow b=۲a$$

طبق تالس: $\frac{AD}{AC}=\frac{ED}{BC}=\frac{a}{a+b}=\frac{a}{a+۲a}=\frac{۱}{۳} \Rightarrow AC=۳AD$

(نصیری) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ قضیه تالس) (متوسط)

۲۴-گزینه «۱» ـ طبق قضیه تالس در دو مثلث ABC و ABD می‌توان اثبات کرد که:

$$AC^۲=AN \times AD \Rightarrow (۲x+۲)^۲=(x+۲)(۳x+۳) \Rightarrow ۴x^۲+۸x+۴=۳x^۲+۳x+۶x+۶ \Rightarrow x^۲-x-۲=۰ \xrightarrow{x>۰} x=۲$$

$$\Delta ABC: \frac{MN}{BC}=\frac{AN}{AC}=\frac{x+۲}{۲x+۲}=\frac{۲+۲}{۴+۲}=\frac{۲}{۳}$$

(نصیری) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ قضیه تالس) (متوسط)

۲۵-گزینه «۳» ـ

$$\Delta AHC : x^۲ + y^۲ = ۱۶۹$$

$$\Delta ABH : (۱۴ - x)^۲ + y^۲ = ۲۲۵ \Rightarrow ۱۹۶ - ۲۸x + x^۲ + y^۲ = ۲۲۵ \xrightarrow{x^۲+y^۲=۱۶۹} ۱۹۶ - ۲۸x + ۱۶۹ = ۲۲۵$$

$$\Rightarrow ۲۸x = ۱۹۶ + ۱۶۹ - ۲۲۵ \Rightarrow x = ۵ \Rightarrow y = ۱۲$$

$$AHC \text{ محیط} = x + y + ۱۳ = ۵ + ۱۲ + ۱۳ = ۳۰$$

(نصیری) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ فیثاغورس) (متوسط)

۲۶-گزینه «۳» ـ دو حالت رخ می‌دهد. نسبت محیط‌ها برابر جذر نسبت مساحت‌هاست. اگر محیط‌ها را $p_۱$ و $p_۲$ فرض کنیم، داریم:

$$\frac{p_۱}{p_۲} = ۴ \Rightarrow \frac{۱۰}{p_۲} = ۴ \Rightarrow p_۲ = ۲/۵$$

$$\frac{p_۲}{p_۱} = ۴ \Rightarrow \frac{p_۲}{۱۰} = ۴ \Rightarrow p_۲ = ۴۰$$

(نصیری) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ کاربرد تشابه) (متوسط)

۲۷-گزینه «۳» ـ عبارت داده شده به صورت زیر خلاصه می‌شود.

$$A \times (\begin{bmatrix} ۳ & -۱ \\ ۴ & ۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۲ & ۱ \\ -۴ & -۱ \end{bmatrix}) \times B = \begin{bmatrix} ۳ & ۴ \\ ۵ & ۶ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A \times \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} \times B = \begin{bmatrix} ۳ & ۴ \\ ۵ & ۶ \end{bmatrix} \Rightarrow AIB = \begin{bmatrix} ۳ & ۴ \\ ۵ & ۶ \end{bmatrix} \Rightarrow AB = \begin{bmatrix} ۳ & ۴ \\ ۵ & ۶ \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس AB برابر ۱۸ است. (نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ عملیات ماتریسی) (متوسط)

۲۸-گزینه «۴» ـ

$$\begin{bmatrix} a & ۰ & ۰ \\ ۰ & ab & ۰ \\ ۰ & ۰ & ac \end{bmatrix}^۳ = \begin{bmatrix} a^۳ & ۰ & ۰ \\ ۰ & a^۳b^۳ & ۰ \\ ۰ & ۰ & a^۳c^۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲a^۲ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۳b^۲ & ۰ \\ ۰ & ۰ & \frac{۴}{c} \end{bmatrix}$$

پس داریم:

$$a^۳ = ۲a^۲ \xrightarrow{a \neq ۰} a = ۲$$

$$a^۳b^۳ = ۳b^۲ \xrightarrow{a=۲} ۸b^۳ = ۳b^۲ \xrightarrow{b \neq ۰} b = \frac{۳}{۸}$$

$$a^۳c^۳ = \frac{۴}{c} \xrightarrow{a=۲} ۸c^۳ = \frac{۴}{c} \Rightarrow c^۴ = \frac{۱}{۲}$$

$$abc^۴ = ۲ \times \frac{۳}{۸} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۸}$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ اعمال ماتریس) (متوسط)

۲۹-گزینه «۲» ـ

$$۲X = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۳ & ۲ \\ -۱ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۲ & -۲ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix}$$

$$۴X = \begin{bmatrix} -۴ & -۴ \\ ۲ & ۰ \end{bmatrix} \Rightarrow ۴X + I = \begin{bmatrix} -۳ & -۴ \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix} \Rightarrow (۴X + I)^{-۱} = \frac{۱}{-۳ + ۸} \begin{bmatrix} ۱ & ۴ \\ -۲ & -۳ \end{bmatrix} = \frac{۱}{۵} \begin{bmatrix} ۱ & ۴ \\ -۲ & -۳ \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس $(۴X + I)^{-۱}$ برابر است با:

$$\frac{۱}{۵}(۱ + ۴ - ۲ - ۳) = ۰$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ وارون ماتریس) (آسان)

۳۰-گزینه «۴» ـ

$$A=\begin{bmatrix}۲ & ۲\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}$$

$$AB=\begin{bmatrix}۳ & ۱\\ ۲ & ۱\end{bmatrix} \Rightarrow B=A^{-۱}\times\begin{bmatrix}۳ & ۱\\ ۲ & ۱\end{bmatrix} \Rightarrow B=\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix}۲ & -۲\\ -۱ & ۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۳ & ۱\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}=\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ ۱ & ۱\end{bmatrix}$$

حاصل ضرب درایه‌های ماتریس B برابر صفر است. (نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ وارون ماتریس) (متوسط)

۳۱-گزینه «۱» ـ

$$|A^{۲}|=\frac{۱}{۲}|A|^{۳}-۳|A|^{۲} \Rightarrow |A|^{۲}+۳|A|^{۲}-\frac{۱}{۲}|A|^{۳}=۰ \Rightarrow |A|^{۲}(۴-\frac{۱}{۲}|A|)=۰ \xrightarrow{|A|\neq ۰} |A|=۸$$

$$|\sqrt{۸}A^{-۱}|=(\sqrt{۸})^{۲}|A^{-۱}|=۸\times\frac{۱}{|A|}=۸\times\frac{۱}{۸}=۱$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ دترمینال ماتریس وارون) (متوسط)

۳۲-گزینه «۲» ـ دقت کنید که $|AB|=|BA|$ برابر است.

$$\begin{vmatrix}۳ & ۲\\ ۱ & ۴\end{vmatrix}=۱۲-۲=۱۰$$

$$\begin{vmatrix}۶ & -۲\\ ۲ & ۱\end{vmatrix}=۶+۴=۱۰$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ دترمینان) (آسان)

۳۳-گزینه «۲» ـ

$$\frac{m}{۶}=\frac{۲}{m+۴}=\frac{m+۳}{۱۵} \Rightarrow m=۲$$

$$m=۲ \Rightarrow \begin{cases}۲x-y=۳\\ x+۲y=۲\end{cases}$$

$$\begin{vmatrix}۲ & -۱\\ ۱ & ۲\end{vmatrix}=۵\neq ۰$$

چون دترمینان ضرایب مخالف صفر است پس دستگاه مورد نظر فقط یک دسته جواب دارد. (کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ دستگاه) (آسان)

۳۴-گزینه «۲» ـ دترمینان ماتریس A حول سطر دوم برابر است با:

$$|A|=-۴\begin{vmatrix}۱ & ۲\\ -۱ & ۲\end{vmatrix}+۵\begin{vmatrix}۰ & ۲\\ ۶ & ۲\end{vmatrix}-a\begin{vmatrix}۰ & ۱\\ ۶ & -۱\end{vmatrix}$$

حال دو واحد به درایه $a_{۲۳}$ اضافه می‌کنیم.

$$B=\begin{bmatrix}۰ & ۱ & ۲\\ ۴ & ۵ & a+۲\\ ۶ & -۱ & ۲\end{bmatrix}$$

$$|B|=-۴\begin{vmatrix}۱ & ۲\\ -۱ & ۲\end{vmatrix}+۵\begin{vmatrix}۰ & ۲\\ ۶ & ۲\end{vmatrix}-(a+۲)\begin{vmatrix}۰ & ۱\\ ۶ & -۱\end{vmatrix}$$

$$|B|-|A|=-۲\begin{vmatrix}۰ & ۱\\ ۶ & -۱\end{vmatrix}=-۲(۰-۶)=۱۲$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ دترمینان) (متوسط)

ریاضیات گسسته

۳۵-گزینه «۴» ـ

$x^۲+y^۲-۲x-۲y+۲\geq ۰ \Leftrightarrow (x^۲-۲x+۱)+(y^۲-۲y+۱)\geq ۰ \Leftrightarrow (x-۱)^۲+(y-۱)^۲\geq ۰$ ✓

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ اثبات بازگشتی) (آسان)

۳۶-گزینه «۴» ـ می‌دانید که: مربع هر عدد فرد به فرم $۸q+۱$ است.

اگر x و y و z سه عدد فرد باشند آنگاه:

$$x^۲+y^۲+z^۲=(۸q+۱)+(۸q'+۱)+(۸q''+۱) \Rightarrow ۸(q+q'+q'')+۳=۸t+۳$$

یعنی باقیمانده عدد حاصل در تقسیم بر ۸ برابر ۳ است که فقط گزینه «۴» باقی‌مانده آن در تقسیم بر ۸، ۳ نیست.

(ابراهیم‌پور) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ مثال نقض) (متوسط)

۳۷-گزینه «۱» ـ بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: $n^۲+n+۱۱=n(n+۱)+۱۱$ با توجه به اینکه $n(n+۱)$ ضرب دو عدد متوالی است. بنابراین زوج است پس $n^۲+n+۱۱$ فرد است. (درست است)

گزینه «۲»: اگر n عددی زوج باشد. داریم:

$K+۱=n(n+۲)+۱=n^۲+۲n+۱=(n+۱)^۲$ (درست است)

گزینه «۳»: درست است. (در کتاب درسی به روش بازگشتی اثبات شده است.)

گزینه «۴»: درست است. زیرا:

$$(n^۳-n)(n^۲-۴)=n(n^۲-۱)(n^۲-۴)=n(n-۱)(n+۱)(n-۲)(n+۲)=۵!K=۱۲۰K$$

می‌دانیم که ضرب ۵ عدد متوالی مضرب $۵!$ است. (ابراهیم‌پور) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ استدلال ریاضی) (متوسط)

۳۸-گزینه «۲» ـ می‌دانید که:

$$(a,b)=d \Rightarrow d\mid a \wedge d\mid b$$

$$\begin{cases} d\mid ۲a-۵ \Rightarrow d\mid a(۲a-۵) \Rightarrow d\mid ۲a^۲-۵a \\ d\mid a^۲-۶a+۳ \Rightarrow d\mid ۲(a^۲-۶a+۳) \Rightarrow d\mid ۲a^۲-۱۲a+۶ \end{cases} \xrightarrow{\text{d تفاضل را می‌شمارد}} d\mid ۷a-۶$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d\mid ۷a-۶ \Rightarrow d\mid ۲(۷a-۶) \\ d\mid ۲a-۵ \Rightarrow d\mid ۷(۲a-۵) \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل را می‌شمارد}} d\mid ۲۳ \xrightarrow{d\neq ۱} d=۲۳$$

(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک) (متوسط)

۳۹-گزینه «۴» ـ بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نادرست.

$$۲\mid ۳+۵ \Rightarrow ۲\nmid ۳, ۲\mid ۵$$

گزینه «۲»: نادست.

$$۶\mid ۳\times ۴ \Rightarrow ۶\nmid ۳, ۶\nmid ۴$$

گزینه «۳»: نادرست.

$$۸\mid ۲^۴ \Rightarrow ۸\nmid ۲$$

گزینه «۴»: درست. اثبات

$$ab\mid d \Rightarrow d=(ab)q \Rightarrow \begin{cases} d=a(bq) \Rightarrow a\mid d \\ d=b(aq) \Rightarrow b\mid d \end{cases}$$

(ابراهیم‌پور) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ بخش‌پذیری) (آسان)

۴۰-گزینه «۱» ـ نکته: برای هر دو عدد صحیح a و b داریم:

$$(a,b)=d, [a,b]=c, a=a'd, b=b'd$$
$$(a',b')=۱, c=a'b'd$$
$$c=a'b'd \Rightarrow ۲۲۲=a'b'\times ۲ \Rightarrow a'b'=۱۱۱$$
$$\begin{cases} b'=۱ \\ a'=۱۱۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=۲ \\ a=۲۲۲ \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} b'=۳ \\ a'=۳۷ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=۶ \\ a=۷۴ \end{cases}$$

بنابراین کمترین مقدار $a+b$ برابر ۸۰ است. (ابراهیم‌پور) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ ب‌م‌م و ک‌م‌م) (دشوار)

۴۱-گزینه «۳» ـ چون b^n بر a^n بخش‌پذیر است در نتیجه $a^n \mid b^n$ بنابراین با بررسی گزینه‌ها داریم:

گزینه «۱»: درست است

$$a^n \mid b^n \Rightarrow a \mid b \Rightarrow a \mid b^3 \Rightarrow [a, b^3] = |b^3|$$

گزینه «۲»: درست است

$$a \mid b \Rightarrow a \mid 5b \wedge a \mid a \Rightarrow a \mid 5b - a \Rightarrow (a, 5b - a) = |a|$$

گزینه «۳»: نادرست است

$$a \mid b \not\Rightarrow a^3 \mid b$$

گزینه «۴»: درست است

$$a \mid b \Rightarrow a \mid b^3 \Rightarrow (a, b^3) = |a|$$

(ابراهیم‌پور) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ بخش‌پذیری) (متوسط)

۴۲-گزینه «۲» ـ می‌دانید که:

الف) $$ac \mid b \Rightarrow \begin{cases} a \mid b \\ c \mid b \end{cases}$$

ب) $$a \mid b \xrightarrow{n \in \mathbb{Z}} a \mid nb$$

$$a^3 \mid b^2 \Rightarrow a \times a^2 \mid b^2 \longrightarrow a^2 \mid b^2 \Rightarrow a^2 \mid b \times b^2 \Rightarrow a^2 \mid b^3$$

(ابراهیم‌پور) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ بخش‌پذیری) (متوسط)

۴۳-گزینه «۱» ـ چون a فرد است، $a+2$ هم فرد است و چون $b \mid a+2$ پس b نیز فرد است.

می‌دانید که مربع هر عدد فرد به فرم $8q+1$ است. بنابراین:

$$a^2 + b^2 - 7 = 8q + 1 + 8q' + 1 - 7 = 8(q + q') - 5 = 8t - 5 = 8t - 5 + 8 - 8 = 8(t - 1) + 3 = 8k + 3$$

بنابراین باقی‌مانده تقسیم بر ۸ برابر ۳ است. (کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ نظریه اعداد ـ تفسیر تقسیم) (آسان)

۴۴-گزینه «۱» ـ

$$a = 14r_1 + 10 = 14r_1 + 7 + 3 = 7(2r_1 + 1) + 3 = 7(r') + 3$$

$$a = 24r_2 + 5 = 8(3r_2) + 5 = 8r'' + 5$$

$$\begin{cases} a = 7r' + 3 \xrightarrow{\times 8} 8a = 56r' + 24 \ (1) \\ a = 8r'' + 5 \xrightarrow{\times 7} 7a = 56r'' + 35 \ (2) \end{cases}$$

$$(1) - (2) \Rightarrow a = 56(r' - r'') - 11 \Rightarrow a = 56k - 11 - 45 + 45 \Rightarrow a = 56(k - 1) + 45 \Rightarrow a = 56t + 45$$

بنابراین باقی‌مانده برابر ۴۵ است. (کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ نظریه اعداد ـ قضیه تقسیم) (متوسط)

۴۵-گزینه «۳» ـ

$$yx + 3y - 2x - 1 = 0 \Rightarrow y(x + 3) = 2x + 1$$

$$y = \frac{2x + 1}{x + 3} \Rightarrow x + 3 \mid 2x + 1$$

$$\begin{cases} x + 3 \mid 2x + 1 \Rightarrow x + 3 \mid 2x + 1 \\ x + 3 \mid x + 3 \Rightarrow x + 3 \mid 2x + 6 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل را می شمارد}} x + 3 \mid 5$$

$$x + 3 \in \{\pm 1, \pm 5\}, x \in \{-4, -2, 2, -8\}$$

بنابراین ۴ نقطه وجود دارد. (کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ بخش‌پذیری در اعداد صحیح) (دشوار)

فیزیک

۴۶- گزینه «۳» ـ گام اول: متحرک **B** که سرعت بیش‌تری دارد زودتر می‌رسد، پس اگر برای متحرک **B** و **A** معادله حرکت هریک را بنویسیم و مکان اولیه آن‌ها را صفر بگیریم، داریم:

$$x = Vt + x_0$$

$$x_0 = 0 \Rightarrow \left.\begin{matrix} x_A = 10t \\ x_B = 12(t-2) \end{matrix}\right\} \xrightarrow{x_A = x_B} 10t = 12t - 24 \Rightarrow t = 12\,s$$

گام دوم: مسافت طی شده برای هریک را حساب می‌کنیم:

$$x_A = 10t \xrightarrow{t=12\,s} x_A = 10 \times 12 = 120\,m$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ سرعت ثابت) (متوسط)

۴۷- گزینه «۴» ـ ثانیه سوم بین $t_1 = 2\,s$ تا $t_2 = 3\,s$ است و ابتدا سرعت متحرک را در هر لحظه t_1 و t_2 و سپس از رابطه شتاب متوسط یعنی $a_{av} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$ حساب می‌کنیم.

$$V_1 = 4 \times 2^2 - 2 \times 2 = 12\,\frac{m}{s}$$

$$V_2 = 4 \times 3^2 - 2 \times 3 = 30\,\frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{30 - 12}{3 - 2} = 18\,\frac{m}{s^2}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ شتاب متوسط) (آسان)

۴۸- گزینه «۳» ـ گام اول: مسافت طی شده را در بازه صفر تا t' حساب می‌کنیم:

$$l = |(-10 - (-5)| + |15 - (-10)| + |0 - 15| = 45\,m$$

گام دوم: جابه‌جایی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = x_{\text{لحظه } t'} - x_{\text{لحظه } t=-5} = 0 - (-5) = 5\,m$$

گام سوم: نسبت موردنظر را به‌دست می‌آوریم، با توجه به این‌که نسبت تندی متوسط به سرعت متوسط در یک مدت زمان معین برابر نسبت مسافت به جابه‌جایی است، داریم:

$$\frac{S_{av}}{V_{av}} = \frac{\frac{l}{\Delta t}}{\frac{\Delta x}{\Delta t}} = \frac{l}{\Delta x} \Rightarrow \frac{S_{av}}{V_{av}} = \frac{45}{5} = 9$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ تندی و سرعت) (متوسط)

۴۹- گزینه «۳» ـ یادآوری:

۱- در نمودار سرعت ـ زمان، شیب خط مماس بر نمودار برابر شتاب متحرک است.

۲- در نقاط اکسترمم نمودار $V - t$ شتاب صفر است.

۳- در نمودار سهمی در نقطه $t' = \frac{-B}{2A}$، نمودار در اکسترمم است.

گام اول: لحظه اکسترمم را در تابع $V = t^2 - 2t + 6$ به‌دست می‌آوریم:

دراین لحظه شتاب صفر است

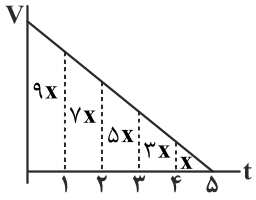
$$t' = \frac{-(-2)}{2} = 1\,s$$

گام دوم: لحظه $t' = 1\,s$ را در معادله سرعت قرار می‌دهیم تا سرعت را حساب کنیم:

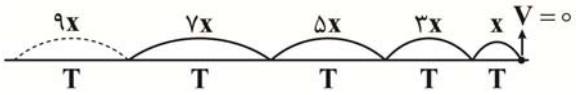
$$V = 1 - 2 \times 1 + 6 = 5\,\frac{m}{s}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ شتاب) (متوسط)

۵۰- گزینه «۱» ـ یادآوری:



۱- در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های مساوی زمانی، دنباله حسابی تشکیل می‌دهند و اگر سرعت متحرک در ابتدا یا در انتهای حرکت صفر باشد، نسبت این جابه‌جایی به‌صورت زیر است:



یادآوری: ۲- در حرکت با شتاب ثابت نمودار $V-t$ به‌صورت خط است.

گام اول: در این سؤال حرکت را به ۵ بازه مساوی یک ثانیه در نظر می‌گیریم و در بازه $t=۳\,s$ تا $t=۵\,s$ متحرک ۴ متر طی کرده است و متوقف شده، پس می‌توان نوشت:

$$x+۳x=۴ \Rightarrow x=۱\,m$$

گام دوم: در بازه $t=۰$ تا $t=۲\,s$ متحرک $۷x+۹x=۱۶x$ طی کرده که برابر است با:

$$l_{۲\,s\,تا\,۰}=۱۶x=۱۶\times۱=۱۶\,m$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ شتاب ثابت) (دشوار)

۵۱- گزینه «۴» ـ نکته: اگر معادله $V-t$ درجه اول باشد، شتاب ثابت است و برای محاسبه سرعت متوسط علاوه بر رابطه کلی $V_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ می‌توان از رابطه $V_{av}=\frac{V_۱+V_۲}{۲}$ نیز استفاده کرد.

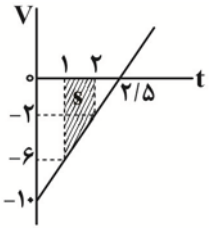
روش اول: گام اول: لحظه‌های $t_۱=۱\,s$ و $t_۲=۲\,s$ را در معادله قرار می‌دهیم و سرعت را به‌دست می‌آوریم:

$$t_۱=۱\,s \Rightarrow V_۱=۴\times۱-۱۰=-۶\frac{m}{s},\ t_۲=۲\,s \Rightarrow V_۲=۴\times۲-۱۰=-۲\frac{m}{s}$$

گام دوم: سرعت متوسط را حساب می‌کنیم:

$$V_{av}=\frac{V_۱+V_۲}{۲}=\frac{-۶+(-۲)}{۲}=-۴\frac{m}{s}$$

روش دوم: نمودار $V-t$ را رسم می‌کنیم با محاسبه مساحت محصور و تقسیم آن بر بازه زمانی سرعت متوسط را محاسبه می‌کنیم:



$$V_{av}=\frac{S}{۲-۱}=\frac{\frac{(-۶-۲)}{۲}\times۱}{۲-۱}=-۴\frac{m}{s}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ سرعت متوسط) (متوسط)

۵۲- گزینه «۴» ـ گام اول: از معادله مستقل از زمان (سرعت ـ مکان)، شتاب متحرک را حساب می‌کنیم:

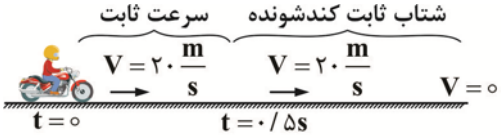
$$V_۲^۲-V_۱^۲=۲a\Delta x \Rightarrow ۱۵^۲-۵^۲=۲\times a\times(۳۰-(-۱۰)) \Rightarrow a=۲/۵\frac{m}{s^۲}$$

گام دوم: با استفاده از رابطه $V=at+V_۰$ و این‌که $V_۰=۵\frac{m}{s}$ است، سرعت خودرو را در لحظه $t=۸\,s$ حساب می‌کنیم:

$$V=۲/۵t+۵ \xrightarrow{t=۸\,s} V=۲/۵\times۸+۵=۲۵\frac{m}{s}$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ شتاب ثابت) (متوسط)

۵۳- گزینه «۱» ـ حرکت دو مرحله دارد، مرحله اول سرعت ثابت است و مرحله دوم شتاب ثابت است.



گام اول: جابه‌جایی متحرک را در هنگامی‌که سرعت ثابت است، حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_۱=Vt=۲۰\times۰/۵=۱۰\,m$$

گام دوم: از رابطه مسافت توقف با شتاب ثابت یعنی $d_s=\frac{V_۰^۲}{۲a}$ شتاب را حساب می‌کنیم:

$$d_s=۴۰-۱۰=۳۰\,m \Rightarrow ۳۰=\frac{۲۰^۲}{۲\times a} \Rightarrow a=\frac{۲۰}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ شتاب ثابت) (متوسط)

۵۴- گزینه «۳» ـ یادآوری: اگر نمودار $x-t$ سهمی باشد، حرکت با شتاب ثابت است.

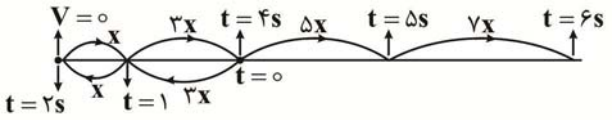
روش اول: گام اول: در لحظه $t=۲\,s$ سرعت صفر است و در لحظه $t=۶\,s$، $x=۰$ است. از معادله‌های $V=at+V_۰$ و $\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+V_۰t$ استفاده می‌کنیم:

$$۰=a\times ۲+V_۰ \Rightarrow ۲a+V_۰=۰ \Rightarrow V_۰=-۲a \quad (۱)$$

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+V_۰t \xrightarrow[t=۶]{\Delta x=۰-(-۱۵)=۱۵} ۱۵=\frac{۱}{۲}\times a\times ۶^۲+۶V_۰ \Rightarrow ۱۵=۱۸a+۶V_۰$$

$$\Rightarrow ۵=۶a+۲V_۰ \xrightarrow{V_۰=-۲a \quad (۱)} ۵=۶a+۲(-۲a) \Rightarrow a=۲/۵\,\frac{m}{s^۲}$$

روش دوم: از ویژگی دنباله حسابی جابه‌جایی‌های متحرک در $T=۱$ ثانیه‌های یکسان می‌توان استفاده کرد.

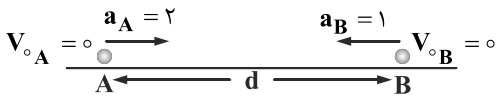


با توجه به این‌که $۵x+۷x=۱۵$ است، نتیجه می‌گیریم: $۱۲x=۱۵\,m$ می‌باشد، از طرفی اختلاف این جابه‌جایی‌ها برابر $۲x=aT^۲$ است، پس می‌توان نوشت:

$$۶\times ۲x=۱۵ \xrightarrow[۲x=a]{T=۱} ۶a=۱۵ \Rightarrow a=۲/۵\,\frac{m}{s^۲}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ شتاب ثابت) (دشوار)

۵۵- گزینه «۴» ـ از مفهوم نسبی بودن حرکت‌ها استفاده می‌کنیم. چون متحرک‌ها از حالت سکون $(V_۰=۰)$ به طرف هم شروع به حرکت کرده‌اند می‌توان نوشت:



$$V_{۰\,\text{نسبی}}=۰$$

$$a_{\text{نسبی}}=|a_A|+|a_B|=۲+۱=۳$$

$$\Delta x_{\text{نسبی}}=\frac{۱}{۲}a_{\text{نسبی}}t^۲+V_{۰\,\text{نسبی}}t \Rightarrow d=\frac{۱}{۲}\times ۳\times ۱۰^۲+۰=۱۵۰\,m$$

تذکر: روش دیگر این‌که با نوشتن معادله‌های حرکت هریک نسبت به یک مبدأ و جمع کردن طرفین مکان متحرک‌ها در لحظه $t=۱۰\,s$، مقدار d را حساب می‌کنیم. (افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ شتاب ثابت) (متوسط)

۵۶- گزینه «۲» ـ از رابطه $\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^۲$ می‌توان استفاده کرد، جهت رو به پایین را با علامت مثبت در نظر می‌گیریم:

$$h=\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times ۲/۵^۲=۳۱/۲۵\,m$$

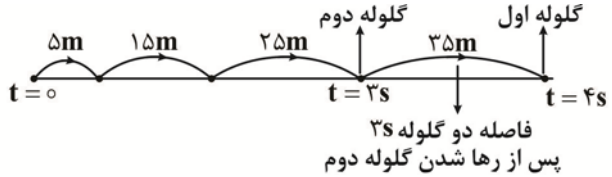
(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ سقوط آزاد) (آسان)

۵۷- گزینه «۲» ـ

$$V^۲=۲g\Delta h \Rightarrow V^۲=۲\times ۱۰\times ۲۴/۲=۴۸۴ \Rightarrow V=۲۲\,\frac{m}{s}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ سقوط آزاد) (آسان)

۵۸- گزینه «۲» ـ یادآوری: در سقوط آزاد $(V_۰=۰)$، متحرک در هر ثانیه جابه‌جایی‌های به ترتیب (۵، ۱۵، ۲۵، ۳۵، ...) متر را در هر ثانیه سقوط می‌کند. چون حرکت گلوله‌ها با شتاب ثابت است، می‌توان از نمودار شکل نتیجه گرفت:



(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ سقوط آزاد) (متوسط)

۵۹- گزینه «۱» ـ نکته: در سقوط آزاد شتاب ثابت علاوه بر رابطه $V_{av}=\frac{\Delta y}{\Delta t}$ سرعت متوسط را می‌توان از رابطه $V_{av}=\frac{V_1+V_2}{2}$ نیز حساب کرد:

$$V_{av}=\frac{0+33}{2}=16/5\,\frac{m}{s}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ سقوط آزاد) (آسان)

۶۰- گزینه «۴» ـ گام اول: با مقایسه رابطه $V^2=2gh$ برای h و $\frac{h}{2}$ سرعت متحرک را در $\frac{h}{2}$ حساب می‌کنیم:

$$(\frac{V_2}{V_1})^2=\frac{h}{\frac{h}{2}}\xrightarrow{V_2=20\frac{m}{s}}\frac{20}{V_1}=\sqrt{2}\Rightarrow V_1=10\sqrt{2}\,\frac{m}{s}$$

گام دوم: سرعت متوسط را از $V_0=0$ تا $V_1=10\sqrt{2}\,\frac{m}{s}$ حساب می‌کنیم:

$$V_{av}=\frac{V_2+V_1}{2}=\frac{10\sqrt{2}+0}{2}=5\sqrt{2}\,\frac{m}{s}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ سقوط آزاد) (متوسط)

۶۱- گزینه «۲» ـ گام اول: معادله حرکت گلوله‌ها را می‌نویسیم، مدت زمان سقوط گلوله اول را حساب می‌کنیم:

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow 80=\frac{1}{2}\times gt^2\Rightarrow t=4\,s$$

گام دوم: ارتفاع گلوله اول را به‌دست می‌آوریم:

$$h=\frac{1}{2}g(t-1)^2\xrightarrow{t=4\,s}h=\frac{1}{2}\times 10\times(4-1)^2=45\,m$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ سقوط آزاد) (متوسط)

۶۲- گزینه «۳» ـ گام اول: فاصله رها شدن گلوله تا ارتفاع ۶۰ متری را حساب می‌کنیم:

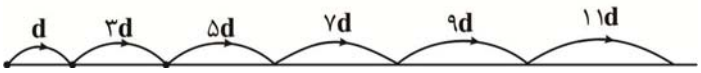
$$V^2=2gh_1\Rightarrow 20^2=20h_1\Rightarrow h_1=20\,m$$

گام دوم: ارتفاع h را حساب می‌کنیم:

$$h=h_1+h_2=20+60=80\,m$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ سقوط آزاد) (آسان)

۶۳- گزینه «۱» ـ از ویژگی دنباله حسابی سقوط آزاد استفاده می‌کنیم، اگر مسافت را به ۶ بازه زمانی یکسان تقسیم کنیم، به نمودار شکل زیر می‌رسیم:



$$h=36\,d\,,\,h_{\frac{t}{6}\text{آخرین}}=11d\Rightarrow\frac{h_{\frac{t}{6}\text{آخرین}}}{h}=\frac{11d}{36d}=\frac{11}{36}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ سقوط آزاد) (متوسط)

۶۴- گزینه «۴» ـ گام اول: سرعت گلوله را در لحظه‌های موردنظر حساب می‌کنیم:

$$V=gt\Rightarrow V_{1/5\,s}=10\times 1/5=15\,\frac{m}{s}$$

$$V_{3\,s}=10\times 3=30\,\frac{m}{s}$$

گام دوم: سرعت متوسط را حساب می‌کنیم:

$$V_{av}=\frac{30+15}{2}=22/5\,\frac{m}{s}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ سقوط آزاد) (متوسط)

۶۵- گزینه «۴» ـ با استفاده از رابطه $V^2 = 2gh$ و مقایسه آن در دو حالت داریم:

$$(\frac{V_2}{V_1})^2 = \frac{h_2}{h_1} \Rightarrow (\frac{V_2}{V_1})^2 = \frac{h}{\frac{3}{4}h} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ سقوط آزاد) (آسان)

۶۶- گزینه «۲» ـ می‌توان از رابطه $\Delta y = \frac{1}{2}gt^2(2n-1)$ استفاده کرد:

در ۱/۵ ثانیه دوم:

$$n = 2\,,\, t = 1/5\,s \Rightarrow \Delta y_1 = \frac{1}{2} \times g \times 1/5^2 \times 3$$

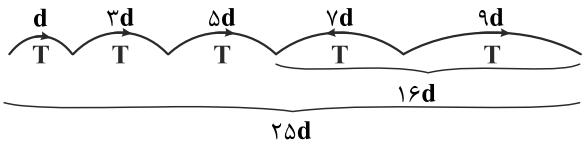
در یک ثانیه دوم:

$$n = 2\,,\, t = 1\,s \Rightarrow \Delta y_2 = \frac{1}{2} \times g \times 1 \times (2 \times 2 - 1)$$

$$\frac{\Delta y_1}{\Delta y_2} = \frac{1/5^2 \times 3}{3} = 1/5^2 = 2/25$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ سقوط آزاد) (متوسط)

۶۷- گزینه «۳» ـ از ویژگی دنباله حسابی جابه‌جایی‌ها در مدت زمان‌های یکسان سقوط آزاد و با استفاده از نمودار زیر می‌توان نوشت:



اگر $\frac{16}{25}$ مسیر را در $t = 2T$ سقوط کند، مدت زمان کل سقوط برابر $5T$ می‌شود که برحسب t برابر است با:

$$\frac{t_{کل}}{t} = \frac{5T}{2T} = 2/5 \Rightarrow t_{کل} = 2/5t$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ سقوط آزاد) (متوسط)

۶۸- گزینه «۱» ـ گام اول: می‌توان حرکت را به‌طور وارون در نظر گرفت و فرض کرد جسم از زمین با سرعت V (سرعت برخورد به زمین) به طرف بالا پرتاب شده و در مدت ۰/۲ ثانیه ۱۰ متر بالا رفته است. اگر جهت مثبت را رو به بالا در نظر بگیریم و از معادله حرکت با شتاب ثابت استفاده کنیم، داریم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + Vt \Rightarrow 10 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 0/2^2 + V \times 0/2 \Rightarrow V = 51\frac{m}{s}$$

گام دوم: اکنون برای کل حرکت از معادله $V^2 = 2gh$ استفاده می‌کنیم و h را حساب می‌کنیم:

$$51^2 = 20h \Rightarrow h \simeq 130\,m$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ سقوط آزاد) (متوسط)

۶۹- گزینه «۱» ـ فقط عبارت (ت) درست است.

$$\Delta F = 1/8\Delta\theta$$

(افاضل) (پایه دهم ـ فصل چهارم ـ دماسنج) (آسان)

۷۰- گزینه «۲» ـ گام اول: از رابطه دماسنج فارنهایت با دماسنج سلسیوس برای حالت اول داریم:

$$F_1 = \frac{9}{5}\theta_1 + 32 \xrightarrow{F=2\theta} 2\theta_1 = 1/8\theta_1 + 32 \Rightarrow \theta_1 = 160^\circ F$$

گام دوم:

$$\theta_2 = \theta_1 - 20 \Rightarrow \theta_2 = 160 - 20 = 140^\circ C$$

$$F_2 = \frac{9}{5} \times 140 + 32 \Rightarrow F_2 = 284^\circ F$$

(افاضل) (پایه دهم ـ فصل چهارم ـ دماسنج) (متوسط)

۷۱- گزینه «۳» ـ گام اول: تغییر طول هر میله را حساب می‌کنیم:

$$\Delta L = L_1\alpha\Delta\theta \Rightarrow \Delta L = ۱۰۰۰\times۵\times۱۰^{-۶}\times۲۰۰ \Rightarrow \Delta L = ۱\,mm$$

گام دوم: دقت کنید چون دو سر میله‌ها آزاد است، از هر طرف ۰/۵ میلی‌متر انبساط پیدا می‌کنند، پس فاصله بین دو سر آن‌ها ۲ تا ۰/۵ میلی‌متر یعنی $۱\,mm$ کم می‌شود و به $۲-۱=۱\,mm$ می‌رسد. (کتاب درسی با تغییر) (پایه دهم ـ فصل چهارم ـ انبساط گرمایی) (متوسط)

۷۲- گزینه «۴» ـ گام اول: از تغییر قطر سوراخ مقدار $\alpha\Delta\theta$ را حساب می‌کنیم:

$$\Delta L = L_1\alpha\Delta\theta \Rightarrow ۱/۰۲-۱/۰۰ = ۱/۰۰\alpha\Delta\theta \Rightarrow \alpha\Delta\theta = ۰/۰۲$$

گام دوم: از رابطه انبساط سطحی برای ورقه استفاده می‌کنیم و درصد تغییر سطح آن را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta A = A_1\times۲\alpha\Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} = ۲\alpha\Delta\theta\times۱۰۰ \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} = ۲\times۰/۰۲\times۱۰۰ = ۴٪$$

(افاضل) (پایه دهم ـ فصل چهارم ـ انبساط گرمایی) (متوسط)

۷۳- گزینه «۱» ـ می‌دانیم تغییر چگالی جسم برحسب دما از رابطه $\Delta\rho = -\rho_1 ۳\alpha\Delta\theta$ به‌دست می‌آید.

گام اول: تعیین می‌کنیم دمای کدام جسم بیش‌تر تغییر می‌کند و افزایش می‌یابد:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A c_A \Delta\theta_A}{m_B c_B \Delta\theta_B} \xrightarrow[C_A=C_B]{Q_A=Q_B\,,\,m_A>m_B} \Delta\theta_B > \Delta\theta_A$$

گام دوم: از رابطه تغییر چگالی می‌توان دریافت تغییر چگالی A کمتر از B خواهد بود.

$$\frac{\Delta\rho_B}{\Delta\rho_A} = \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A} \xrightarrow{\Delta\theta_B>\Delta\theta_A} \Delta\rho_A < \Delta\rho_B$$

(افاضل) (پایه دهم ـ فصل چهارم ـ انبساط گرمایی) (متوسط)

۷۴- گزینه «۳» ـ گام اول: رابطه گرمایی آب و ظرف و فلز را می‌نویسیم:

$$\text{آب } ۱۰^\circ C \xleftarrow{Q_۳} \text{آب } \theta_e \,,\ \text{ظرف } ۱۰^\circ C \xleftarrow{Q_۲} \text{ظرف } \theta_e \,,\ \text{فلز } ۸۰^\circ C \xrightarrow{Q_۱} \text{فلز } \theta_e$$

گام دوم: مقدار $Q_۳ = ۸۴۰۰\ J$ است و با توجه به این‌که $Q_۳ = m_{آب}c(\theta_e - ۱۰)$ است، می‌توان θ_e را حساب کنیم:

$$۸۴۰۰ = ۰/۲\times۴۲۰۰\times(\theta_e - ۱۰) \Rightarrow \theta_e = ۲۰^\circ C$$

گام سوم: اکنون از رابطه تعادل گرمایی استفاده می‌کنیم و ظرفیت گرمایی ظرف را حساب می‌کنیم:

$$Q_۱ + Q_۲ + Q_۳ = ۰ \Rightarrow m_{فلز}c_۱\Delta\theta_۱ + Q_۳ + C_{ظرف}\Delta\theta_۲ = ۰$$

$$\xrightarrow{Q_۳=۸۴۰۰} ۰/۴\times۱۰۰۰\times(۲۰-۸۰) + ۸۴۰۰ + C\times(۲۰-۱۰) = ۰ \Rightarrow C = ۱۵۶۰\,\frac{J}{^\circ C}$$

(افاضل) (پایه دهم ـ فصل چهارم ـ تعادل گرمایی) (متوسط)

۷۵- گزینه «۲» ـ گام اول: توان گرمکن را حساب می‌کنیم:

$$Q = m_{آب}c\Delta\theta \xrightarrow{Q=Pt} P\times۱ = ۰/۱\times۴۲۰۰\times۱ \Rightarrow P = ۴۲۰\ W$$

گام دوم: تبدیلات گرمایی یخ $۰^\circ C$ به بخار $۱۰۰^\circ C$ را می‌نویسیم و مدت زمان آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\text{یخ } ۰^\circ C \rightarrow \text{آب } ۰^\circ C \rightarrow \text{آب } ۱۰۰^\circ C \rightarrow \text{بخار } ۱۰۰^\circ C$$

$$Q = mL_f + mc\Delta\theta + mL_V \xrightarrow{Q=Pt} ۴۲۰\times t = ۰/۲(۸۰c_{آب} + ۱۰۰c_{آب} + ۵۰۰c_{آب})$$

$$\xrightarrow{c_{آب}=۴۲۰۰\,\frac{J}{kg^\circ C}} ۰/۱t = ۰/۲(۸۰+۱۰۰+۵۰۰) \Rightarrow t = ۱۳۶۰\ s$$

(افاضل) (پایه دهم ـ فصل چهارم ـ تعادل گرمایی) (متوسط)

۷۶- گزینه «۴» ـ با توجه به این‌که مقدار آب باقی‌مانده کم‌تر از مجموع جرم آب و یخ اولیه است، معلوم می‌شود که مقداری یخ باقی‌مانده است، پس دمای تعادل برابر $۰^\circ C$ است. چون جرم آب باقی‌مانده ۱۰۵۰ گرم است می‌توان نوشت:

جرم یخ ذوب شده $۱۰۵۰ - ۱۰۰۰ = ۵۰\ g$

$$\text{آب } \theta^\circ C \xrightarrow{Q_۱<۰} \text{آب } ۰^\circ C \,,\ \text{آب } ۵۰\ g \xleftarrow{Q_۲>۰} \text{یخ } ۱۰۰\ g \text{ در } ۰^\circ C \xleftarrow{Q_۳>۰} \text{یخ } ۱۰۰\ g \text{ در } -۱۰^\circ C$$

$$Q_۱ + Q_۲ + Q_۳ = ۰$$

$$۱\times c_{آب}(۰-\theta) + ۰/۰۵\times۸۰c_{آب} + ۰/۱\times\frac{c_{آب}}{۲}\times(۰-(-۱۰)) = ۰$$

$$\theta = ۴/۵^\circ C$$

(افاضل) (پایه دهم ـ فصل چهارم ـ تعادل گرمایی) (متوسط)

۷۷- گزینه «۱» ـ گام اول: در بازه صفر تا ۱۰۰ s دمای جسم بالا می‌رود و گرمایی که جسم می‌گیرد از رابطه $Q = mc\Delta\theta$ حساب می‌شود و در بازه ۱۰۰ تا ۸۰۰ ثانیه دمای جسم ثابت است و جسم ذوب می‌شود و گرمایی که می‌گیرد از رابطه $Q_F = mL_F$ به‌دست می‌آید.

گام دوم: برای محاسبه نسبت $\frac{c}{L_f}$ به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{Q}{Q_f} = \frac{mc\Delta\theta}{mL_f} \xrightarrow{Q=Pt} \frac{P\times 100}{P\times 700} = \frac{c\times 130}{L_f} \Rightarrow \frac{c}{L_f} = \frac{1}{910}$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دهم ـ فصل چهارم ـ گرما) (متوسط)

۷۸- گزینه «۴» ـ در این حالت یخ $-10^\circ C$ از آب $0^\circ C$ گرما می‌گیرد و مقداری آب به یخ تبدیل می‌شود و یخ نیز به یخ $0^\circ C$ تبدیل می‌شود.

$$\text{یخ } -10^\circ C \xrightarrow{Q_1} \text{یخ } 0^\circ C \text{، یخ } 0^\circ C \xleftarrow{Q_2} \text{آب } 0^\circ C$$

$$m_{\text{یخ}}\, c_{\text{یخ}}\, \Delta\theta = m'L_f \Rightarrow 80\times 2100\times 10 = m'\times 336000$$

$m' = 5\ g$ مقدار آب که یخ می‌زند.

$m_{\text{کل یخ}} = 5 + 80 = 85\ g$

(افاضل) (پایه دهم ـ فصل چهارم ـ تعادل گرما) (متوسط)

۷۹- گزینه «۲» ـ از قانون گازها، در حالت اول و دوم داریم:

$$\text{حجم استوانه} = A\times h$$

$$\frac{P_2V_2}{P_1V_1} = \frac{T_2}{T_1} \xrightarrow[P_1=P_0,\ V_1=20\times A]{P_2=P_0+\frac{mg}{A},\ V_2=15\times A} \frac{(10^5 + \frac{10\times 10}{10\times 10^{-4}})\times 15\times A}{10^5\times 20\times A} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 1/5$$

(افاضل) (پایه دهم ـ فصل چهارم ـ قانون گازها) (متوسط)

۸۰- گزینه «۴» ـ گام اول: از قانون گازها استفاده می‌کنیم. دقت کنید که دما ثابت و جرم گاز زیاد شده است و $n_2 > n_1$ است.

$$\frac{P_2V_2}{P_1V_1} = \frac{n_2T_2}{n_1T_1} \xrightarrow{T_1=T_2} \frac{P_2V_2}{P_1V_1} = \frac{n_2}{n_1}$$

گام دوم: در حالت اول، فشار گاز برابر است:

$$P_{\text{گاز}} + 10 = 76 \Rightarrow P_{\text{گاز}} = 66\ cmHg$$

در حالت دوم اگر جیوه در لوله سمت چپ ۲ cm پایین رود، در لوله سمت راست نیز ۲ cm بالا می‌رود و اختلاف سطح جیوه در دو لوله و ۴ سانتی‌متر کم و برابر ۶ cm می‌شود و فشار گاز برابر می‌شود با:

$$P_{2\text{گاز}} + 6 = 76 \Rightarrow P_{2\text{گاز}} = 70\ cmHg$$

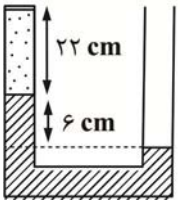
$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{\frac{m_2}{M}}{\frac{m_1}{M}} = \frac{m_2}{m_1}$$

گام سوم: قانون گازها را به کار می‌بریم:

$$\xrightarrow{m_1=30g} \frac{70\times 22\times A}{66\times 20\times A} = \frac{m_2}{30} \Rightarrow m_2 = 35\ g$$

گام چهارم: جرم گاز هلیوم که اضافه می‌شود را حساب می‌کنیم:

$$\Delta m = m_2 - m_1 = 35 - 30 = 5\ g$$



(افاضل) (پایه دهم ـ فصل چهارم ـ قانون گازها) (دشوار)

شیمی

۸۱-گزینه «۲» ـ موارد (پ) و (ت) درست است. بررسی موارد نادرست:

الف) فراوان‌ترین ایزوتوپ H ($_{1}^{1}H$) نوترون ندارد.

ب) $_{1}^{3}H$ ایزوتوپی پرتوزا (ناپایدار) است. (میرعباسی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ ایزوتوپ‌های هیدروژن) (آسان)

۸۲- گزینه «۴» ـ

$$_{Z}^{A}x^{3+}\begin{cases}e_x = Z_x - 3\\ n_x = A_x - Z_x\end{cases},\ _{Z}^{34}y^{2-}\begin{cases}e_y = Z_y + 2\\ n_y = 34 - Z_y\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}Z_x - 3 = Z_y + 2\\ A_x - Z_x = 34 - Z_y\end{cases}$$

$$A_x - (Z_y + 5) = 34 - Z_y \Rightarrow A_x = 34 + 5 = 39$$

(میرعباسی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ ذرات زیراتمی) (دشوار)

۸۳- گزینه «۳» ـ بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

$$n - p = 1/0087 - 1/0073 = 0/0014$$

$$\frac{14\times10^{-4}}{5\times10^{-4}} = 2/8$$

گزینه «۲»:

$$\text{شرط پرتوزایی}: \frac{n}{p} \geq 1/5 \Rightarrow 1 + \frac{n}{p} \geq 1/5 + 1 \Rightarrow \frac{\overbrace{p+n}^{A}}{p} \geq 2/5$$

گزینه «۳»: الکترون را با نماد $_{-1}^{0}e$ نشان می‌دهند.

گزینه «۴»: بدون شرح! (میرعباسی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ ذرات زیراتمی و جرم اتمی) (متوسط)

۸۴- گزینه «۲» ـ گروه اول کوتاه‌ترین گروه جدول دوره‌ای نمی‌باشد. بررسی گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»:

$$k^{+} \Leftarrow k = {}_{19}\,x$$

$$Cu^{+} \Leftarrow Cu = {}_{29}\,y$$

گزینه «۳»: تعداد عناصر دوره دوم وسوم هر کدام با هشت عنصر و با عدد اتمی اکسیژن که هشت می‌باشد برابر است.

گزینه «۴»: تعداد عناصر بین $_{19}x$ و $_{29}y$:

$$\text{اختلاف عدد اتمی} = (29 - 19) - 1 = 9 \text{ عنصر}$$

(میرعباسی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ جدول دوره‌ای) (آسان)

۸۵- گزینه «۲» ـ

$$92\,g\,C_2H_5OH \times \frac{1\,mol\,C_2H_5OH}{46\,g\,C_2H_5OH} \times \frac{N_A \text{ مولکول}}{1\,mol\,C_2H_5OH} \times \frac{9 \text{ اتم}}{1 \text{ مولکول}} = 18N_A \text{ اتم}$$

$$\frac{18N_A}{N_A} = 18$$

(میرعباسی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ استوکیومتری) (آسان)

۸۶- گزینه «۳» ـ

الف) نادرست، رنگ آبی دما و انرژی بیش‌تری نسبت به رنگ قرمز دارد.

ب) درست، بدون شرح

پ) درست، فرابنفش و مرئی به هم وصل هستند.

ت) نادرست، انتقال الکترون از لایه‌های بالاتر به پایین‌تر، طیف نشری را حاصل می‌کند. (میرعباسی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ طیف نشری) (متوسط)

۸۷- گزینه «۳» ـ

$$_{۳۲}Ge : [_{۱۸}Ar]۳d^{۱۰}\,۴s^{۲}\,۴p^{۲}$$

$$e(n+l) = ۲(۴+۰) + ۲(۴+۱) = ۱۸$$

(میرعباسی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ اعداد کوانتومی و لایه ظرفیت) (متوسط)

۸۸- گزینه «۱» ـ الف) نادرست، $۳p$ ، $n+l$ و $۴s$ برابر است.

ب) درست

$$x^{۳+} : \cdots ۳d^{۶} \Rightarrow x : \cdots \underbrace{۳d^{۷}\,۴s^{۲}}_{۹e}$$

پ) نادرست، انتقال الکترون از لایه ۳ به ۲ است.

ت) درست، $^{۷}_{۳}Li$ فراوانی بیش‌تری دارد. (میرعباسی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ اعداد کوانتومی و لایه ظرفیت) (متوسط)

۸۹- گزینه «۲» ـ

$$\left.\begin{array}{l} AlN \Rightarrow N^{۳-} \\ Na_۳P \Rightarrow Na^{+} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{آرایش هر دو به } _{۱۰}Ne \text{ ختم می‌شود.}$$

(میرعباسی) (پایه دهم ـ فصل اول ـ آرایش الکترونی یون‌ها) (آسان)

۹۰- گزینه «۴» ـ بررسی موارد نادرست:

گزینه «۱»: در مرحله (۱)، گاز $N_۲$ آزاد می‌شود که حدود ۷۸٪ جرم گازهای سازنده هوای خشک و پاک را تشکیل می‌دهد.

گزینه «۲»: در مرحله (۲)، گاز Ar آزاد می‌شود که در پر کردن بالون‌های هواشناسی کاربرد ندارد.

گزینه «۳»: مدل فضاپرکن $N_۲$ مشابه $CH_۴$ نیست. (کتاب درسی با نغییر) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ هوای مایع) (آسان)

۹۱- گزینه «۳» ـ

نادرست $PCl_۵$

درست $Al_۲S_۳$

درست $Cu_۳P_۲$

نادرست $SO_۳$

درست $N_۲O_۳$

درست $Cr_۲O_۳$

(کتاب درسی با نغییر) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ نام‌گذاری ترکیبات) (متوسط)

۹۲- گزینه «۳» ـ

(میرعباسی) (پایه دهم ـ فصل دوم ـ ساختار لوویس) (متوسط)

۹۳- گزینه «۴» ـ اتیلن گلیکول محلول در آب است، درحالی‌که روغن زیتون ناقطبی بوده و محلول در آب نیست.

در باب گزینه «۳»:

اوره: $CO(NH_2)_2$ ⇐ تعداد اتم‌ها: ۸ اتم

وازلین: $C_{25}H_{52}$ ⇐ تعداد اتم‌ها: ۷۷ اتم

اختلاف ۶۹ اتم (کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ نیروی بین‌مولکولی) (آسان)

۹۴- گزینه «۲» ـ

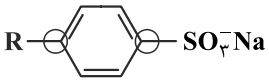
$$C_nH_{2n+1}C_6H_4SO_3Na$$

$$n = 15 \Rightarrow C_{15}H_{31}C_6H_4SO_3Na \text{ یا } C_{21}H_{35}SO_3Na$$

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ صابون‌ها) (آسان)

۹۵- گزینه «۳» ـ موارد (الف) و (ب) صحیح می‌باشند.

الف)



ب) بدون شرح

پ) پاک‌کننده‌های غیرصابونی براساس برهم‌کنش بین ذره‌ای عمل می‌کنند، ولی واکنش شیمیایی نمی‌دهند.

ت) در کلوییدها مسیر عبور نور قابل دیدن است. (میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ صابون‌ها و مخلوط‌ها) (متوسط)

۹۶- گزینه «۳» ـ پاک‌کننده‌های غیرصابونی سیرنشده هستند. (میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ صابون‌ها) (آسان)

۹۷- گزینه «۲» ـ

$$C_{17}H_{35}COOH + NaOH \rightarrow C_{17}H_{35}COONa + H_2O$$

$$2C_{17}H_{35}COONa + CaCl_2 \rightarrow (C_{17}H_{35}COO)_2Ca(s) + 2NaCl(aq)$$

$$2C_{17}H_{35}COOH \sim (C_{17}H_{35}COO)_2Ca$$

جرم مولی اسید چرب $= 284\ g \cdot mol^{-1}$ جرم مولی رسوب $= 606\ g \cdot mol^{-1}$

$$\left[\frac{28/4\ g}{2\times 284}\right] = \left[\frac{x\ g \text{ رسوب}}{1\times 606}\right] \Rightarrow x = 30/3$$

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ مسائل صابون‌ها) (دشوار)

۹۸- گزینه «۳» ـ مخلوط آب و روغن و صابون، رنگ پوششی، شیر، ژله کلوییدها هستند. (میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ مخلوط‌ها) (آسان)

۹۹- گزینه «۲» ـ اکسیدهای فلزی در آب، یون هیدروکسید آزاد می‌کنند نه هیدروکسیل!! (میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ آرنیوس) (آسان)

۱۰۰- گزینه «۲» ـ موارد (پ)، (ت) و (ج) صحیح است.

$CO_2 + H_2O \rightleftharpoons H^+ + HCO_3^-$ نادرست

$CaO + H_2O \rightarrow Ca(OH)_2 \rightarrow Ca^{2+} + 2OH^-$ نادرست

$K_2O + H_2O \rightarrow 2KOH \rightarrow 2K^+ + 2OH^-$ درست

$N_2O_5 + H_2O \rightarrow 2HNO_3 \rightarrow 2H^+ + 2NO_3^-$ درست

$SO_3 + H_2O \rightarrow H_2SO_4 \rightarrow 2H^+ + SO_4^{2-}$ نادرست

$Li_2O + H_2O \rightarrow 2LiOH \rightarrow 2Li^+ + 2OH^-$ درست

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ تفکیک مواد در آب) (متوسط)

۱۰۱- گزینه «۴» ـ

الف) اغلب داروها، ترکیب‌های شیمیایی با خاصیت اسیدی یا بازی هستند.

ب) اغلب میوه‌ها اسیدی هستند و در آن‌ها $[OH^-] < [H_3O^+]$.

پ) شیمیدان‌ها، مدت‌ها پیش از آن‌که ساختار اسیدها و بازها شناخته شوند، با ویژگی‌های هر کدام آشنا بودند.

ت) بدون شرح! (میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ مقدمه اسید و باز) (متوسط)

۱۰۲- گزینه «۳» ـ بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

$$\underbrace{CaCl_2}_{\text{۳×۰/۳=۰/۹ یون}} > \underbrace{NaCl}_{\text{۲×۰/۴=۰/۸ یون}}$$

گزینه «۲»: شکر در آب فقط به‌صورت مولکولی حل می‌شود.

گزینه «۴»: اسیدها را بر مبنای میزان یونشی که به هنگام حل شدن در آب دارند به اسیدهای قوی و ضعیف دسته‌بندی می‌کنند.

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ یونش و رسانایی) (متوسط)

۱۰۳- گزینه «۲» ـ موارد (ب) و (پ) درست می‌باشد.

الف) NH_3 خاصیت بازی دارد.

ب) باران اسیدی خاصیت اسیدی دارد.

پ) SO_2 و NO_x با آب باعث تولید باران اسیدی می‌شود.

ت) آهک (CaO) یک اکسید فلزی (بازی) است. (میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ اسیدی شدن خاک) (آسان)

۱۰۴- گزینه «۲» ـ براساس متن و جدول کتاب درسی:

قدرت اسیدی اسیدهای قوی: $HI > HBr > HCl > H_2SO_4 > HNO_3$

قدی اسیدی اسیدهای ضعیف: $HF > HNO_2 > HCOOH > CH_3COOH > H_2CO_3 > HCN$

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ قدرت اسیدی) (متوسط)

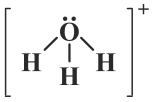
۱۰۵- گزینه «۲» ـ بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: رسانایی یک اسید یا باز تابع قدرت و غلظت است، پس همه اسیدها و بازها الزاماً رسانای خوبی نیستند.

گزینه «۲»: هرچه $k_a \uparrow \Leftarrow$ اسید قوی‌تر

گزینه «۳»: قدرت اسیدها به غلظت آن‌ها بستگی ندارد.

گزینه «۴»: در یون هیدرونیم، H به آرایش هشتایی نمی‌رسد.



(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ قدرت اسیدی) (متوسط)

۱۰۶- گزینه «۱» ـ

$$[H^+] = ۰/۰۰۴ = ۰/۰۹۶ - ۰/۱ \text{ مولکول یونیده شده}$$

$$\alpha = \frac{۰/۰۰۴}{۰/۱} = ۰/۰۴$$

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ درجه یونش) (آسان)

۱۰۷- گزینه «۴» ـ در یکا k:

۱- توان‌ها یکسان باشد (از نظر عددی).

۲- معکوس (مثبت و منفی) هم باشند. (میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ یکای k) (آسان)

۱۰۸- گزینه «۳» ـ

$$\%\alpha = \frac{[H^+]}{M} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۱/۴ = \frac{x}{۰/۱} \times ۱۰۰ \Rightarrow x = ۱/۴ \times ۱۰^{-۳}$$

$$\left[\frac{\text{تعداد یـــون}}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}}\right] = \left[\frac{۱/۴ \times ۱۰^{-۳} \times ۵\,L}{۱}\right] \Rightarrow \text{تعداد یون} = ۴/۲ \times ۱۰^{۲۱}$$

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ یونش و استوکیومتری) (متوسط)

۱۰۹- گزینه «۴» ـ

$$k_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \Rightarrow ۴/۵\times ۱۰^{-۴} = \frac{۰/۵\times\alpha^2}{1-\alpha} \Rightarrow$$

از آن جایی که $k_a < ۱۰^{-۳}$ است می‌توان از $1-\alpha$ در مخرج صرف‌نظر کرد، بنابراین:

$$۴/۵\times ۱۰^{-۴} = ۰/۵\times\alpha^2 \Rightarrow \alpha = ۰/۰۳$$

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ مسائل ثابت یونش) (متوسط)

۱۱۰- گزینه «۳» ـ فقط مورد (پ) نادرست است.

در واکنش‌های برگشت‌پذیر، واکنش‌دهنده(ها) و فراورده(ها) هم‌زمان با هم حضور دارند. (میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ تعادل) (آسان)