



۱- در بین عبارتهای زیر، عبارت گویا را مشخص کنید.

$$\frac{3x-5}{2x^2+1}, \frac{x}{x-1}, \frac{4x+5}{4}, -\frac{c}{d}, \frac{3+\sqrt{x}}{x-3}, \frac{|x-y|}{x^2+y^2}$$

۲- عبارتهای گویای زیر به ازای چه مقادیری از x تعریف شده نیستند؟

$$۱) \frac{3x^2-1}{2x-4} =$$

$$۲) \frac{5x+3}{(x-1)(2-x)} =$$

$$۳) \frac{x^2+5x^2}{x^2-7x+12} =$$

$$۴) \frac{3}{(x-1)(9x^2-4)} =$$

۳- هر کدام از عبارتهای زیر را ساده کنید. (تمامی کسرها تعریف شده هستند.)

$$۱) \frac{9a+6}{6a+4} =$$

$$۲) \frac{x^2-25}{5-x} =$$

$$۳) \frac{-m^2-3m+4}{m^2+5m+4} =$$

$$۴) \frac{x^4-x^2}{x^3-x^2-2x} =$$

۴- حاصل عبارتهای زیر را به سادهترین صورت ممکن بنویسید.

$$۱) \frac{x^2-2x-3}{x^2+3x+2} \times \frac{x^2+x-2}{x^2-4x+3} =$$

$$۲) \frac{m^2+5m}{m^2-5m} \div \frac{m^2+5m^2}{m^2-5m^2} =$$

۵- حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$۱) \frac{-a-1}{a-1} + \frac{2a^2+2a}{a^2-1} =$$

$$۲) \frac{a(a-6)+4}{a^2-6a+8} - \frac{a-2}{a-4} =$$



۶- دو عبارت گویا بنویسید که:

الف) حاصل ضرب آن‌ها $\frac{m+3}{m-2}$ شود.

ب) حاصل تفاضل آن‌ها $\frac{m+5}{m+1}$ شود.

۷- به کمک تقسیم چندجمله‌ای بر یکجمله‌ای حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$۱) \frac{۱۲a^۳ + ۲a + ۱۰}{۶} =$$

$$۲) \frac{۳x^۳y^۵ + ۵x^۲ - ۶y^۲}{xy^۲} =$$

۸- در تقسیم‌های زیر خارج قسمت و باقی‌مانده را مشخص کنید.

$$۱) ۳x^۴ + ۲x^۳ - x \left| \begin{array}{l} x^۲ - ۱ \\ \hline \end{array} \right.$$

$$۲) x^۳ - ۲ + ۲x^۲ - x \left| \begin{array}{l} x + ۱ \\ \hline \end{array} \right.$$

۹- در یک تقسیم، مقسوم‌علیه $۳x - ۱$ و خارج قسمت $x^۲ + ۳x - ۱$ و باقی‌مانده ۷ شده است. مقسوم را به دست آورید.

۱۰- اگر چندجمله‌ای $a + x + ۳x^۲ - ۳x^۳$ بر $x - ۳$ بخش‌پذیر باشد. مقدار a را به دست آورید.

۱ - تمامی موارد به جز $\frac{3+\sqrt{x}}{x-3}$ گویا هستند. این دو عبارت به دلیل وجود رادیکال و قدرمطلق گویا نیستند.

۲ - باید در هر کدام از عبارات مخرج کسر را برابر صفر قرار دهیم. به ازای مقادیری از x که مخرج صفر شود، می‌گوییم کسر تعریف نشده است. بنابراین مقادیری که هر کدام از عبارت‌ها در آن‌ها تعریف نشده‌اند را مشخص می‌کنیم:

$$۱) 2x - 4 = 0 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

نکته: وقتی ضرب دو عبارت صفر شود قطعاً یکی یا هر دوی آن‌ها صفر بوده‌اند.

$$۲) (x-1)(2-x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ \text{یا} \\ 2-x=0 \Rightarrow x=2 \end{cases}$$

$$۳) x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-3=0 \Rightarrow x=3 \\ \text{یا} \\ x-4=0 \Rightarrow x=4 \end{cases}$$

$$۴) (x-1)(9x^2 - 4) = 0 \Rightarrow (x-1)(3x-2)(3x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ \text{یا} \\ 3x-2=0 \Rightarrow x=\frac{2}{3} \\ \text{یا} \\ 3x+2=0 \Rightarrow x=-\frac{2}{3} \end{cases}$$

-۳

$$۱) \frac{9a+6}{6a+4} = \frac{3(3a+2)}{2(3a+2)} = \frac{3}{2}$$

$$۲) \frac{x^2 - 25}{5-x} = \frac{(x-5)(x+5)}{-(x-5)} = \frac{x+5}{-1} = -x-5$$

$$۳) \frac{-m^2 - 3m + 4}{m^2 + 5m + 4} = \frac{-(m^2 + 3m - 4)}{(m+4)(m+1)} = \frac{-(m+4)(m-1)}{(m+4)(m+1)} = \frac{-(m-1)}{m+1} = \frac{1-m}{m+1}$$

$$۴) \frac{x^4 - x^2}{x^3 - x^2 - 2x} = \frac{x^2(x^2 - 1)}{x(x^2 - x - 2)} = \frac{x^2(x-1)(x+1)}{x(x-2)(x+1)} = \frac{x(x-1)}{x-2}$$

$$۱) \frac{(x-3)(x+1)}{(x+2)(x+1)} \times \frac{(x-1)(x+2)}{(x-3)(x-1)} = 1$$

$$۲) \frac{m^2 + \Delta m}{m^2 - \Delta m} \times \frac{m^2 - \Delta m^2}{m^2 + \Delta m^2} = \frac{m(m+\Delta)}{m(m-\Delta)} \times \frac{m^2(m-\Delta)}{m^2(m+\Delta)} = 1$$

راه حل دوم:

$$\frac{m(m+\Delta)}{m(m-\Delta)} \div \frac{m^2(m+\Delta)}{m^2(m-\Delta)} = \frac{m+\Delta}{m-\Delta} \div \frac{m+\Delta}{m-\Delta} = 1$$

۵- ابتدا هر کسر را در صورت امکان ساده می‌کنیم سپس مخرج مشترک می‌گیریم.

$$۱) \frac{-a-1}{a-1} + \frac{2a(a+1)}{(a-1)(a+1)} = \frac{-a-1}{a-1} + \frac{2a}{a-1} = \frac{a-1}{a-1} = 1$$

$$۲) \frac{a^2 - 6a + 4}{(a-4)(a-2)} - \frac{(a-2)}{a-4} = \frac{a^2 - 6a + 4}{(a-4)(a-2)} - \frac{-(a-2)(a-2)}{(a-4)(a-2)} = \frac{a^2 - 6a + 4}{(a-4)(a-2)} - \frac{-(a^2 - 4a + 4)}{(a-4)(a-2)}$$

$$= \frac{a^2 - 6a + 4 + a^2 - 4a + 4}{(a-4)(a-2)} = \frac{2a^2 - 10a + 8}{(a-4)(a-2)} = \frac{2(a^2 - 5a + 4)}{(a-4)(a-2)} = \frac{2(a-4)(a-1)}{(a-4)(a-2)} = \frac{2(a-1)}{a-2}$$

۶- مسئله پاسخ‌های فراوانی دارد به عنوان مثال پاسخ‌های زیر ارائه می‌گردد:

$$الف) \frac{m}{m-2}, \frac{m+3}{m} \Rightarrow \frac{m}{m-2} \times \frac{m+3}{m} = \frac{m+3}{m-2}$$

$$ب) \frac{2m+9}{m+1}, \frac{m+4}{m+1} \Rightarrow \frac{2m+9}{m+1} - \frac{m+4}{m+1} = \frac{2m+9-m-4}{m+1} = \frac{m+5}{m+1}$$

$$۱) \frac{12a^3 + 2a + 10}{6} = \frac{12a^3}{6} + \frac{2a}{6} + \frac{10}{6} = 2a^3 + \frac{a}{3} + \frac{5}{3}$$

$$۲) \frac{3x^3y^5 + 5x^2y^2 - 6y^2}{xy^2} = \frac{3x^3y^5}{xy^2} + \frac{5x^2y^2}{xy^2} - \frac{6y^2}{xy^2} = 3x^2y^3 + \frac{5x}{y^2} - \frac{6}{x}$$

۸- ابتدا مقسوم را بر حسب توان‌های نزولی x مرتب می‌کنیم. سپس تقسیم را انجام می‌دهیم.

$$\begin{array}{r}
 1) \quad 3x^3 + 2x^2 - x \quad | \quad x^2 - 1 \\
 \underline{\pm 3x^3 \mp 3x^2} \\
 2x^2 + 3x^2 - x \\
 \underline{\pm 2x^2 \mp 2x} \\
 3x^2 + x \\
 \underline{\pm 3x^2 \mp 3} \\
 x + 3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2) \quad x^3 + 2x^2 - x - 2 \quad | \quad x + 1 \\
 \underline{\pm x^3 \pm x^2} \\
 x^2 - x - 2 \\
 \underline{\pm x^2 \mp x} \\
 -2x - 2 \\
 \underline{\mp 2x \mp 2} \\
 \dots
 \end{array}$$

باقیمانده + خارج قسمت \times مقسوم‌علیه = مقسوم

۹- از رابطه‌ی تقسیم داریم:

پس داریم:

$$\text{مقسوم} = (3x-1)(x^2+3x-1)+7 = 3x^3+9x^2-3x-x^2-3x+1+7 = 3x^3+8x^2-6x+8$$

-۱۰

راه حل اول:

تقسیم را انجام می‌دهیم سپس مقدار باقی‌مانده را برابر صفر در نظر می‌گیریم:

$$\begin{array}{r}
 x^3 - 3x^2 - x + 1 + a \quad | \quad x - 3 \\
 \underline{\pm x^3 \mp 3x^2} \\
 -x + 1 + a \\
 \underline{\mp x \pm 3} \\
 -2 + a
 \end{array}$$

$$\Rightarrow -2 + a = 0 \Rightarrow a = 2$$

راه حل دوم:

نکته: هرگاه عبارتی بر $x - b$ بخش‌پذیر باشد، مقدار عبارت به ازای $x = b$ برابر صفر می‌شود.

اکنون برای این‌که عبارت بر $x - 3$ بخش‌پذیر باشد باید عبارت به ازای $x = 3$ برابر صفر شود.

$$x = 3: \quad 3^3 - 3(3^2) - 3 + 1 + a = 0 \Rightarrow 27 - 27 - 2 + a = 0 \Rightarrow a = 2$$