حل معادله: یافتن مقدار یا مقادیر مجهول در معادله

معادله درجه ۱: توان مجهول ۱ باشد. ① $5x + 4 = 10$

معادله درجه ۲: بزرگترین توان مجهول ۲ باشد ② $x^2 - 1 = 8$

* تمرکز ما روی حل معادلات درجه ۱ است اما گاهی هم به معادلات درجه ۲ ساده خواهیم رسید.

□ روش کلی حل معادله:

$3x - 1 = x + 5$

3x: مجهول — -1: معلوم — x: مجهول — +5: معلوم

① مقادیر مجهول را به طرف تساوی و مقادیر معلوم را طرف دیگر تساوی نگه می‌داریم.

* انتقال یک جمله از یک طرف تساوی به طرف دیگر: قرینه شدن

$3x - x = +1 + 5$

$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$

② تقسیم طرفین تساوی بر ضریب مجهول

$x = 3$

مثال: معادلات زیر را حل کنید.

① $x + 10 = 4$

$x = 4 - 10$

$\boxed{x = -6}$

② $x - \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$

$x = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} + \frac{2 \times 2}{3 \times 2}$

$x = \frac{3 + 4}{6} = \frac{7}{6}$

$\boxed{x = \frac{7}{6}}$

(۳) $۲x - ۳ = x + ۱۱$

$-۳ - ۱۱ = x - ۲x$

$\frac{-۱۴}{-۱} = \frac{-x}{-۱}$

$۱۴ = x$

ل: $۲x - x = ۱۱ + ۳$

$x = ۱۴$

(۴) $-۴x + ۴ = -۱۲$

$-۴x = -۱۲ - ۴$

$\frac{-۴x}{-۴} = \frac{-۱۶}{-۴}$

$x = ۴$

(۵) $\frac{\frac{۳}{۲}x}{\frac{۳}{۲}} = \frac{۲۴}{\frac{۳}{۲}}$ $\Rightarrow x = \frac{۲۴ \times ۲}{۱ \times ۳} = ۲۸ \Rightarrow x = ۲۸$

ل: $\frac{۳}{۲}x = ۲۴ \Rightarrow x = \frac{۲۴ \times ۲}{۱ \times ۳} = ۲۸$

(۶) $\frac{۲}{۳}x + ۳ = ۱۵$

$\frac{۲}{۵}x = ۱۵ - ۸$

$\frac{\frac{۲}{۵}x}{\frac{۲}{۵}} = \frac{۱۰}{\frac{۲}{۵}}$ $\Rightarrow x = \frac{۱۰}{\frac{۲}{۳}} \Rightarrow x = \frac{۵۰ \times ۵}{۱ \times ۲} = ۲۵$

ل: $\frac{۲}{۵}x = ۱۰ \Rightarrow x = \frac{۵ \times ۱۰}{۲ \times ۱} = ۲۵$

(٧) $4x - 10 = x - 10$

$4x - x = -10 + 10$

$\frac{3x}{3} = \frac{0}{3}$

$x = 0$

(٨) $\frac{5}{7}x - \frac{1}{4} = \frac{3}{2}$

$\frac{5}{7}x = \frac{3}{2} + \frac{1}{4}$

$\frac{5}{7}x = \frac{6}{4} + \frac{1}{4}$

$\frac{5}{7}x = \frac{7}{4} \Rightarrow x = \frac{7 \times 7}{4 \times 5} = \frac{49}{20} \Rightarrow \boxed{x = \frac{49}{20}}$

(٩) $5x + 10 = 2x + 9$

$5x - 2x = 9 - 10$

$\frac{3x}{3} = \frac{-1}{3}$

$\boxed{x = -\frac{1}{3}}$

(١٠) $4 + 3 + 1 = -2x - 10x - 12x$

$\frac{8}{-24} = \frac{-24x}{-24}$

$x = -\frac{8^1}{24_3} \Rightarrow \boxed{x = -\frac{1}{3}}$

نکته: ظاهر لازم است ابتدا عبارات جبری را ساده کنیم.

(۱۱) $۲(x-۱)+۴ = ۳(۲x-۳)$

$۲x-۲+۴ = ۶x-۹$

$-۲+۴+۹ = ۶x-۲x$

$\frac{۱۱}{۴} = \frac{۴x}{۴}$

$x = \frac{۱۱}{۴}$

یا: $۲x-۶x = -۹-۴+۲$

$\frac{-۴x}{-۴} = \frac{-۱۱}{-۴}$

$x = \frac{۱۱}{۴}$

(۱۲) $-(۴-x)+۳x = ۲(x+۱)$

$-۴+x+۳x = ۲x+۲$

$x+۳x-۲x = ۲+۴$

$\frac{۲x}{۲} = \frac{۶}{۲}$

$x = ۳$

معادلات کسری:

در عبارات موجود در معادله دارای مخرج بودند، ابتدا دو طرف تساوی را در ک.م.م مخرج ها ضرب می‌کنیم تا مخرج ها از بین بروند و معادله ساده شود. البته می‌توان مخرج مشترک نیز گرفت یا در بعضی موارد، طرفین وسطین نیز انجام داد.

(١٣) $\left(\frac{٥x-٢٠}{١٠} = \frac{٢x-١}{٣}\right) \times ٣٠$

٣ ، ١٠

$\frac{٣٠}{١} \times \frac{٥x-٢٠}{١٠} = \frac{٣٠}{١} \times \frac{٢x-١}{٣}$

$٣(٥x-٢٠) = ١٠(٢x-١)$

$١٥x - ٦٠ = ٢٠x - ١٠$

$١٥x - ٢٠x = ٦٠ - ١٠$

$\frac{-٥x}{-٥} = \frac{٥٠}{-٥}$

$x = -١٠$

طريقة ثانية:

$\frac{٥x-٢٠}{١٠} = \frac{٢x-١}{٣}$

$٣(٥x-٢٠) = ١٠(٢x-١)$

⋮

(١٤) $\left(\frac{٢}{٣}x - \frac{٣}{٢} = \frac{١}{٤}\right) \times ١٢$

٤ ، ٦ ، ٣

$\frac{١٢}{١} \times \frac{٢}{٣}x - \frac{١٢}{٢} \times \frac{٣}{١} = \frac{١٢}{٤} \times \frac{١}{١}$

$٨x - ١٨ = ٣$

$٨x = ٣ + ١٨$

$\frac{٨x}{٨} = \frac{٢١}{٨} \Rightarrow x = \frac{٢١}{٨}$

$٤ \times ٢x - ٦ \times ٣ = ٣ \times ١$

طريقة ثانية:

$\frac{٢}{٣}x = \frac{١}{٤} + \frac{٣ \times ٢}{٤ \times ٢}$

$\frac{٢}{٣}x = \frac{١+٦}{٤}$

$\frac{\frac{٢}{٣}x}{\frac{٢}{٣}} = \frac{\frac{٧}{٤}}{\frac{٢}{٣}}$

$x = \frac{٧ \times ٣}{٤ \times ٢} = \frac{٢١}{٨}$

(١٥) $\left(\frac{1}{3}x - \frac{5}{8} = \frac{9}{12}x\right) \times 24$

$$8 \times \frac{1}{3}x - 3 \times \frac{5}{8} = 2 \times \frac{9}{12}x$$

$$8x - 15 = 18x$$

$$-15 = -8x + 18x$$

$$\frac{-15}{10} = \frac{10x}{10} \Rightarrow x = -\frac{15}{10} = -\frac{3}{2}$$

(١٦) $\left(\frac{2x+1}{1} + \frac{9-x}{3} = \frac{3x}{1}\right) \times 3$