

گزینه ۱

۱

الف) -۱ ب) ۱۰ ج) -۹

$$(-1) + 10 + (-9) = 0$$

گزینه ۴

۲

مخرج‌ها را به صورت ضرب دو عدد طبیعی می‌نویسیم.

$$\frac{78}{65} - \frac{68}{85} + \frac{38}{95} = \frac{\cancel{6} \times \cancel{13}}{5 \times \cancel{13}} - \frac{\cancel{4} \times \cancel{17}}{5 \times \cancel{17}} + \frac{\cancel{2} \times \cancel{19}}{5 \times \cancel{19}} = \frac{4}{5} = \frac{8}{10} = 0/8$$

گزینه ۳

۳

حداکثر ۵ تقسیم باید انجام شود. باید بر عددهای اول ۲، ۳، ۵، ۷ و ۱۱ تقسیم شود.

گزینه ۳

۴

حالت‌های مختلف را می‌توانیم آزمایش کنیم. در حالت زیر کمترین مقدار به دست می‌آید:

$$(-3) \square + 2 \square + 5 \square (-1) \square \times 8 = (-3) + 2 + \underbrace{5 \times (-1) \times 8}_{-40} = -3 + 2 - 40 = -41$$

گزینه ۳

۵

گزینه ۳ نادرست است. ۴ و ۹ اعداد مرکب هستند و نسبت به هم اول‌اند.

گزینه ۱

۶

باید سه برابر باشد تا حاصل یک شود.

$$(\bigcirc = 2, \square = 6), (\bigcirc = 3, \square = 9), (\bigcirc = 4, \square = 12), (\bigcirc = 5, \square = 15)$$

۴ جفت عدد منفی با همین اعداد وجود دارد، پس ۸ جفت عدد وجود دارد.

گزینه ۲

۷

$$\frac{(a+1+3a-2) \times 2a}{2} = (4a-1) \times a = 4a^2 - a$$

گزینه ۴

۸

شمارنده‌های اول هریک از اعداد را می‌نویسیم و باهم جمع می‌کنیم تا کمترین مشخص شود.

$$۸۴ \Rightarrow ۲ + ۳ + ۷ = ۱۲$$

$$۱۳ \Rightarrow ۱۳$$

$$۶۰ \Rightarrow ۲ + ۳ + ۵ = ۱۰$$

$$۶۴ \Rightarrow ۲$$

گزینه ۴

۹

$$\frac{۵}{۳}, \frac{۲}{۷} \Rightarrow \frac{۲۰}{۱۲}, \frac{۲۰}{۷۰}$$

باید تعداد اعداد بین ۱۲ و ۷۰ را به دست آوریم.

$$۱۳, ۱۴, ۱۵, \dots, ۶۹ \Rightarrow \frac{۶۹ - ۱۳ + ۱}{۱} = ۵۷$$

گزینه ۳

۱۰

مخرج کسرها را به ۲۰ تبدیل می‌کنیم.

$$\frac{۱}{۴}, \frac{۳}{۵} \Rightarrow \frac{۵}{۲۰}, \frac{۱۲}{۲۰}$$

اعداد، $\frac{۶}{۲۰}$ ، $\frac{۷}{۲۰}$ ، $\frac{۸}{۲۰}$ ، $\frac{۹}{۲۰}$ ، $\frac{۱۰}{۲۰}$ و $\frac{۱۱}{۲۰}$ بین آنها قرار دارد ۶ عدد می‌باشد.

گزینه ۲

۱۱

$$S \text{ دوزنقه} = \frac{(2a+1+3a-5) \times 4}{2} = (5a-4) \times 2 = 10a-8$$

$$S \text{ مثلث سفید} = \frac{(3a-5) \times 4}{2} = 2(3a-5) = 6a-10$$

$$S \text{ رنگی} = 10a-8 - (6a-10) = 10a-8-6a+10 = 4a+2$$

گزینه ۳

۱۲

مجموع ارقام ۵: ۵، ۵، ۲۳، ۳۲، ۴۱، ۱۴، ۵، ۲۳ و ۴۱ اول می‌باشند.

۴۷، ۴۳، ۴۱، ۳۷، ۳۱ : اعداد اول

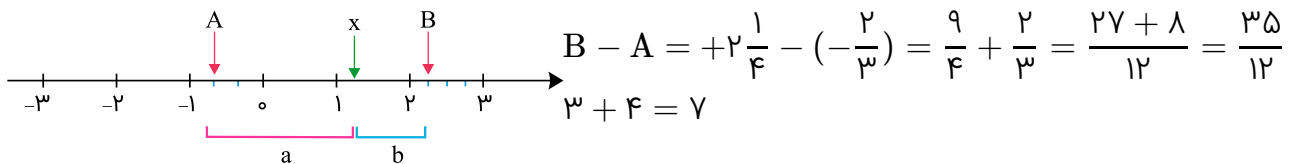
عدد ۸۷ در مضارب ۳ خط می‌خورد، پس عدد بعدی که خط می‌خورد ۹۳ است.

ابتدا به اندازه $1\frac{1}{3}$ به جلو سپس $2\frac{1}{3}$ به عقب و در آخر $3\frac{1}{3}$ به جلو رفته است.

$$1\frac{1}{3} - 2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{3}$$

$$\left. \begin{aligned} y &= -2(0)^2 + 3 \Rightarrow y = 3 \\ y &= -2(1)^2 + 3 \Rightarrow y = 1 \\ y &= -2(2)^2 + 3 \Rightarrow y = -5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3 + 1 + (-5) = -1$$

فاصله دو نقطه A تا B را به دست می‌آوریم و به کمک یک تناسب فاصله این نقطه تا A و B را محاسبه می‌کنیم.
(نقطه x، فرضی در نظر گرفته شده است.)



بنابراین فاصله A تا B را به هفت قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{35}{12} = \frac{35}{12 \times 7} = \frac{5}{12}$$

$$\begin{cases} a = 3 \times \frac{5}{12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} \\ b = 4 \times \frac{5}{12} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$x = B - b = 2 - \frac{5}{3} = \frac{6}{3} - \frac{5}{3} = \frac{1}{3}$$

پس نقطه مورد نظر $\frac{1}{3}$ است.

اعداد خط خورده به ترتیب: ۴, ۶, ۸, ۱۰, ۱۲

$$۱۲ + ۴ + ۶ + ۸ + ۱۰ = ۴۰$$

(۲, ۴), (۴, ۶), (۶, ۸), (۸, ۱۰), (۱۰, ۱۲), (۱۲, ۱۴), (۱۴, ۱۶), (۱۶, ۱۸)

می‌توان گفت تمامی جفت اعداد زوج متوالی دارای این ویژگی می‌باشند.

$$(2x - y)(x + 2y) - 2x(x + y) = \cancel{2x^2} + 4xy - xy - 2y^2 - \cancel{2x^2} - 2xy = xy - 2y^2$$

$$\frac{1 - \frac{2 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3}}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = \frac{1 - \frac{\frac{3}{2}}{\frac{2}{3}}}{\frac{1}{6}} = \frac{1 - \frac{9}{4}}{\frac{1}{6}} = \frac{-\frac{5}{4}}{\frac{1}{6}} = \frac{-\frac{30}{4}}{1} = -\frac{15}{2}$$

اختلاف این عدد با یک را به دست می‌آوریم:

$$1 - \left(-\frac{15}{2}\right) = 1 + \frac{15}{2} = \frac{17}{2}$$

$$\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{20}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \cdots \times \frac{19}{20} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

$$(2 - 8 \div 2) - [3 - (2 - 3) - 5] = (2 - 4) - [3 + 1 - 5] = -2 - (-1) = -1$$

طبق تعریف اعداد صحیح $\frac{0}{3} = 0$, $\sqrt{9} = 3$, $\frac{4}{2} = 2$, -8 , 4 عدد صحیح داریم.
 طبق تعریف اعداد گویا: $\frac{0}{3} = 0$, $\sqrt{9} = 3$, $\frac{4}{2} = 2$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{7} - 2 = \frac{3}{7}$, $\sqrt{9} = 3$, -8 , 6 عدد گویا داریم.

چون مجموع سه عدد اول زوج شده پس یکی از اعداد (کوچکترین عدد) ۲ است.

$$۳۲ - ۲ = ۳۰$$

پس مجموع دو عدد دیگر ۳۰ است.

$$\square - ۲ = ۱۵ \Rightarrow \square = ۱۷$$

بزرگترین عدد ۱۷ و عدد دیگر ۱۳ است.

گزینه ۳ صحیح است.

$$-۲\frac{۲}{۳} \times \square = ۱ \Rightarrow \square = -۲\frac{۲}{۳} \text{ معکوس}$$

$$-۲\frac{۲}{۳} = -\frac{۸}{۳} \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{۳}{۸}$$

$$-۱\frac{۱}{۳} \times \square = -۱ \Rightarrow \square = -۱\frac{۱}{۳} \text{ معکوس و قرینه}$$

$$-۱\frac{۱}{۳} = -\frac{۴}{۳} \xrightarrow{\text{معکوس و قرینه}} \frac{۳}{۴}$$

$$\text{مجموع} = -\frac{۳}{۸} + \frac{۳}{۴} = \frac{-۳+۶}{۸} = \frac{۳}{۸}$$

$$\frac{(a, b) \times [b, c]}{[(a, b), c]} = \frac{b \times b}{[b, c]} = \frac{b^2}{b} = b$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه الف: هر عدد گویا، یک عدد صحیح نیست. $\frac{۳}{۵}$ یک عدد گویا است ولی صحیح نیست.

گزینه ب: هر عدد صحیح، یک عدد گویا است. هر عدد صحیح را می‌توان به صورت کسر نوشت پس این جمله صحیح است.

گزینه پ: اعداد صحیح فقط شامل اعداد مثبت، منفی و صفر هستند. درحالی که اعداد گویا شامل کسرهایی مانند $\frac{۲}{۵}$ ، $\frac{۱}{۳}$ و ... هستند. پس اعداد گویا بیشتر از اعداد صحیح‌اند و این جمله غلط است.

گزینه ت: همه اعداد گویا قرینه دارند ولی معکوس ندارند مانند عدد صفر.

گزینه ۳

۳۰

برای اینکه کوچکترین کسر شود باید طوری حذف کنیم که صورت کوچکترین عدد و مخرج بزرگترین عدد به دست آید. پس از صورت ۵ و از مخرج ۲ را حذف می‌کنیم.

$$\frac{42}{57} = \frac{14}{19}$$

$$\text{اختلاف} : 19 - 14 = 5$$

گزینه ۲

۳۱

$$2\frac{1}{3} \xrightarrow{\text{قرینه}} -2\frac{1}{3}$$

$$\text{فاصله} : -\frac{1}{2} - (-2\frac{1}{3}) = -\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} = -\frac{1}{2} + \frac{7}{3} = \frac{-3 + 14}{6} = \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}$$

گزینه ۴

۳۲

اعداد صحیح فرد بین -۷ و +۱۴ عبارت‌اند از: ۱۳، ۱۱، ۹، ۷، ۵، ۳، ۱، -۱، -۳، -۵ که شامل ۱۰ عدد است.

گزینه ۳

۳۳

ابتدا باید ببینیم که چند عدد صحیح داریم.

$$-12, -11, -10, \dots, 5$$

۱۲ عدد منفی، ۵ عدد مثبت و یک عدد صفر که در مجموع ۱۸ عدد داریم که ۱۶ تای آنها در دسته‌های ۴ تایی قرار می‌گیرند و ۲ عدد اضافی می‌ماند.

گزینه ۲

۳۴

$$[10, 6] = 30$$

تعداد شمارنده‌های ۳۰، شمارنده‌های قطعی عدد موردنظر است.

$$1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$$

پس غیر از ۱۰ و ۶، قطعاً ۶ شمارنده دیگر دارد.

گزینه ۳

۳۵

در صورت همه‌الگوها از عدد فرد و در مخرج نیز عدد زوج استفاده شده است. پس: $\frac{2n-1}{2n}$ می‌توانیم $n=1$ و $n=2$ را در تمام گزینه‌ها جایگذاری کنیم تا عبارت جبری مناسب به دست آید.

گزینه ۳

۳۶

گزینه "۳" همیشه این‌گونه نیست، مانند ۳ و ۹ که ب.م.ا آنها ۳ است، پس نسبت به هم اول نیستند.

گزینه ۱

۳۷

$$(x - y)(x + y) + y^2 - 2x = x^2 + xy - xy - y^2 + y^2 - 2x = x^2 - 2x \xrightarrow{x=3} 9 - 6 = 3$$

گزینه ۴

۳۸

اعدادی را می‌یابیم که در تجزیه آنها فقط ۲ و ۳ باشد.

$$12 = 2^2 \times 3, 18 = 2 \times 3^2, 24 = 2^3 \times 3, 36 = 2^2 \times 3^2$$

$$, 48 = 2^4 \times 3, 16 = 2^4, 32 = 2^5, 27 = 3^3$$

گزینه ۲

۳۹

عدد ۱۹۸ در مضارب ۲ خط می‌خورد.

عدد ۶۵ در مضارب ۵ خط می‌خورد.

اعداد ۱۰۵ و ۱۲۳ نیز در مضارب ۳ خط می‌خورد.

پس عدد ۶۵ از همه دیرتر خط می‌خورد.

گزینه ۲

۴۰

$$A - B + C = (x - 5)(x + 3) - (x - 1)(x - 1) + 3 = x^2 - 5x + 3x - 15 - (x^2 - x - x + 1) + 3$$

$$= x^2 - 2x - 15 - x^2 + 2x - 1 + 3 = -13$$

گزینه ۴

۴۱

$$\left. \begin{array}{l} -2\frac{1}{2} = -\frac{5}{2} \Rightarrow \frac{2}{5} \\ 1\frac{1}{2} = \frac{6}{5} \Rightarrow -\frac{5}{6} \\ 2\frac{1}{3} \Rightarrow -\frac{3}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2}{5} - \frac{5}{6} - \frac{3}{2} = \frac{12 - 25 - 45}{30} = \frac{-58}{30} = \frac{-29}{15}$$

گزینه ۳

۴۲

$$1 - \frac{3 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} \div \frac{1}{2} = 1 - \frac{5\frac{2}{3}}{4\frac{1}{3}} \div \frac{1}{2} = 1 - \frac{5}{4} \times 2 = 1 - \frac{5}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{الف) } (a, 1) = 1 \quad \checkmark$$

$$\text{ب) } (2, 4) = 2 \quad \times$$

ج) عدد یک، فقط یک شمارنده دارد.

د) شمارنده‌های هر عدد اول دورقمی، خودش و یک است که هر دو فرد هستند، پس جمع آن‌ها زوج است.

اعداد صحیح از -7 تا $+4$ بین دو عدد گویای $-\frac{15}{2}$ و $\frac{4}{75}$ قرار دارند.

$$-\frac{15}{2} = -7\frac{1}{2} \quad -7\frac{1}{2}, \underbrace{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4}_{\text{مجموع این اعداد}}, \frac{4}{75}$$

$$-7 - 6 - 5 = -18$$

$$1\frac{1}{2} \div \frac{3}{5} - \frac{1}{4} = \frac{3}{2} \times \frac{5}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{2} - \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{9}{4} \times \dots = -1 \Rightarrow \dots = -\frac{4}{9}$$

اول : ۲۳ ، ۲۹ ، ۳۱

۱۵ عدد وجود دارد که ۳تای آن‌ها اول است، پس ۱۲ اتم مرکب می‌باشد.

$$\text{نسبت : } \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

بین ۲- و ۱/۵- باید باشد. داریم:

$$-\frac{7}{3} = -2\frac{1}{3} \times$$

$$-2/3 \times$$

$$-1\frac{1}{5} = -1/2 \times$$

$$-1/5 \times$$

$$-\frac{5}{4} = -1\frac{1}{4} = -1/25 \times$$

$$-8 - \underbrace{4 \div (-2)}_{-2} + 1 + \underbrace{(-9) \div 3}_{-3} = -8 + 2 + 1 - 3 = -8$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x = -1$$

$$2x(x-2) - x(x-1) - 3 = 2x^2 - 4x - x^2 + x - 3 = x^2 - 3x - 3 = -1 - 3 = -4$$

$$\sqrt{227} \simeq 15/\dots$$

پس باید بر ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱ و ۱۳ تقسیم کنیم که به ۶ تقسیم نیاز است.

۱۹۵ آخرین مضرب ۳ است که خط می‌خورد پس وارد مضارب ۵ می‌شویم. اولین مضرب ۵ که در مرحله حذف مضارب ۵ خط می‌خورد ۲۵ است.

و بدین ترتیب ۳۵، ۵۵، ۶۵ و ... خط می‌خورند، پس سومین عدد ۵۵ است.

$$(12 - 18 \div 3) \div (5 - 3 \times 2 - 1) = (12 - 6) \div (5 - 6 - 1) = 6 \div (-2) = -3$$

$$4n - 1$$

عدد بیستم $5 + 7 + 9 + \dots +$

$$\frac{\text{عدد بیستم} - 5}{2} + 1 = 20 \Rightarrow \text{عدد بیستم} - 5 = 38 \Rightarrow \text{عدد بیستم} = 43$$

$$\text{مجموع} = \frac{5 + 43}{2} \times 20 = 480$$

$$\frac{(a + a + 3) \times 4}{2} = (2a + 3) \times 2 = 4a + 6$$

می‌توانیم در گزینه‌ها جایگذاری کنیم.

$$1) n = 1 \Rightarrow 2, n = 2 \Rightarrow 5 \times$$

$$2) n = 1 \Rightarrow 3 \times$$

$$3) n = 1 \Rightarrow 2, n = 2 \Rightarrow 6$$

$$4) n = 1 \Rightarrow 0 \times$$

پس گزینه ۳ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} (a + 5)(a - 3) &= a^2 + 5a - 3a - 15 = a^2 + 2a - 15 \\ -a(a + 2) &= -a^2 - 2a \end{aligned} \right\} \Rightarrow a^2 + 2a - 15 - a^2 - 2a + 9 = -6$$

$$-\frac{24}{3} + \frac{2}{5} = -8 + \frac{2}{5} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{-40}{5} + \frac{2}{5} = -\frac{38}{5} = -7\frac{3}{5}$$

$$\frac{\frac{2}{3} \div \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)}{\frac{1}{4} - \frac{2}{5} \times \frac{10}{3}} = \frac{\frac{2}{3} \div \frac{1}{6}}{\frac{1}{4} - \frac{4}{3}} = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{6}{1}}{\frac{-13}{12}} = \frac{\frac{4}{1}}{\frac{-13}{12}} = -\frac{48}{13}$$

$$-\frac{48}{13} \times \dots = 1 \Rightarrow \dots = -\frac{13}{48}$$

می‌توانیم حالت‌های مختلف را امتحان کنیم ولی حالت زیر بیشترین حاصل را دارد.

$$36 + (-18) \div 9 + 3 = 36 + \underbrace{(-18) \div 9}_{-2} + 3 = 36 - 2 + 3 = 37$$

آخرین مضرب ۵ باید در مرحله حذف مضارب ۵ خط بخورد.

در مرحله حذف مضارب ۲: ۲۰۰

در مرحله حذف مضارب ۳: ۱۹۵

در مرحله حذف مضارب ۲: ۱۹۰

در مرحله حذف مضارب ۵: ۱۸۵

$$\underbrace{-1 + 2}_{+1} - \underbrace{3 + 4}_{+1} - \dots - \underbrace{27 + 28}_{+1}$$

۱۴ دسته می‌شود \Rightarrow ۲۸ عدد داریم

$$14 \times (+1) = +14$$

پس از ۲۰۰ باید مضرب ۳ را خط بزنیم که به ترتیب عبارتند از: ۲۷، ۲۱، ۱۵ و ۹

پس چهارمین عدد است.

$$\underbrace{(10-8)}_2 \underbrace{(9-7)}_2 \underbrace{(8-6)}_2 \dots \underbrace{(3-1)}_2$$

تعداد پرانتزها ۸ تا می‌باشد، پس حاصل 2^8 است.

گزینه ۴

۶۵

$$\frac{(-18) \times \overset{4}{(16)} \times \overset{1}{(-6)}}{\overset{24}{6} \times \overset{(-12)}{2} \times 14} = \frac{\overset{-3}{(-18)} \times \overset{2}{16}}{\overset{2}{6} \times \overset{1}{2} \times 14} = \frac{-6}{14} = \frac{-3}{7}$$

گزینه ۲

۶۶

$$n + 2$$

گزینه ۴

۶۷

ابتدا به کسر عادی تبدیل می‌کنیم، سپس قرینه و معکوس می‌کنیم.

$$-3 \frac{1}{5} = -\frac{16}{5} \xrightarrow{\text{قرینه}} \frac{16}{5} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{5}{16} = 0/3125$$

گزینه ۱

۶۸

$$\begin{aligned} -\frac{17}{7} &= -2 \frac{3}{7} \times & -\frac{3}{5} \times & -2/1 \times \\ -\frac{5}{3} &= -1 \frac{2}{3} \times & -\frac{\sqrt{16}}{3} = -\frac{4}{3} \checkmark & -\frac{1}{15} \times \end{aligned}$$

گزینه ۳

۶۹

$$\underbrace{-7 - 6 - \dots + 6 + 7}_{\text{عدد ۱۵}} + \underbrace{8 + 9 + 10}_{\text{عدد ۳}} = 8 + 9 + 10 = 27$$

گزینه ۱

۷۰

$$2y - 1 = xy - x + 5 \xrightarrow{x=3} 2y - 1 = 3y - 3 + 5 \Rightarrow -1 + 3 - 5 = 3y - 2y \Rightarrow y = -3$$

گزینه ۴

۷۱

در قسمت اول چون حاصل ضرب ۱ شده است، پس دو عدد معکوس هم هستند.

$$-2 \frac{1}{4} \times \square = 1 \Rightarrow -2 \frac{1}{4} = -\frac{9}{4} \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{4}{9}$$

در قسمت دوم چون حاصل ضرب -۱ شده است، پس دو عدد باید معکوس و قرینه هم باشند.

$$\bigcirc \times 4 \frac{1}{2} = -1 \Rightarrow 4 \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{2}{9} \xrightarrow{\text{قرینه}} -\frac{2}{9}$$

$$\text{مجموع: } -\frac{4}{9} + \left(-\frac{2}{9}\right) = -\frac{6}{9} = -\frac{2}{3}$$

گزینه ۴

۷۲

در گزینه‌های "۱"، "۲" و "۳"، ب.م.م. حتماً یک می‌شود، ولی در گزینه "۴" برای مثال عدد ۶ بر ۳ بخش‌پذیر است و ب.م.م آن‌ها ۳ می‌شود.

گزینه ۳

۷۳

$-۲ =$ بزرگ‌ترین عدد صحیح زوج منفی

$+۱۱ =$ کوچک‌ترین عدد صحیح فرد مثبت دورقمی

اختلاف $= +۱۱ - (-۲) = +۱۳$

گزینه ۴

۷۴

$$-۱ + \underbrace{(-۲) \times (-۳)}_{+۶} - \underbrace{(-۴) \div (-۲)}_{-۲} + \underbrace{۱ \times (-۴)}_{-۴} = -۱ + ۶ - ۲ - ۴ = -۱$$

گزینه ۳

۷۵

چون $۱۵ = ۳ \times ۵$ است، پس اعدادی را می‌نویسیم که مضرب ۳ یا ۵ نباشند.

۱, ۲, ۴, ۷, ۸, ۱۱, ۱۳, ۱۴