

۳ می‌خواهیم دور استخری به طول و عرض ۱۸ و ۱۲ متر را نرده بکشیم به طوری که فاصله نرده تا هر لبه استخر، دقیقاً ۱ متر باشد. در این صورت طول نرده برابر است با:

- (۱) ۶۸ متر (۲) ۶۸ / ۲۸ متر (۳) ۶۶ متر (۴) ۶۶ / ۲۸ متر

۴ گریه‌ای از پنجره اتاق به درون حیاطی مربع شکل به ضلع ۲۰ متر می‌افتد. چهار سگ با طناب‌هایی به طول ۱۰ متر به چهار گوشه این حیاط بسته شده‌اند. مساحتی که گریه می‌تواند از دست سگ‌ها در امان باشد، چند متر مربع است؟ ($\pi = 3$)

- (۱) ۹۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۱۰

۵ مسیر ریل قطار اسباب‌بازی یک کودک، دایره‌ای شکل است. شش تیر چراغ‌برق، به فاصله‌های یکسان دور مسیر قرار دارند و ۱۰ ثانیه طول می‌کشد تا قطار از تیر اول به تیر سوم برسد. چه قدر طول می‌کشد تا قطار کل مسیر را دور بزند؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

۶ تویی از ارتفاع ۳۶ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از برخورد با زمین، به اندازه $\frac{1}{3}$ ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید. این توپ از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه‌ای که به زمین برخورد می‌کند، چند متر حرکت کرده است؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۶۸ (۳) ۷۲ (۴) ۷۶

۷ ۱۵ دانش‌آموز با فاصله یکسان در یک صف ایستاده‌اند. اگر فاصله نفر سوم و پنجم ۱۲۰ سانتی‌متر باشد، طول این صف چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۸۰۰ (۲) ۸۲۰ (۳) ۸۴۰ (۴) ۸۶۰

۸ وقتی اتوبوسی نصف مسیر خود را طی کرده بود، مسافری به خواب رفت. هنگامی که بیدار شد، بقیه مسافتی که باقی مانده بود، نصف مسافتی بود که در طی آن، مسافر به خواب رفته بود. در مدت خواب مسافر، اتوبوس چه کسری از مسیر خود را طی کرده است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ مسیر (۲) $\frac{1}{3}$ مسیر (۳) $\frac{3}{4}$ مسیر (۴) $\frac{2}{3}$ مسیر (المپیاد ریاضی)

۹ در یک کلاس ۵۰ نفری، ۲۵ نفر عضو فوتبال، ۲۹ نفر عضو والیبال و ۲ نفر در هیچ رشته ورزشی شرکت نکرده‌اند. چند نفر فقط در یک رشته ورزشی شرکت کرده‌اند؟

- (۱) ۴۴ (۲) ۴۲ (۳) ۴۰ (۴) ۲۳

۱۰ اگر جرم ۴ هندوانه برابر با جرم ۱۵ طالبی و جرم ۵ جعبه تخم‌مرغ برابر با جرم ۱۲ هندوانه باشد، جرم ۳ جعبه تخم‌مرغ با جرم چند طالبی برابر است؟ (مسابقات ریاضی)

- (۱) ۴۵ (۲) ۲۷ (۳) ۲۸ (۴) ۲۵

۱۱ یک قالیچه مستطیل شکل، $\frac{1}{4}$ یک اتاق مستطیل شکل 3×4 را پوشانده است. اگر نسبت طول به عرض قالیچه با نسبت طول به عرض اتاق مساوی باشد، جمع طول و عرض قالیچه چه قدر خواهد بود؟ (تیزهوشان)

- (۱) ۲ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{7}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۲ برای کاشتن ۵ ردیف گل، که در هر ردیف ۴ شاخه گل قرار می‌گیرد، حداقل چند شاخه گل لازم داریم؟ (آزمون GMAT)

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۰ (۳) ۲۰ (۴) ۲۴

۱۳ دور یک میز مربعی شکل، ۴ صندلی جا می‌گیرد. دانش‌آموزان می‌خواهند ۱۰ تا از این نوع میز را کنار هم در یک ردیف (چسبیده به هم) قرار دهند و یک میز مستطیل شکل بسازند. چند صندلی دور این میز مستطیل شکل قرار می‌گیرد؟ (مسابقات کانگورو)

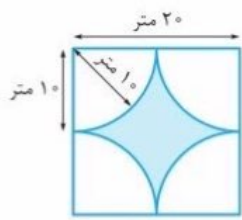
- (۱) ۴۰ (۲) ۳۲ (۳) ۳۰ (۴) ۲۲

۱۴ شخصی $\frac{1}{5}$ زمین خود را گندم و $\frac{1}{3}$ باقی‌مانده آن را خیار کاشته است و بقیه زمینش را که ۱۶۰۰۰ متر مربع است، لوبیا می‌کارد. او چند متر مربع از زمینش را گندم کاشته است؟

- (۱) ۶۰۰۰ (۲) ۸۰۰۰ (۳) ۵۰۰۰ (۴) ۷۰۰۰

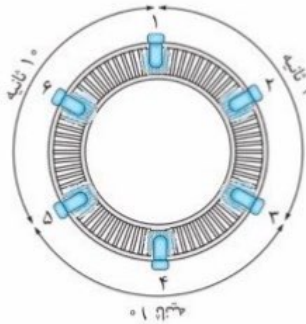
۱۵ تعدادی از دانش‌آموزان در یک کلاس منتظر هستند تا معلمشان به کلاس بیاید. $\frac{1}{4}$ افرادی که در کلاس هستند مشغول مطالعه و $\frac{1}{5}$ باقی‌مانده آن‌ها در حال حرف‌زدن با یکدیگر هستند. سایر دانش‌آموزان که ۱۲ نفر است، در حال نوشتن تکالیف هستند. این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۵ (۳) ۲۷ (۴) ۳۰



۴ گزینه ● طول طنابها ۱۰ متر است، در نتیجه هر سگ فضایی به اندازه یک ربع دایره را پوشش می‌دهد. پس منطقه‌ای که در شکل رنگی شده است،

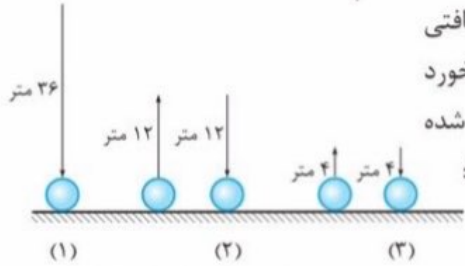
منطقه‌ای امن برای گربه است و هیچ سگی نمی‌تواند به آن وارد شود.
مساحت دایره - مساحت مربع = مساحت ناحیه رنگی
 $= 20 \times 20 - 10 \times 10 \times 3 = 400 - 300 = 100$



۵ گزینه ● با توجه به این که شش تیر چراغ وجود دارد و ۱۰ ثانیه طول می‌کشد تا قطار از تیر اول به سوم برسد، می‌توان به کمک شکل روبه‌رو گفت: قطار بعد از ۳۰ ثانیه کل مسیر را دور می‌زند.

۶ گزینه ● با توجه به شکل زیر و با در نظر گرفتن این که

توپ پس از هر بار برخورد، $\frac{1}{3}$ ارتفاع قبل به بالا می‌آید، می‌توان گفت مجموع مسافتی که پس از ۳ بار برخورد با زمین پیموده شده است، برابر است با:



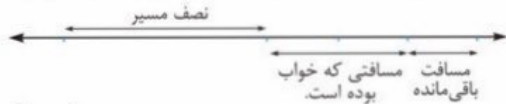
$$36 + 12 + 12 + 4 + 4 = 68$$

۷ گزینه ● فرض کنید وضعیت قرارگرفتن دانش‌آموزان به صورت زیر باشد:



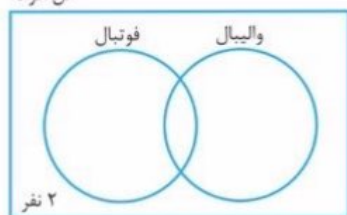
با توجه به این که فاصله نفر سوم تا پنجم ۱۲۰ سانتی‌متر است، پس فاصله بین هر دو فرد متوالی ۶۰ سانتی‌متر است؛ بنابراین (دقت شود بین ۱۵ نفر، ۱۴ فاصله وجود دارد): $14 \times 60 = 840$

۸ گزینه ● به کمک راهبرد رسم شکل مسئله را حل می‌کنیم. اگر کل مسیر را با یک خط راست نمایش دهیم، داریم:



همان‌طور که مشخص است، هنگامی که شخص خواب بود، $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ مسیر را طی کرده است.

۹ گزینه ● اگر کل افراد را به صورت مستطیل روبه‌رو در نظر بگیریم، داریم:



$$2 \times (\bigcirc + \triangle + \square) = 114$$

$$\bigcirc + \triangle + \square = \frac{114}{2} = 57$$

با توجه به این که $\triangle + \square = 33$ است، پس:

$$\bigcirc + \triangle + \square = 57 \Rightarrow \bigcirc + 33 = 57 \Rightarrow \bigcirc = 24$$

پاسخ ۶۲

فرض کنیم پول آرسام \bigcirc و قیمت هر خودکار \square باشد، پس: اگر ۵ خودکار بخرد، ۳۲۰ تومان اضافه می‌آورد.

$$\Rightarrow \bigcirc = 5 \times \square + 320$$

$$\bigcirc = 7 \times \square - 480 \Rightarrow 7 \times \square - 480 = 5 \times \square + 320$$

از آن جا که پول آرسام در هر دو حالت یکسان است، پس:

$$5 \times \square + 320 = 7 \times \square - 480 \Rightarrow 320 = 2 \times \square - 480$$

$$\Rightarrow 320 + 480 = 2 \times \square \Rightarrow 800 = 2 \times \square \Rightarrow \frac{800}{2} = \square$$

$$\Rightarrow 400 = \square$$

$$\text{پول آرسام} = \bigcirc = 5 \times \square + 320 = 2320$$

پس:

پاسخ پرسش‌های چندگزینه‌ای

۱ گزینه ● با کمک راهبرد رسم شکل مسئله را حل می‌کنیم.



از آن جا که فرش، یک متر با دیوارها فاصله دارد، می‌توان شکل را به صورت روبه‌رو در نظر گرفت:

$$\text{طول اتاق} = 3 + 2 = 5$$

$$\text{عرض اتاق} = 2 + 2 = 4$$

$$\text{مساحت اتاق} = 4 \times 5 = 20$$

۲ گزینه ● با توجه به شکل

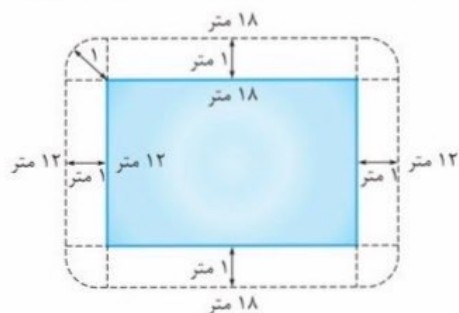
مقابل، بیشترین مساحتی که خانه می‌تواند داشته باشد، قسمت رنگی است.

$$\text{طول قسمت رنگی} = 40 - (4 + 5) = 31$$

$$\text{عرض قسمت رنگی} = 20 - (3 + 3) = 14$$

$$\text{مساحت قسمت رنگی} = 31 \times 14 = 434$$

۳ گزینه ● از آن جا که فاصله نرده تا هر لبه استخر، دقیقاً یک متر است، طبق شکل زیر در گوشه‌های یک ربع دایره به وجود می‌آید.



$$2 \times \frac{1}{4} \times \pi \times 1^2 = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{محیط استخر بدون کمان‌ها} = 2(12 + 12) = 48$$

$$\Rightarrow \text{طول نرده} = 48 + \frac{\pi}{2} = 48 + \frac{\pi}{2}$$

با توجه به این که تعداد افراد شرکت کننده در والیبال و فوتبال

۴۸ - ۲ = ۵۰ نفر بوده، اما مجموع این افراد با توجه به سؤال ۵۴ = ۲۹ + ۲۵ نفر است؛ پس ۵۴ - ۴۸ = ۶ نفر در هر دو رشته شرکت کرده‌اند؛ بنابراین نمودار به صورت مقابل تکمیل می‌شود.

فوتبال	والیبال
۲۵ - ۶ = ۱۹	۲۹ - ۶ = ۲۳
۶ نفر	

یعنی ۴۲ = ۲۳ + ۱۹ نفر فقط در یک رشته شرکت داشته‌اند.

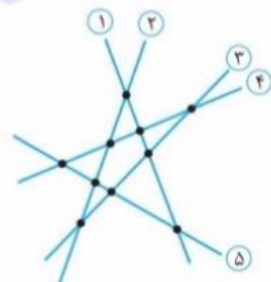
گزینه ۱۰ با توجه به اطلاعات مسئله، جرم ۴ هندوانه با جرم ۱۵ طالبی و جرم ۵ جعبه تخم‌مرغ با جرم ۱۲ هندوانه برابر است، پس طبق شکل مشخص است که جرم ۵ جعبه تخم‌مرغ با جرم ۴۵ = ۳ × ۱۵ طالبی برابر است. پس جرم هر جعبه تخم‌مرغ با جرم ۹ = $\frac{۴۵}{۵}$ طالبی برابر می‌شود. بنابراین، جرم ۳ جعبه تخم‌مرغ با جرم ۲۷ = ۳ × ۹ طالبی برابر است.

۵ جعبه تخم‌مرغ		
۴ هندوانه	۴ هندوانه	۴ هندوانه
۱۵ طالبی	۱۵ طالبی	۱۵ طالبی

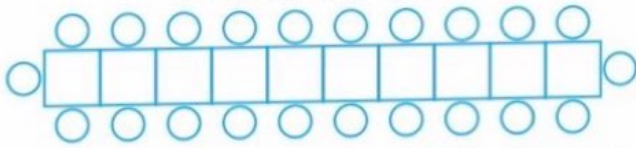
گزینه ۱۱ از آن جا که نسبت طول به عرض قالیچه با نسبت طول به عرض اتاق مساوی است و قالیچه $\frac{۱}{۴}$ اتاق را پوشانده است، با توجه به شکل روبه‌رو می‌توان گفت:

$$۲ + \frac{۳}{۲} = \frac{۷}{۲}$$

گزینه ۱۲ با توجه به شکل روبه‌رو، حداقل ۱۰ شاخه گل لازم داریم.



گزینه ۱۳ میزها را به صورت زیر رسم می‌کنیم و به هم می‌چسبانیم و صندلی‌ها را دور آن قرار می‌دهیم:



با توجه به شکل، ۲۲ صندلی دور این میز مستطیل شکل قرار می‌گیرد. گزینه ۱۴ با توجه به شکل زیر کل شکل از ۱۵ قسمت تشکیل شده است که این شخص ۸ قسمت آن که ۱۶۰۰۰ متر مربع است را لوبیا کاشته است. پس مساحت هر بخش کوچک

$$\frac{۱۶۰۰۰}{۸} = ۲۰۰۰ \text{ متر مربع است. بنابراین:}$$

گندم	خیار
گندم	
گندم	

$$۳ \times ۲۰۰۰ = ۶۰۰۰ = \text{مساحت زمینی که گندم کاشته شده است}$$

گزینه ۱۵ کل افراد کلاس را اگر به صورت مستطیل در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

۳ نفر در حال انجام تکلیف مطالعه	۱۲ نفر
۳ نفر در حال انجام تکلیف مطالعه	
۳ نفر در حال انجام تکلیف مطالعه	
۳ نفر در حال انجام تکلیف مطالعه	
حرف‌زدن مطالعه	

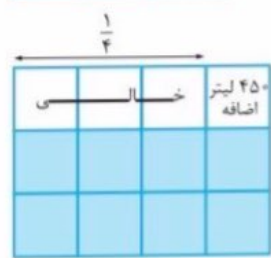
با توجه به شکل بالا می‌توان گفت:

$$۱۰ \times ۳ = ۳۰ = \text{تعداد افراد کلاس}$$

سیب	آلو	هلو
سیب	آلو	هلو
سیب	آلو	هلو
پرتقال	آلو	هلو

گزینه ۱۶ اگر همه زمین کشاورز را یک مستطیل در نظر بگیریم، با توجه به شرایط مسئله و در نظر گرفتن شکل مقابل می‌توان گفت، $\frac{۱}{۱۲}$ زمین پرتقال کاشته شده است.

گزینه ۱۷ با توجه به این که ۲۵ درصد معادل $\frac{۱}{۴}$ و مخرج مشترک $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۱}{۴}$ عدد ۱۲ است، با در نظر گرفتن شکل روبه‌رو داریم:



$$\left(\frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۱۲}, \frac{۲}{۳} = \frac{۸}{۱۲}\right)$$

لیتر ۵۴۰۰ = ۱۲ × ۴۵۰ = حجم استخر
متر مکعب ۵/۴ = ۵۴۰۰ ÷ ۱۰۰۰ = (هر لیتر، $\frac{۱}{۱۰۰۰}$ متر مکعب است.)

گزینه ۱۸ کل پول



را به صورت مستطیل روبه‌رو در نظر می‌گیریم:

سهم برادر

آریا $\frac{۲}{۵}$ پولش را به برادرش داد که این سهم را به صورت مقابل نمایش می‌دهیم:

پول باقی مانده
پول باقی مانده
پول باقی مانده
سهم خواهر

در ادامه او ربع پول باقی‌مانده‌اش را به خواهرش داد، پس باقی‌مانده پول را مطابق شکل روبه‌رو ۴ قسمت می‌کنیم و یک قسمت آن را

۳۸ کوچکترین شمارنده اول عدد $\underbrace{3 \times 3 \times \dots \times 3}_{11 \text{ بار}} + \underbrace{5 \times 5 \times \dots \times 5}_{13 \text{ بار}}$ کدام است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۵
- (۴) $\underbrace{3 \times 3 \times \dots \times 3}_{11 \text{ بار}} + \underbrace{5 \times 5 \times \dots \times 5}_{13 \text{ بار}}$

۳۹ بزرگترین شمارنده اول حاصل عبارت $13 \times 8 \times 39 \times 5 - 30 \times 13$ برابر با چه عددی است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۷
- (۳) ۱۱
- (۴) ۱۷

۴۰ مجموع شمارنده‌های یک عدد اول ۱۰۴ است. اختلاف شمارنده‌های آن کدام است؟

- (۱) ۱۰۰
- (۲) ۱۰۱
- (۳) ۱۰۲
- (۴) ۱۰۳

۴۱ چندتا از شمارنده‌های عدد ۴۵۰ فقط از عوامل ۲ یا ۳ ساخته شده‌اند؟

- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۷

۴۲ چند عدد کم‌تر از ۶۰ وجود دارد که شمارنده‌های اول آن فقط عددهای ۳ یا ۵ یا هر دوی آن‌ها هستند؟

- (۱) ۱۰
- (۲) ۹
- (۳) ۸
- (۴) ۷

(تیزهوشان)

۴۳ کدام یک از اعداد زیر نمی‌تواند از جمع دو شمارنده متفاوت ۶۰ به دست آید؟

- (۱) ۲۵
- (۲) ۲۶
- (۳) ۲۷
- (۴) ۲۸

۴۴ اگر مجموع هر دو شمارنده یک عدد بر ۲ بخش‌پذیر باشد، می‌گوییم آن عدد زیباست. مثلاً عدد ۵ یک عدد زیباست. چند عدد زیبای

(تیزهوشان)

کوچک‌تر از ۵۰ و بزرگ‌تر از ۱ وجود دارد؟

- (۱) ۲۲
- (۲) ۲۳
- (۳) ۲۴
- (۴) ۲۵

۴۵ بزرگترین شمارنده اول کوچکترین عددی که فقط از ارقام صفر و ۸ تشکیل شده و بر ۱۵ بخش‌پذیر است، کدام می‌تواند باشد؟

(آزمون سنه)

- (۱) ۵
- (۲) ۷
- (۳) ۱۷
- (۴) ۳۷

۴۶ بزرگترین عدد طبیعی n که هر کدام از اعداد ۱، ۲، ۳، ... و ۱۱n حداکثر ۳ شمارنده اول متمایز داشته باشد، کدام است؟

(المپیاد ریاضی ایران)

- (۱) ۱۱
- (۲) ۱۷
- (۳) ۱۹
- (۴) ۲۹

۴۷ مجموع ارقام عددی ۱۹ است. اگر سه رقم آخر این عدد ۱۹۵ باشد، کوچکترین شمارنده اول این عدد کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲) ۵
- (۳) ۷
- (۴) ۱۹

تعدادشمارنده‌ها

۴۸ تعداد شمارنده‌های عدد $\underbrace{11 \times 11 \times \dots \times 11}_{11 \text{ بار}}$ کدام است؟

- (۱) ۱۱
- (۲) ۱۲
- (۳) ۱۳
- (۴) ۱۴

۴۹ تعداد شمارنده‌های عدد طبیعی $A = \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_n \times 3 \times 3 \times 3$ برابر با ۲۱ است. تعداد شمارنده‌های عدد $B = \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{n+2} \times 5$ برابر با چه عددی است؟

- (۱) ۱۶
- (۲) ۱۸
- (۳) ۲۰
- (۴) ۲۲

۵۰ تنها شمارنده اول عدد a، ۳ است. اگر $\frac{a}{37}$ ، ۸ شمارنده داشته باشد، آن‌گاه a برابر است با:

- (۱) $\underbrace{3 \times 3 \times \dots \times 3}_{5 \text{ بار}}$
- (۲) $\underbrace{3 \times 3 \times \dots \times 3}_{7 \text{ بار}}$
- (۳) $\underbrace{3 \times 3 \times \dots \times 3}_{8 \text{ بار}}$
- (۴) $\underbrace{3 \times 3 \times \dots \times 3}_{10 \text{ بار}}$

۵۱ کدام یک از اعداد زیر شمارنده اول بیشتری دارد؟

- (۱) ۲۵۶
- (۲) ۳۰
- (۳) ۱۴۴
- (۴) ۱۲۷

۵۲ تعداد شمارنده‌های مرکب عدد ۱۶۰۰ چندتا است؟

- (۱) ۲۰
- (۲) ۱۹
- (۳) ۱۸
- (۴) ۱۷

۵۳ تعداد شمارنده‌های غیر اول عدد ۷۲۰ چندتا است؟

- (۱) ۲۵
- (۲) ۲۶
- (۳) ۲۷
- (۴) ۲۸

۵۴ عدد ۴۲۰ چند شمارنده فرد دارد؟

- (۱) ۱۸
- (۲) ۱۶
- (۳) ۴
- (۴) ۸

$$A = (1+1)(2+1) = 6 = \text{تعداد شمارنده‌های } A$$

اما عدد ۱ را از بین آن‌ها باید حذف کنیم:

$5 = 6 - 1 =$ تعداد شمارنده‌های 45° که فقط از عوامل ۲ یا ۳ ساخته شده‌اند.

۴۲ گزینه 11 با توجه به اعداد اول ظاهر شده در تجزیه می‌توان گفت این اعداد عبارت‌اند از:

$$27 = 3 \times 3 \times 3 = 9, 3 \times 3 = 9, 3 \times 3 = 9, \text{ اعدادی که فقط شمارنده } 3 \text{ دارند.}$$

$$25 = 5 \times 5 = 5, \text{ اعدادی که فقط شمارنده } 5 \text{ دارند.}$$

$$15 = 3 \times 5, \text{ اعدادی که هم شمارنده } 3 \text{ و هم شمارنده } 5 \text{ دارند.}$$

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

که تعداد آن‌ها ۷ تا است.

۴۳ گزینه 11 شمارنده‌های عدد 60 عبارت‌اند از:

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60$$

که با بررسی گزینه‌ها داریم:

$$25 = 10 + 15 \quad \text{گزینه (۱):}$$

$$26 = 20 + 6 \quad \text{گزینه (۲):}$$

$$27 = 12 + 15 \quad \text{گزینه (۳):}$$

اما عدد گزینه (۴) یعنی ۲۸ را نمی‌توان با این ساختار تولید کرد.

۴۴ گزینه 11 برای این‌که جمع هر دو شمارنده یک عدد بر ۲

بخش‌پذیر باشد، یا باید همه شمارنده‌ها زوج باشند، (زوج = زوج + زوج)

یا باید همه شمارنده‌ها فرد باشند (زوج = فرد + فرد).

از طرفی هیچ عددی وجود ندارد که تمام شمارنده‌های آن زوج باشد (زیرا حداقل عدد ۱، شمارنده آن است). پس همه شمارنده‌های عدد موردنظر باید فرد باشد، که تمامی اعداد فرد کم‌تر از 5° و بزرگ‌تر از ۱ که تعداد آن‌ها ۲۴ تا است، می‌توانند عدد موردنظر باشند.

۴۵ گزینه 11 کوچک‌ترین عددی که فقط از ارقام صفر و ۸

تشکیل شده و بر ۱۵ بخش‌پذیر است، برابر با 888° است (این عدد باید حداقل سه تا ۸ داشته باشد، زیرا در حالت‌های دیگر نمی‌تواند بر

۳ و ۵ یعنی بر ۱۵ بخش‌پذیر باشد. هم‌چنین دقت شود لازمه این‌که عدد بر ۵ بخش‌پذیر باشد، این است که رقم یکان آن صفر باشد.)

$$888^\circ = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 37 \quad \text{با تجزیه } 888^\circ \text{ داریم:}$$

که بزرگ‌ترین شمارنده اول این عدد، ۳۷ است.

۴۶ گزینه 11 ابتدا کوچک‌ترین عددی که ۴ شمارنده اول دارد

را مشخص می‌کنیم و سپس با توجه به آن، مقدار n را تعیین می‌کنیم. کوچک‌ترین عددی که ۴ شمارنده اول متفاوت دارد، برابر است با: $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$

$$11n < 210 \Rightarrow n < \frac{210}{11} = 19.09$$

پس بیشترین مقدار n برابر با ۱۹ است.

۳۵ گزینه 11 $60 \times$ باید مضرب ۲۲۵ باشد، یعنی $60 \times$ باید

تمام شمارنده‌های ۲۲۵ را در ساختار خود داشته باشد، از طرفی:

$$60 \times = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times x$$

$$225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

از آن‌جا که $60 \times$ مضرب ۲۲۵ است، با توجه به ساختار تجزیه آن‌ها باید حداقل یک شمارنده ۳ و ۵ دیگر در ساختار خود داشته باشد،

پس $x = 3 \times 5$ ، یعنی:

$$60 \times = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times (3 \times 5) = 4 \times 225$$

که مضرب ۲۲۵ است.

۳۶ گزینه 11 از آن‌جا که a بر ۱۵ بخش‌پذیر است، پس a

مضرب ۱۵ است. به همین ترتیب b مضرب ۱۴ است؛ پس اعداد طبیعی مثل x و y وجود دارند که:

$$\left. \begin{aligned} a &= 15x = 3 \times 5 \times x \\ b &= 14y = 2 \times 7 \times y \end{aligned} \right\} \Rightarrow a \times b = 3 \times 5 \times x \times 2 \times 7 \times y$$

$$\Rightarrow a \times b = (3 \times 2 \times 7) \times 5 \times x \times y = 42 \times 5xy$$

از آن‌جا که $a \times b$ مضرب ۴۲ شده است، پس حتماً بر ۴۲ بخش‌پذیر است.

۳۷ گزینه 11 این عدد از کوچک‌ترین ۶ عدد اول ساخته شده

$$2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 = 30030$$

است؛ یعنی:

۳۸ گزینه 11 مشخص است که اعداد $3 \times 3 \times \dots \times 3$ و 11 بار

$$\underbrace{5 \times 5 \times \dots \times 5}_{13 \text{ بار}} \text{ پس هستند. } \underbrace{3 \times 3 \times \dots \times 3}_{11 \text{ بار}} \times \underbrace{5 \times 5 \times \dots \times 5}_{13 \text{ بار}}$$

عددی زوج است، بنابراین کوچک‌ترین عدد اولی که شمارنده آن است، عدد ۲ است.

۳۹ گزینه 11 ابتدا عبارت داده‌شده را به صورت ضرب عوامل

$$13 \times 8 \times 29 \times 5 - 30 \times 13$$

اول می‌نویسیم:

$$= 13 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 13 \times 5 - 2 \times 3 \times 5 \times 13$$

$$= 2 \times 3 \times 5 \times 13 (13 \times 2 \times 2 - 1) = 2 \times 3 \times 5 \times 13 \times 51$$

$$= 2 \times 3 \times 5 \times 13 \times 3 \times 17$$

پس بزرگ‌ترین شمارنده اول این عبارت برابر با ۱۷ است.

۴۰ گزینه 11 با توجه به این‌که تنها شمارنده‌های هر عدد اول

$$p, \text{ اعداد } 1 \text{ و } p \text{ هستند، پس: } p = 10^3 \Rightarrow p + 1 = 10^4$$

$$p - 1 = 10^3 - 1 = 10^2 = \text{اختلاف شمارنده‌های } p$$

۴۱ گزینه 11 ابتدا عدد 45° را تجزیه می‌کنیم. سپس عوامل

غیر از ۲ و ۳ را نادیده گرفته و تعداد شمارنده‌های مدنظر را با ساختار جدید به دست آمده، به دست می‌آوریم:

$$45^\circ = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

از آن‌جایی که فقط عوامل ۲ و ۳ مدنظر است، عدد $A = 2 \times 3 \times 3$

را مدنظر می‌گیریم:

۷۲۰ = تعداد شمارنده‌های $(4+1)(2+1)(1+1) = 5 \times 3 \times 2 = 30$

۷۲۰ = تعداد شمارنده‌های اول $(5, 3, 2)$

۷۲۰ = تعداد شمارنده‌های غیر اول $30 - 3 = 27$

۵۴ گزینه ۱۱ ابتدا عدد ۴۲۰ را تجزیه می‌کنیم و سپس تعداد دفعاتی که عوامل اول فرد ظاهر شده است را در نظر گرفته و با توجه به آن، تعداد شمارنده‌های فرد عدد را تعیین می‌کنیم:

$420 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$

تعداد شمارنده‌های فرد $(1+1)(1+1)(1+1) = 8$

۵۵ گزینه ۲۲ ابتدا عدد ۴۰۰ را تجزیه کرده، سپس تعداد کل شمارنده‌ها را منهای شمارنده‌های فرد می‌کنیم:

$400 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$

تعداد شمارنده‌های $(4+1)(2+1) = 15$

تعداد شمارنده‌های فرد $(2+1) = 3$

تعداد شمارنده‌های زوج $15 - 3 = 12$

۵۶ گزینه ۲۲ تعداد شمارنده‌های زوج و فرد مشترک دو عدد

۲۴۰ و ۳۶۰ با تعداد شمارنده‌های زوج و فرد ب.م.م آن‌ها برابر

$240 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

$360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$

$\Rightarrow (240, 360) = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$

که در آن: $(3+1)(1+1)(1+1) = 16 =$ تعداد شمارنده‌های

فرد $(1+1)(1+1) = 4 =$ تعداد شمارنده‌های فرد

زوج $16 - 4 = 12 =$ تعداد شمارنده‌های زوج

\Rightarrow اختلاف $12 - 4 = 8$

۵۷ گزینه ۳ هر عددی که دقیقاً سه شمارنده دارد، ساختار

تجزیه آن به عوامل اول به صورت $a \times a$ است که در آن a عددی

اول است. اعداد کم‌تر از ۳۰۰ با این ساختار عبارت‌اند از:

$2 \times 2, 3 \times 3, 5 \times 5, 7 \times 7, 11 \times 11, 13 \times 13, 17 \times 17$

۵۸ گزینه ۳ اگر عددی دقیقاً ۴ شمارنده داشته باشد، به یکی

از دو صورت زیر است:

الف) $a \times a \times a$ که در آن a عددی اول است.

ب) $a \times b$ که در آن a و b اول هستند.

در مورد حالت اول تنها $5 \times 5 \times 5$ قابل قبول است.

اما در مورد حالت (ب) عددهای زیر این خاصیت را دارند:

2×53	3×37	5×23	7×17	11×13
2×59	3×41	5×29	7×19	
2×61	3×43			
2×67	3×47			
2×71				
2×73				

که در مجموع تعداد آن‌ها ۱۶ تا است.

۴۷ گزینه ۲۲ با توجه به این که سه رقم آخر این عدد ۱۹۵

است، پس این عدد، عددی فرد است، بنابراین ۲ نمی‌تواند شمارنده آن باشد، اما عدد ۵ حتماً شمارنده آن است (رقم یکان آن ۵ است).

از طرفی مجموع ارقام آن ۱۹ است، پس این عدد بر ۳ بخش پذیر نیست، بنابراین کوچک‌ترین شمارنده اول این عدد، ۵ است.

۴۸ گزینه ۲۲ با توجه به این که عدد ۱۱، عددی اول است و ۱۱

بار در تجزیه عدد ظاهر شده، پس:

تعداد شمارنده‌ها $11 + 1 = 12$

۴۹ گزینه ۲۲ با توجه به این که تعداد شمارنده‌های

$A = \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{n} \times 3 \times 3$ برابر با ۲۱ است، پس:

$(n+1)(2+1) = 21 \Rightarrow n+1 = 7 \Rightarrow n = 6$

پس تعداد شمارنده‌های $B = \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{n+2} \times 5$ برابر است با:

$n+2 = 6+2 = 8 \Rightarrow$ تعداد شمارنده‌ها $(8+1)(1+1) = 18$

۵۰ گزینه ۱۱ فرض کنید $a = \underbrace{3 \times 3 \times \dots \times 3}_{n}$ بار. از آن جایی که

تعداد شمارنده‌های $\frac{a}{27}$ ، ۸ تا است، پس:

$(8 = 7+1) \quad \frac{a}{27} = \underbrace{3 \times 3 \times \dots \times 3}_{n} \Rightarrow \frac{3 \times 3 \times \dots \times 3}{3 \times 3 \times 3} = \underbrace{3 \times 3 \times \dots \times 3}_{n-3}$

پس $n = 10$.

۵۱ گزینه ۲۲ کافی است هر عدد را تجزیه کنیم و سپس به

کمک اعداد اول ظاهر شده در ساختار تجزیه عدد، این شمارنده‌ها را

تعیین کنیم. $256 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ گزینه (۱)

\Rightarrow شمارنده اول = ۲

گزینه (۲) $30 = 2 \times 3 \times 5 \Rightarrow$ شمارنده‌های اول = ۲، ۳، ۵

گزینه (۳) $144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \Rightarrow$ شمارنده‌های اول = ۲، ۳

گزینه (۴) $127 =$ شمارنده اول (۱۲۷ عددی اول است) \Rightarrow گزینه (۴)

پس عدد ۳۰ بیشترین شمارنده اول را دارد.

۵۲ گزینه ۲۲ ابتدا عدد ۱۶۰۰ را تجزیه می‌کنیم، سپس با توجه

به عوامل موجود در تجزیه آن، شمارنده‌های مرکب آن را تعیین

می‌کنیم: $1600 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$

با توجه به این که عامل ۲، ۶ بار و عامل ۵، ۵ بار ظاهر شده، پس:

تعداد شمارنده‌های $(6+1)(2+1) = 21$

(اعداد ۲ و ۵) = ۲ = تعداد شمارنده‌های اول

$1600 = 21 - 2 - 1 = 18$ = تعداد شمارنده‌های مرکب

(عدد ۱، نه اول است نه مرکب)

۵۳ گزینه ۲۲ ابتدا عدد را تجزیه می‌کنیم:

$720 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$