



تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۷/۱۹

کد اجرا: ۷۸۲۸۹۰۵



زمان برگزاری: ۷۵ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

دبیرستان دخترانه علوی واحد شرق

نام آزمون: شرق دخترانه حسابی ۱۹ مهر

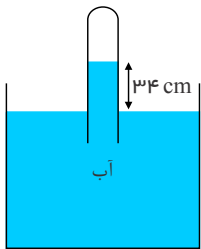
۱ در SI مقدار ماده و شدت روشنایی کمیت‌هایی هستند و بکاهای آن‌ها به ترتیب و می‌باشند.

- ① اصلی - کیلوگرم و کندلا ② فرعی - کیلوگرم و کندلا ③ اصلی - مول و کندلا ④ فرعی - مول و کندلا

۲ استوانه A پر از آب است. نیرویی که آب بر کف استوانه وارد می‌کند F_A و فشار حاصل از آب در کف استوانه P_A است. اگر ابعاد استوانه B نصف ابعاد استوانه A باشد و آن را هم پر از آب کنیم، نیرو و فشار موردنظر به ترتیب F_B و P_B باشد، نسبت‌های $\frac{F_A}{F_B}$ و $\frac{P_A}{P_B}$ به ترتیب از راست به چپ کدام هستند؟

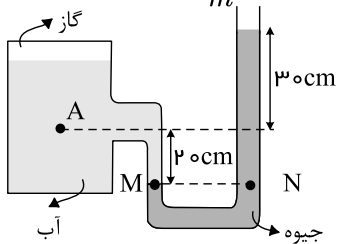
- ① ۲۰۲ ② ۲۰۴ ③ ۸۰۸ ④ ۲۰۸

۳ در شکل روبه‌رو، فشار گاز جمع شده در انتهای لوله، ۷۲ سانتی‌متر جیوه است. چگالی آب $1g/cm^3$ و چگالی جیوه $13.6g/cm^3$ است. اگر اختلاف سطح آب در لوله و ظرف $34cm$ باشد، فشار هوا چند سانتی‌متر جیوه است؟



- ① ۷۶ ② ۷۴٫۵ ③ ۶۹٫۵ ④ ۶۸

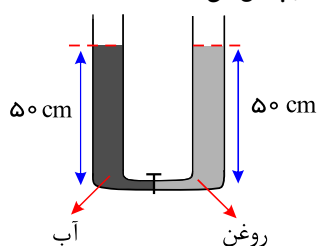
۴ در شکل زیر، فشار در نقطه A چند کیلوپاسکال است؟ (فشار هوا 10^5 پاسکال، $\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{kg}{m^3}$ ، $g = 10 \frac{N}{kg}$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = 13600 \frac{kg}{m^3}$)



- ① ۶۸ ② ۱۴۱ ③ ۱۶۶ ④ ۱۷۰

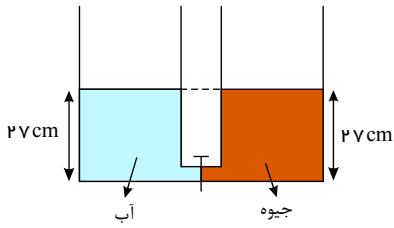
۵ در شکل روبه‌رو، قطر قاعده دو استوانه برابرند. اگر شیر ارتباط بین دو طرف را باز کنیم، سطح آب چند سانتی‌متر پایین می‌آید؟

(چگالی روغن $= 800 \frac{kg}{m^3}$ و چگالی آب $1000 \frac{kg}{m^3}$)



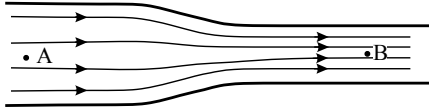
- ① ۱۰ ② ۵ ③ ۴ ④ ۲٫۵

۶ دو ظرف استوانه‌ای مشابه به وسیله لوله بسیار باریک با حجم ناچیز به یکدیگر مربوطاند و مطابق شکل زیر در یک استوانه آب و در دیگری جیوه قرار دارد. اگر شیر ارتباطی بین دو ظرف را باز کنیم، سطح جیوه در لوله چند سانتی‌متر پایین می‌آید؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13,5 \text{ g/cm}^3$ و $\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$)



- ۱ ۲
- ۲ ۵
- ۳ ۱۲,۵
- ۴ ۲۵

۷ در شکل زیر، آب به صورت پیوسته در لوله جاری است. اگر قطر مقطع بزرگ دو برابر قطر مقطع کوچک باشد، تندی حرکت آب در نقطه A چند برابر تندی در نقطه B است؟



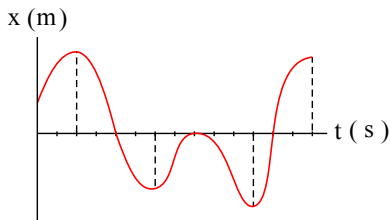
- ۱ ۱/۴
- ۲ ۱/۲
- ۳ ۲
- ۴ ۴

- ۱ ۱
- ۲ ۲
- ۳ ۳
- ۴ ۴

۸ قایقی مسیری مستقیم به طول ۳۰۰ متر را در مدت ۵۰ s در مسیر حرکت آب طی می‌کند؛ سپس ۲۰۰ متر از این مسیر را در مدت ۵۰ s در خلاف جهت جریان آب باز می‌گردد. تندی متوسط این قایق چند برابر اندازه سرعت متوسط آن است؟

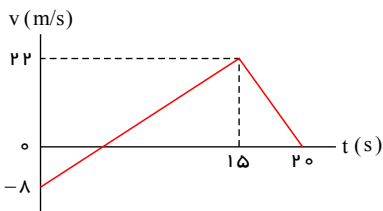
- ۱ ۱
- ۲ ۳/۲
- ۳ ۱/۵
- ۴ ۵

۹ نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. در طی این حرکت به ترتیب از راست به چپ، چند بار جهت بردار مکان متحرک تغییر می‌کند و متحرک در کل چند ثانیه در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؟ (محور زمان به واحدهای یک ثانیه درجه‌بندی شده است.)



- ۱ ۷ و ۲
- ۲ ۸ و ۴
- ۳ ۷ و ۴
- ۴ ۸ و ۲

۱۰ نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر مسیری مستقیم حرکت می‌کند، به صورت شکل زیر است. مسافت پیموده شده توسط این متحرک در بازه زمانی ۰ s تا ۲۰ s، چند متر است؟



- ۱ ۱۶۰
- ۲ ۱۷۶
- ۳ ۱۸۰
- ۴ ۱۹۲

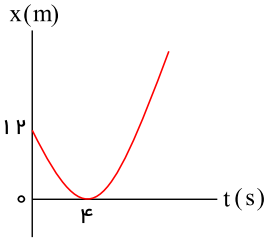
۱۱ متحرکی با شتاب ثابت از حال سکون به حرکت درمی‌آید و مسافتی را در مسیر مستقیم طی می‌کند. اگر در انتهای مسیر سرعت آن به $12 \frac{m}{s}$ برسد، سرعت آن در وسط مسیر چند متر بر ثانیه بوده است؟

- ۱ ۳
- ۲ $3\sqrt{2}$
- ۳ ۶
- ۴ $6\sqrt{2}$

۱۲ معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = 2t^2 + 4t - 8$ است. در فاصله زمانی $t_1 = 0 \text{ s}$ تا $t_2 = 2 \text{ s}$ ، مسافتی که متحرک طی می‌کند، چند برابر اندازه جابه‌جایی آن است؟

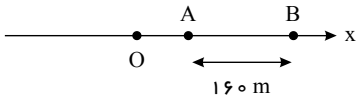
- ۱ ۱
- ۲ ۱,۵
- ۳ ۱,۶
- ۴ ۲

۱۳) مطابق شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی به صورت سهمی است. سرعت متحرک در لحظه $t = ۸s$ چند متر بر ثانیه است؟



- ۱) ۳
- ۲) ۴
- ۳) ۶
- ۴) ۱۲

۱۴) مطابق شکل زیر، متحرکی با شتاب ثابت $۲ m/s^2$ روی محور x حرکت می‌کند. اگر فاصله بین دو نقطه A و B را در مدت ۸ ثانیه طی کند و در نقطه O سرعتش صفر باشد، فاصله OA چند متر است؟



- ۱) ۱۸
- ۲) ۳۶
- ۳) ۴۵
- ۴) ۷۲

۱۵) اگر $A^2 = A - 2I$ و $A^5 = \alpha A + \beta I$ باشد، حاصل $\alpha + \beta$ کدام است؟

- ۱) ۲
- ۲) ۳
- ۳) ۴
- ۴) ۵

۱۶) اگر $2A = \begin{bmatrix} |A| & -2 \\ 2 & |A| \end{bmatrix}$ حاصل $|A|$ کدام است؟

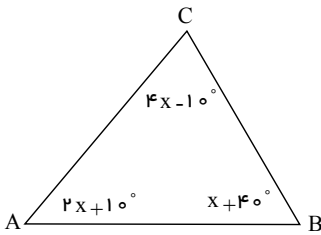
- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴

۱۷) اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ حاصل $B^{-1}(B^{-1} + A^{-1})^{-1}B^{-1}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{2}I$
- ۲) $2I$
- ۳) $4I$
- ۴) $\frac{1}{4}I$

۱۸) در صفحه‌ی مثلث ABC چند نقطه وجود دارد که از دو سر پاره‌خط AB به یک فاصله بوده و همچنین از دو ضلع AB و BC و یا امتداد آن‌ها به یک فاصله باشند؟

- ۱) صفر
- ۲) ۱
- ۳) ۲
- ۴) بی‌شمار



۱۹) در مثلث ABC کوتاه‌ترین ضلع مثلث کدام است؟

- ۱) BC
- ۲) AC
- ۳) AB
- ۴) هر سه ضلع برابرند.

۲۰) ظرف A شامل ۵ مهره سفید و ۵ مهره قرمز و ظرف B شامل ۴ مهره سفید و ۶ مهره قرمز است. ۲ مهره از ظرف A و ۳ مهره از ظرف B برداشته و در ظرف C می‌گذاریم. سپس یک مهره از ظرف C برمی‌داریم. چقدر احتمال دارد که این مهره سفید باشد؟

- ۱) $\frac{11}{25}$
- ۲) $\frac{9}{20}$
- ۳) $\frac{2}{5}$
- ۴) $\frac{1}{5}$

۲۱) کدام دو تابع با هم مساوی‌اند؟

- ۱) $g(x) = \sqrt{x|x|}$ و $f(x) = (\sqrt{x})^2$
- ۲) $g(x) = (\sqrt{x})^2$ و $f(x) = x$
- ۳) $g(x) = \sqrt{|x|} \times \sqrt{|x|}$ و $f(x) = \sqrt{x|x|}$
- ۴) $g(x) = (\sqrt{x})^2$ و $f(x) = \sqrt{x^2}$

۲۲) نمودار تابع $y = f(2x - 1)$ را یک واحد به چپ منتقل کرده، سپس آن را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم و طول نقاط روی نمودار را دو برابر می‌کنیم. ضابطه تابعی که نمودار آن به دست آمده کدام است؟

- ۱) $y = f(1 - x)$
- ۲) $y = f(2 - x)$
- ۳) $y = f(-x)$
- ۴) $y = f(3 - 4x)$

۲۳ دامنه تابع $g(x) = f(2x - 1)$ بازه $[-1, 3]$ است. دامنه تابع $h(x) = f(3x + 2)$ کدام است؟

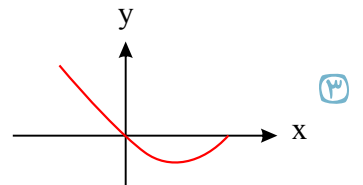
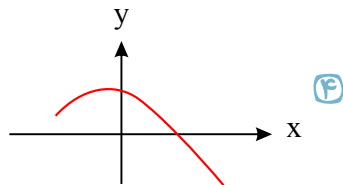
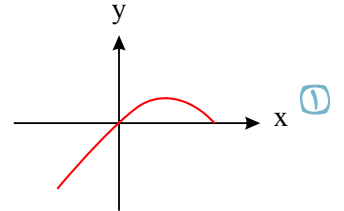
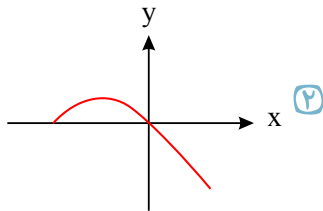
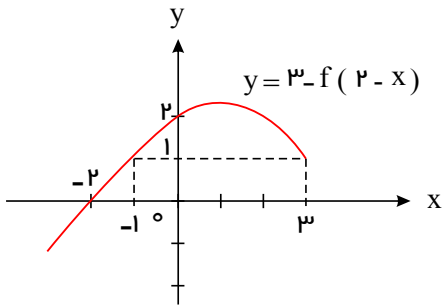
۴ $[-\frac{5}{3}, 1]$

۳ $[-\frac{5}{3}, 2]$

۲ $[0, 8]$

۱ $[0, 2]$

۲۴ با توجه به نمودار $y = 3 - f(2 - x)$ نمودار تابع $y = 2 - f(x + 3)$ کدام است؟



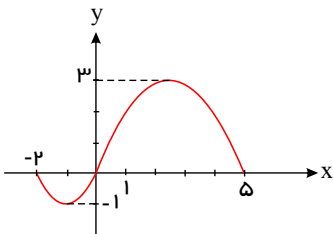
۲۵ اگر نمودار تابع $y = f(x + 2)$ به صورت زیر باشد، دامنه عبارت $\sqrt{xf(1 - \frac{x}{2})}$ به کدام صورت است؟

۱ $\{-12, 2\} \cup [-2, 0]$

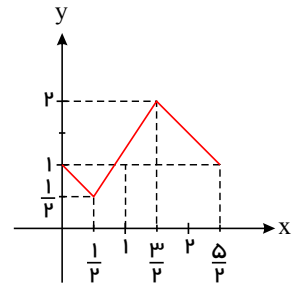
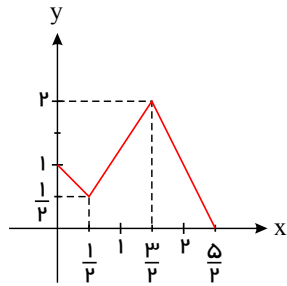
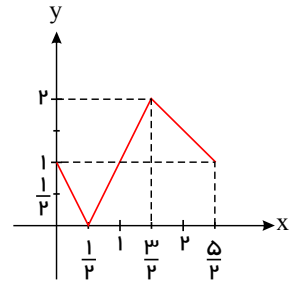
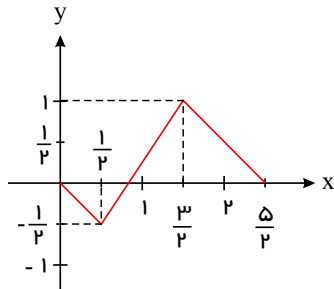
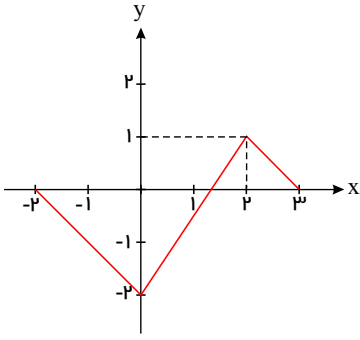
۲ $[-12, -2] \cup [0, 2]$

۳ $\{-12\} \cup [-2, 2]$

۴ $[-6, -1] \cup [0, 1]$



۲۶ نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است. نمودار تابع $y = -\frac{1}{2}f(3-2x) + 1$ کدام است؟



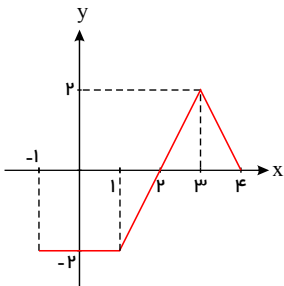
۲۷ نقطه $A(3, -6)$ متعلق به تابع $y = f(x)$ است، نقطه متناظر آن در تابع $g(x) = -2f(2x-4) + 3$ کدام است؟

- ۱ $A'(2, 15)$
 ۲ $A'(\frac{7}{2}, 15)$
 ۳ $A'(\frac{7}{2}, -9)$
 ۴ $A'(2, -9)$

۲۸ نمودار $f(x) = x^2 + 2x + 5$ با چه انتقالی به صورت نمودار $y = x^2$ درمی آید؟

- ۱ یک واحد به راست و ۴ واحد به پایین
 ۲ یک واحد به چپ و ۴ واحد به بالا
 ۳ ۴ واحد به راست و یک واحد به پایین
 ۴ ۴ واحد به چپ و یک واحد به بالا

۲۹ اگر نمودار تابع $y = f(x-1)$ به صورت زیر باشد، اشتراک دامنه و برد تابع $y = \frac{1}{2}f(-2x) + 1$ کدام است؟



- ۱ $[-1, 0]$
 ۲ $[0, 1]$
 ۳ $[-2, 0]$
 ۴ $[0, 2]$

۳۰ قرینه نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور yها تعیین کرده، سپس ۲ واحد به طرف xهای مثبت انتقال می دهیم. نمودار حاصل، نیمساز

- ۱ -۲
 ۲ ۰٫۵
 ۳ ۱
 ۴ ۱٫۵

۳۱ کدام گزینه جمله زیر را کامل می کند؟

برای درستی گزاره $n^2 + 9n + 5$ به ازای هر عدد طبیعی n عددی فرد است می توان از روش استفاده کرد.

- ۱ رد - مثال نقض
 ۲ رد - برهان خلف
 ۳ اثبات - برهان خلف
 ۴ اثبات - در نظر گرفتن همه حالات

۳۲) اگر $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ اعدادی صحیح و $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ نیز همان اعداد ولی به ترتیبی دیگر باشند در این صورت، عبارت $(x_1 - y_1)(x_2 - y_2) \dots (x_n - y_n)$ همواره و روش اثبات آن به کمک است. (n ، عددی فرد است).

- ① فرد - برهان خلف
 ② فرد - در نظر گرفتن همه حالتها (روش اشباع)
 ③ زوج - برهان خلف
 ④ زوج - در نظر گرفتن همه حالتها (روش اشباع)

۳۳) به ازای چند عدد صحیح n ، رابطه‌های $n \mid 24$ و $n \mid 4800$ برقرار است؟

- ① ۱۵
 ② ۱۲
 ③ ۳۰
 ④ ۲۴

۳۴) اگر برای دو عدد صحیح a و b داشته باشیم $a^4 \mid b^3$ ، آنگاه کدام گزینه نمی‌تواند همواره صحیح باشد؟ ($a \neq 0$)

- ① $a^5 \mid b^5$
 ② $a^3 \mid b^2$
 ③ $a^{19} \mid b^{15}$
 ④ $a^6 \mid b^7$

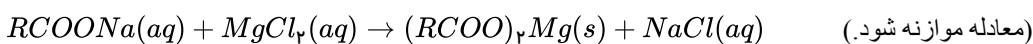
۳۵) کدام موارد از مطالب زیر صحیح هستند؟

- الف - در یک اسیدچرب راست‌زنجیر با گروه هیدروکربنی سیرشده، تعداد اتم‌های H دوبرابر تعداد اتم‌های C است.
 ب - گریس با فرمول تقریبی $C_{18}H_{38}$ نسبت به بنزین کمتر فرّار است و برخلاف روغن‌زیتون، در آب نامحلول می‌باشد.
 پ - در واکنش موازنه‌شده سوختن کامل روغن‌زیتون، نسبت مجموع ضرایب فرآورده‌ها به مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها، $\frac{109}{81}$ است.
 ت - برای سوختن کامل یک مول وازلین، به $851,2$ لیتر هوا در شرایط STP نیاز است. (درصد حجمی O_2 در هوا ۲۰٪ است).
 ① الف و پ و ت
 ② ب و پ
 ③ الف و پ
 ④ الف و ب و ت

۳۶) از آبکافت $111,25$ گرم از استر سه عاملی با فرمول $C_{57}H_{110}O_6$ با خلوص ۸۰٪ درصد، چند گرم اسید چرب تولید می‌شود؟ (فرمول شیمیایی الکل تولیدشده در این واکنش به صورت $C_3H_8O_3$ است.) ($H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

- ① ۱۰۶٫۵
 ② ۵۴٫۵
 ③ ۹۴٫۴
 ④ ۸۵٫۲

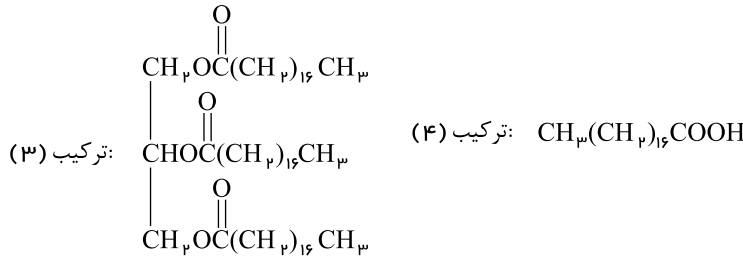
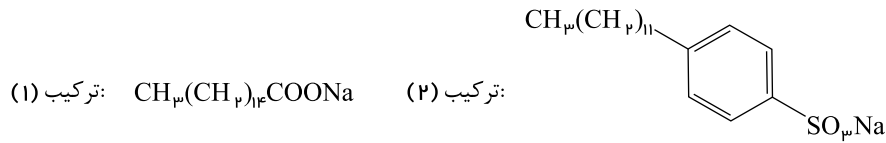
۳۷) با افزودن ۰٫۱ مول از یک صابون به مقدار کافی منیزیم کلرید، $30,9g$ رسوب تشکیل می‌شود، فرمول شیمیایی صابون موردنظر کدام است؟ (بخش هیدروکربنی صابون را خطی و سیر شده در نظر بگیرید.) ($H = 1, C = 12, O = 16, Mg = 24 : g \cdot mol^{-1}$)



- ① $C_{18}H_{37}COONa$
 ② $C_{17}H_{35}COONa$
 ③ $C_{16}H_{33}COONa$
 ④ $C_{15}H_{31}COONa$

۳۸ با توجه به ساختار چهار ترکیب داده شده، کدام موارد زیر درست است؟

($H = 1, C = 12, O = 16, Na = 23, S = 32 : g \cdot mol^{-1}$)



الف: قدرت پاک‌کنندگی ترکیب (۲) از قدرت پاک‌کنندگی ترکیب (۱)، بیشتر است.
 ب: تفاوت جرم مولی ترکیب (۱) و (۲)، برابر جرم مولی چهارمین عضو خانواده آلکین است.
 پ: نسبت شمار جفت الکترون پیوندی به شمار جفت الکترون ناپیوندی در آنیون ترکیب (۱)، برابر ۹٫۸ است.
 ت: از واکنش جداگانه یک مول از ترکیب (۳) و یک مول از ترکیب (۴) با مقدار کافی سود سوزآور، ۲ مول صابون تشکیل می‌شود.

- ۱ «الف» و «ت» ۲ «الف» و «ب» ۳ «ب» و «ت» ۴ «ب» و «پ»

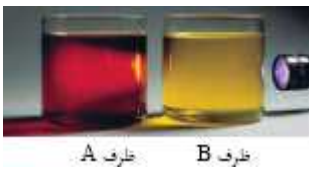
۳۹ کدام گزینه نادرست است؟

- ۱ کلوئید پایدار شده آب و روغن یک مخلوط ناهمگن و پایدار بوده و حاوی توده‌های مولکولی با اندازه‌های یکسان است.
 ۲ در دمای معین لکه‌های چربی با صابون بدون آنزیم، در لباس‌های نخی راحت‌تر از لباس‌های پلی‌استری زدوده می‌شوند.
 ۳ مخلوط‌های کات‌کبود در آب، شربت معده و شیر به ترتیب از نوع محلول، سوسپانسیون و کلوئید هستند.
 ۴ لکه‌های سفید ایجاد شده روی لباس پس از شستن با صابون و آب سخت، می‌تواند رسوب $(RCOO)_2Mg$ باشد.

۴۰ با توجه به شکل داده شده؛ چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

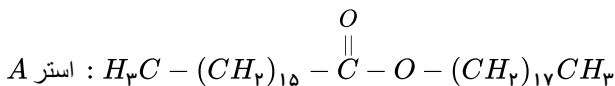
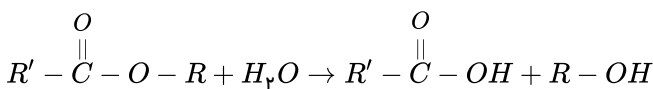
(آ) ظرف B مانند ظرف A همگن و پایدار است.

(ب) ذرات سازنده ظرف A از سوسپانسیون درشت‌تر بوده و مسیر عبور نور را مشخص می‌کنند.
 (پ) رفتار ذرات ظرف A را می‌توان بین رفتار ذرات ظرف B و سوسپانسیون‌ها در نظر گرفت.
 (ت) ذرات سازنده ظرف A را می‌توان توده‌های مولکولی با اندازه‌های مختلف در نظر گرفت.



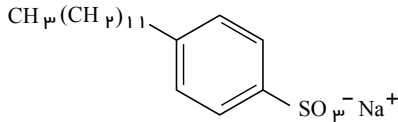
- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴

۴۱ استرها مطابق واکنش زیر به کربوکسیلیک‌اسیدها و الکل‌ها تبدیل می‌شوند. اگر تعداد اتم‌های کربن زنجیر هیدروکربنی یک صابون جامد برابر تعداد اتم‌های کربن کربوکسیلیک‌اسید حاصل از استر A و تعداد اتم‌های کربن زنجیر هیدروکربنی یک پاک‌کننده غیرصابونی برابر تعداد اتم‌های کربن الکل حاصل از استر A باشد، تفاوت جرم مولی این دو پاک‌کننده چند گرم بر مول است؟ (کاتیون سازنده دو پاک‌کننده را Na^+ در نظر بگیرید.)
 ($C = 12, H = 1, S = 32, O = 16, Na = 23 : g \cdot mol^{-1}$)



- ۱ ۱۲۶ ۲ ۱۲۲ ۳ ۱۶۱ ۴ ۱۵۷

۴۲) چه تعداد از مطالب زیر در رابطه با ساختار ترکیب زیر درست است؟ ($S = ۳۲, Na = ۲۳, O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g \cdot mol^{-1}$)



(آ) این ساختار مربوط به یک پاک‌کننده غیرصابونی با فرمول $C_{18}H_{۳۵}SO_3^- Na^+$ است.
 (ب) در این مولکول سه اتم کربن می‌توان یافت که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.
 (پ) درصد جرمی اکسیژن در این پاک‌کننده، ۱٫۵ برابر درصد جرمی گوگرد است.
 (ت) این ترکیب در حضور یون‌های منیزیم رسوب تشکیل می‌دهد.

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۴۳) کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) $RC_7H_7SO_3^- Na^+$ یک پاک‌کننده صابونی است که در آب سخت نیز خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کند.
 ۲) در تهیه پاک‌کننده‌های غیرصابونی، نیازی به چربی نیست.
 ۳) برای تهیه صابون مراغه، بیه گوسفند و سودسوزآور را در دیگ‌های بزرگ با آب برای چندین ساعت می‌جوشانند.
 ۴) صابون مراغه افزودنی شیمیایی ندارد و به دلیل خاصیت بازی مناسب برای موهای چرب استفاده می‌شود.

۴۴) چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

- (الف) با افزایش دما، قدرت پاک‌کنندگی صابون افزایش می‌یابد.
 (ب) افزودن آنزیم به صابون باعث کاهش درصد لکه چربی باقی‌مانده بعد از شستشو می‌شود.
 (پ) میزان چسبندگی لکه‌های چربی بر روی پارچه‌هایی از جنس نخ و پلی‌استر یکسان است.
 (ت) تفاوت در ساختار شیمیایی پاک‌کننده‌های صابونی و پاک‌کننده‌های غیرصابونی فقط در گروه‌های قطبی این پاک‌کننده‌هاست.

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۵) کدام گزینه در مورد رادیوایزوتوپ‌ها نادرست است؟

- ۱) هسته اتم‌های آن‌ها ماندگار نیست و با گذشت زمان از مقدار آن‌ها کاسته می‌شود.
 ۲) نیم‌عمر چهار رادیوایزوتوپ هیدروژن، کمتر از ۱۰۰۰ ثانیه است.
 ۳) در هسته همه آن‌ها، نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌ها، برابر یا بیش از ۱٫۵ است.
 ۴) پرتوزا و ناپایدار هستند و اغلب بر اثر تلاشی هسته آن‌ها، افزون بر ذره‌های پرانرژی، مقدار زیادی انرژی نیز آزاد می‌شود.

۴۶) چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- (آ) از اتم $^{۴۳}_{۹۹}Tc$ برای تصویربرداری از غده تیروئید استفاده می‌شود.
 (ب) اعضای بدن با عدم جذب گلوکز معمولی و جذب گلوکز نشان‌دار، نشان می‌دهند که دارای یاخته‌هایی با رشد غیرعادی هستند.
 (پ) نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌ها در ایزوتوپی از اورانیم که فراوانی آن در مخلوط طبیعی کمتر از ۰٫۷ درصد است، بیش از ۱٫۵ است.
 (ت) از تکنسیم برای تصویربرداری غده تیروئید استفاده می‌شود، زیرا یون تکنسیم با یونی که حاوی ید است، اندازه مشابهی دارد.

- ۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

۴۷) جرم اتمی میانگین عنصری برابر با $۱۲۶٫۷ amu$ است. اگر این عنصر دارای دو ایزوتوپ با جرم‌های $۱۲۸ amu$ و $۱۲۶ amu$ باشد، نسبت فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر به سبک‌تر به تقریب کدام است؟

- ۱) ۰٫۶۴ ۲) ۰٫۵۹ ۳) ۰٫۵۴ ۴) ۰٫۴۹

۴۸) چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟

- آ) در مدل کوانتومی اتم، الکترون در هر لایه‌ای که باشد در همه نقاط پیرامون هسته حضور می‌یابد، اما در محدوده همان لایه احتمال حضور بیشتری دارد.
 ب) خطوط رنگی در طیف نشری خطی اتم هیدروژن، از بازگشت الکترون برانگیخته از لایه‌های بالاتر به حالت پایه تشکیل می‌شود.
 پ) در اتم هیدروژن برانگیخته، انرژی پرتوی نشر شده حاصل از انتقال الکترون از لایه $n = 5$ به $n = 3$ ، کمتر از انرژی پرتوی نشر شده حاصل از انتقال الکترون از لایه $n = 6$ به $n = 4$ است.
 ت) انرژی نیز همانند ماده در نگاه میکروسکوپی، پیوسته اما در نگاه ماکروسکوپی، گسسته یا کوانتومی است.
 ث) طول موج نور نشر شده در اتم هیدروژن برانگیخته حاصل از انتقال الکترون از لایه $n = 6$ به $n = 3$ ، از 700 نانومتر بیشتر است.

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۴۹) چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- قاعده آفا ترتیب پر شدن زیرلایه‌های الکترونی برحسب انرژی را در اتم نشان می‌دهد.
- سطح انرژی زیرلایه‌ها به n و $n + l$ وابسته بوده، به طوری که زیرلایه $3d$ دارای سطح انرژی بیشتری نسبت به $3p$ است.
- همه زیرلایه‌های لایه الکترونی با عدد کوانتومی اصلی برابر n ، در عنصرهای دوره n م جدول تناوبی از الکترون اشغال می‌شوند.
- نحوه پر شدن برخی زیرلایه‌ها مطابق قاعده آفا به صورت $7p \rightarrow 6d \rightarrow 5f \rightarrow 4s$ است.

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۰) اگر در آرایش الکترونی اتم A در مجموع 14 الکترون با $(n + l = 5)$ وجود داشته باشد و در این اتم اختلاف تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها برابر 5 باشد، عدد جرمی آن کدام است؟

- ۱) ۷۳ ۲) ۶۳ ۳) ۷۸ ۴) ۶۸

۵۱) کدام عبارت‌های زیر نادرست هستند؟

- آ) بیش‌ترین اختلاف مقدار عدد کوانتومی اصلی (n) و فرعی (l)، برای زیرلایه‌های یک لایه برابر با n است.
 ب) در هر لایه، پایداری زیرلایه p از انرژی زیرلایه d بیشتر است.
 پ) مجموع n و l الکترون‌های (های) بیرونی‌ترین لایه اتم Cr برابر با 8 است.
 ت) در دوره چهارم جدول دوره‌ای، سه عنصر در آخرین زیرلایه خود، 1 الکترون دارند.

- ۱) آ - ب ۲) پ - ت ۳) آ - پ ۴) ب - ت

۵۲) اگر آرایش الکترونی عنصر X به صورت $5p^2 5s^2 4d^1 4f^0 3d^1$: $[Xe]Kr$ باشد، کدام گزینه درباره آن درست است؟

- ۱) این عنصر دارای 14 الکترون ظرفیت می‌باشد.
 ۲) این عنصر در گروه 14 و دوره 5 جدول دوره‌ای قرار دارد.
 ۳) در این عنصر تعداد 10 الکترون با $l = 2$ وجود دارد.
 ۴) لایه چهارم این عنصر کاملاً از الکترون پر شده است.

۵۳) عنصر A با سدیم، ترکیب یونی با فرمول Na_2A تشکیل می‌دهد. اگر مجموع $n + l$ الکترون‌های آخرین زیرلایه A برابر 12 باشد، تعداد الکترون‌های یون A برابر با تعداد الکترون‌ها با $l = 2$ کدام یک از عناصر زیر است؟

- ۱) $25Mn$ ۲) $28Ni$ ۳) $22Ti$ ۴) $29Cu$

۵۴) عنصر X با باریم (Ba) هم‌دوره و با آرسنیک (As) در جدول تناوبی هم‌گروه است. کدام گزینه درباره آن نادرست است؟

- ۱) عدد اتمی آن برابر 83 است.
 ۲) دارای 5 الکترون ظرفیتی است و با کلر ترکیبی یونی به فرمول XCl_5 تشکیل می‌دهد.
 ۳) همانند Hg در آن 14 الکترون با عددهای کوانتومی $n = 4$ و $l = 3$ وجود دارد.
 ۴) مجموع $n + l$ الکترون‌های لایه ظرفیت آن، بیش‌تر از تعداد الکترون‌های $l = 2$ در آن است.

پاسخنامه تشریحی

۱) کمیت‌های مقدار ماده و شدت روشنایی، کمیت‌هایی اصلی هستند که یکای آنها در SI به ترتیب عبارتند از: مول و کندلا (شمع).

۲) ابعاد استوانه B (یعنی شعاع مقطع و ارتفاع)، نصف ابعاد استوانه A است، پس سطح مقطع B، $\frac{1}{4}$ سطح مقطع A بوده و داریم: (فشار وارد بر کف ظرف به شکل ظرف و سطح مقطع آن بستگی ندارد).

$$h_B = \frac{h_A}{2}$$

$$r_B = \frac{r_A}{2} \xrightarrow{A=\pi r^2} A_B = \frac{A_A}{4}$$

$$P = \rho gh \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{\rho g h_A}{\rho g h_B} = \frac{h_A}{h_B} = 2$$

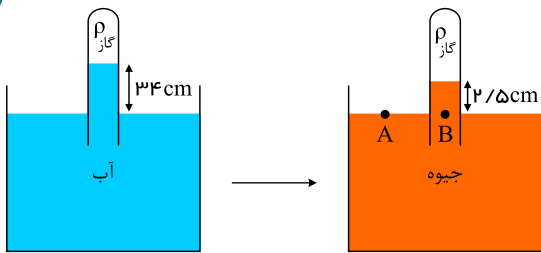
$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = PA \Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{P_A A_A}{P_B A_B} = \frac{P_A}{P_B} \times \frac{A_A}{\frac{A_A}{4}} = 2 \times 4 = 8$$

۳) در ابتدا ارتفاع ستون جیوه‌ای که فشاری معادل ستون ۳۴ سانتی متری آب ایجاد می‌کند را می‌یابیم.

$$h_{cmHg} = \frac{\rho h}{13.6}$$

$$h_{cmHg} = \frac{34}{13.6} = 2.5 cmHg$$

حال با توجه به نقاط هم‌تراز A و B داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_o = h_{cmHg} + P_{گاز} \Rightarrow P_o = 2.5 + 72 \Rightarrow P_o = 74.5 cmHg$$

$$P_{گاز} = P_o + h_{cmHg}$$

۴) دو نقطه هم‌تراز M و N در یک مایع (جیوه) را مشخص می‌کنیم و می‌دانیم، $P_M = P_N$ بنابراین داریم:

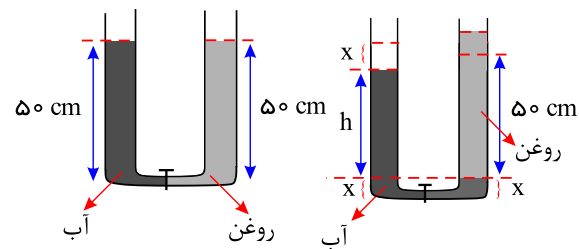
$$P_M = P_N \Rightarrow P_A + (\rho gh)_{آب} = (\rho gh)_{جیوه} + P_o \Rightarrow P_A + 10^3 \times 10 \times 0.2 = 13600 \times 10 \times 0.5 + 10^5$$

$$\Rightarrow P_A + 2 \times 10^3 = 68 \times 10^3 + 10^5 \Rightarrow P_A + 2 \times 10^3 = 168 \times 10^3$$

$$\Rightarrow P_A = 166 \times 10^3 \Rightarrow P_A = 166 kPa$$

۵) با باز شدن شیر ارتباط به دلیل اینکه چگالی آب بیشتر از چگالی نفت است، سطح آب در لوله سمت چپ پایین‌تر از سطح نفت در لوله سمت راست قرار می‌گیرد.

لذا با انتخاب سطح تراز مناسب و با استفاده از اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز، ارتفاع h را محاسبه می‌کنیم:



$$P_{آب} = P_{روغن}$$

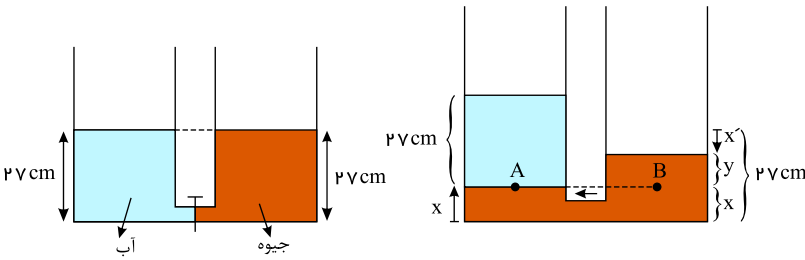
$$\rho_{آب} g h_{آب} = \rho_{روغن} g h_{روغن} \Rightarrow \rho_{آب} h_{آب} = \rho_{روغن} h_{روغن}$$

$$\rightarrow 1000 \times h_{آب} = 800 \times 50 \rightarrow h_{آب} = 40 cm$$

$$h_{آب} + 2x = 50 \rightarrow 40 + 2x = 50 \rightarrow x = 5 cm$$

بنابراین سطح آب در لوله سمت چپ ۵cm پایین می‌آید.

هنگامی که شیر رابط را باز کنیم، چون جیوه دارای چگالی بیشتری از آب است، جیوه جابه‌جا شده و مطابق شکل در زیر آب قرار می‌گیرد. حال اگر نقاط هم‌تراز A و B را معلوم کنیم، برای تعیین جابه‌جایی سطح جیوه یعنی x' داریم:



$$P_A = P_B \rightarrow (\rho h)_{\text{آب}} = (\rho y)_{\text{جیوه}} \rightarrow 1 \times 27 \text{ cm} = 13.5 y \rightarrow y = 2 \text{ cm}$$

حال می‌دانیم که چون قطر لوله رابط ناچیز فرض شده، مجموع ارتفاع ستون‌های آب و جیوه، باید برابر ۵۴cm باشد. بنابراین داریم:

$$27 + x + x + y = 54 \xrightarrow{y=2 \text{ cm}} x = 12.5 \text{ cm}$$

و در نهایت، در لوله شامل ستون جیوه داریم:

$$x' = 27 - (x + y) = 27 - (12.5 + 2) \rightarrow x' = 12.5 \text{ cm}$$

با استفاده از معادله پیوستگی داریم: (D قطر مقطع لوله است) ۱ ۲ ۳ ۴ ۷

$$A = \frac{\pi D^2}{4}$$

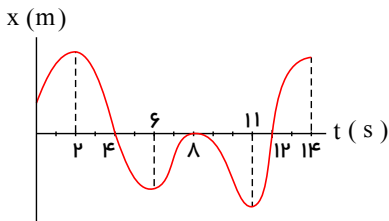
$$v_A A_A = v_B A_B$$

$$v_A D_A^2 = v_B D_B^2 \xrightarrow{D_A = 2 D_B} 4 v_A D_B^2 = v_B D_B^2 \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$\frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{زمان کل}} = \frac{\text{تندی متوسط}}{\text{سرعت متوسط}} = \frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{اندازه جابجایی کل}} = \frac{\text{اندازه جابجایی کل}}{\text{زمان کل}} = \frac{300 + 200}{300 - 200} = 5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹



باتوجه به نمودار مکان-زمان حرکت (شکل بالا)، جهت بردار مکان دو بار و در لحظه‌های ۴s و ۱۲s تغییر کرده است (x تغییر علامت داده است) و متحرک در بازه‌های زمانی $2s < t < 6s$ به مدت ۴ ثانیه و $8s < t < 11s$ به مدت ۳ ثانیه و در مجموع به مدت ۷ ثانیه در سوی منفی محور x حرکت کرده است.

پس پاسخ گزینه ۱ است.

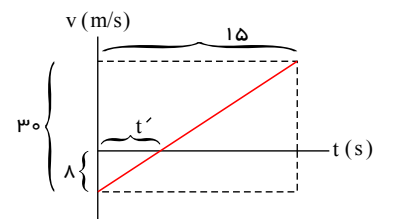
توجه: جهت بردار مکان در لحظه‌هایی تغییر می‌کند که متحرک از مبداء مکان عبور می‌کند و x تغییر علامت می‌دهد و در لحظه‌هایی که متحرک در مبداء مکان قرار می‌گیرد ولی از آن عبور نمی‌کند (مانند لحظه ۸s)، جهت بردار مکان تغییر نکرده است.

همچنین تغییر جهت بردار مکان مفهومی متفاوت نسبت به تغییر جهت حرکت است و نباید با آن اشتباه گرفته شود. در این حرکت جهت حرکت ۴ بار در لحظه‌های ۲s، ۶s، ۸s و ۱۱s تغییر کرده است.

در ابتدا لحظه تلاقی نمودار با محور زمان (t') که همان لحظه تغییر جهت نیز هست را می‌یابیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

توجه: برای یافتن t' چندین روش وجود دارد. مثلاً می‌توان از قضیه تالس هم کمک گرفت (یا از شیب خط استفاده کرد).

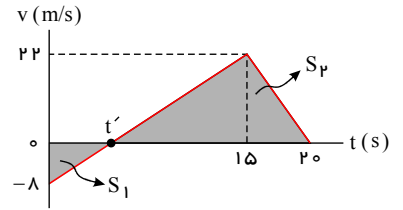
$$\frac{t'}{15} = \frac{8}{30} \rightarrow t' = 4s$$



قدرمطلق سطح زیر نمودار $t - v$ ، برابر مسافت پیموده شده است.

$$\frac{t'}{8} = \frac{15 - t'}{22} \Rightarrow t' = 4s$$

$$\left. \begin{aligned} |S_1| &= \frac{8 \times 4}{2} = 16 \\ S_2 &= \frac{22 \times (20 - 4)}{2} = 176 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{مسافت کل}} 16 + 176 = 192m$$



۱۱ اگر سرعت اولیه را v_0 و سرعت در نیمه مسیر را v_1 و سرعت در انتهای مسیر را v_2 فرض کنیم، می‌توان نوشت:

$$\left\{ \begin{aligned} v_1^2 - v_0^2 &= 2a\left(\frac{x}{2}\right) \Rightarrow v_1^2 - 0 = ax \\ v_2^2 - v_1^2 &= 2a\left(\frac{x}{2}\right) \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = ax \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_2^2 = 12^2 - v_1^2$$

$$\Rightarrow 2v_1^2 = 12^2 \Rightarrow \sqrt{2}v_1 = 12 \Rightarrow v_1 = \frac{12}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

۱۲ معادله مکان - زمان درجه ۲ برحسب زمان است. بنابراین حرکت با شتاب ثابت بر خط راست است. (مشابه کتاب درسی از مشتق کمک نمی‌گیریم.)

$$\left\{ \begin{aligned} x &= 2t^2 + 4t - 8 \\ x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{aligned} \right. \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{2} = 2 \rightarrow a = +4 \\ v_0 = +4 \end{cases} \rightarrow v = at + v_0 = 4t + 4$$

مشخص است که $v \neq 0$ یعنی متحرک بر خط راست، بدون تغییر جهت است.

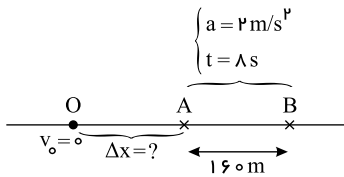
بنابراین: $\frac{L}{|\Delta x|} = 1$

۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴

معادله مستقل از شتاب: $\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 0 - 12 = \frac{0 + v_0}{2} \times 4 \Rightarrow v_0 = -6m/s$

با توجه به شکل سهمی و اینکه رأس سهمی در $t = 4$ است، سرعت در $t = 8s$ هم‌اندازه سرعت در لحظه صفر است، پس: $v = +6m/s$

۱۴ در ابتدا با توجه به معلوم بودن زمان جابه‌جایی، شتاب و مقدار جابه‌جایی AB ، سرعت در نقطه A را می‌یابیم



$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_A t \rightarrow 160 = \left(\frac{1}{2}\right)(2)(8)^2 + v_A(8) \rightarrow v_A = 12 \left(\frac{m}{s}\right)$$

حال با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی (مستقل از زمان) بین دو نقطه O و A داریم:

$$V_A^2 - V_0^2 = 2a(\Delta x) \xrightarrow{V_0=0} (12)^2 - 0 = (2)(2)\Delta x \rightarrow \Delta x_{OA} = 36m$$

۱۵ از روی ماتریس A^2 ، ماتریس A^5 را می‌یابیم:

$$A^2 = A - 2I \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} A^4 = A^2 - 4A + 4I = (A - 2I) - 4A + 4I$$

$$\rightarrow A^4 = -3A + 2I \xrightarrow{\text{ضرب طرفین در A}} A^5 = -3A^2 + 2AI = -3(A - 2I) + 2A$$

$$\rightarrow A^5 = -3A + 6I + 2A$$

$$\rightarrow A^5 = -A + 6I = \alpha A + \beta I \rightarrow \begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = 6 \end{cases} \rightarrow \alpha + \beta = 5$$

۱۶ دترمینان ماتریس $2A$ را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$|2A| = \begin{vmatrix} |A| & -2 \\ 2 & |A| \end{vmatrix}$$

$$2^2 |A| = |A|^2 + 4 \rightarrow |A|^2 - 4|A| + 4 = 0 \rightarrow (|A| - 2)^2 = 0 \Rightarrow |A| = 2$$

۱۷ (نکته) برای سه ماتریس مربعی هم‌مرتبه M, N, P رابطه $(PNM)^{-1} = (PNM)^{-1} P^{-1} N^{-1} M^{-1}$ برقرار است. طبق این نکته داریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$A^{-1}(B^{-1} + A^{-1})^{-1}B^{-1} = (B(B^{-1} + A^{-1})A)^{-1}$$

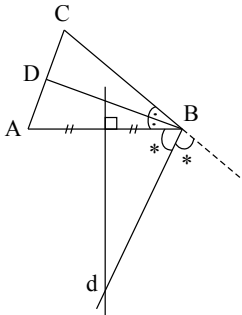
$$= ((I + BA^{-1})A)^{-1} = (A + B)^{-1} = \left(\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \right)^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = (2I)^{-1} = \frac{1}{2}I$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

نقاطی که از A و B به یک فاصله اند، روی عمود منصف AB واقع اند.

همچنین نقاطی که از دو ضلع AB و BC و یا امتداد آنها به یک فاصله اند روی نیمساز داخلی یا خارجی زاویه B واقع اند. محل تلاقی عمودمنصف AB و نیمسازهای داخلی و خارجی زاویه B همواره دو نقطه است.



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹ توجه به اینکه مجموع زوایای داخلی مثلث برابر 180° است داریم:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \rightarrow 2x + 10^\circ + x + 40^\circ + 4x - 10^\circ = 180^\circ$$

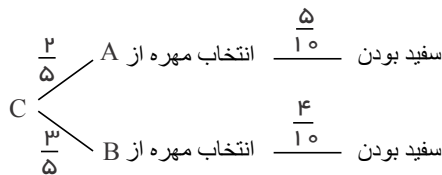
$$\rightarrow 7x + 40^\circ = 180^\circ \rightarrow 7x = 140^\circ \rightarrow x = 20^\circ$$

$$\rightarrow \hat{A} = 50^\circ, \hat{B} = 60^\circ, \hat{C} = 70^\circ$$

چون $\hat{A} = 50^\circ$ کوچکترین زاویه است پس ضلع روبه رو به آن یعنی BC کوتاهترین ضلع می باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

ظرف C شامل ۲ مهره از ظرف A و ۳ مهره از ظرف B است. پس مهره انتخابی از ظرف C ، $\frac{2}{5}$ مربوط به ظرف A و $\frac{3}{5}$ مربوط به ظرف B است. در این جور مسائل از آخر حل می کنیم:



$$P(\text{سفید}) = P(A) \times P(\text{سفید} | A) + P(B) \times P(\text{سفید} | B) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{11}{25}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱ دو تابع f و g را برابر می نامیم هرگاه:

الف) دامنه f و دامنه g باهم برابر باشند.

ب) برای هر x از این دامنه یکسان داشته باشیم: $f(x) = g(x)$

در گزینه های ۲، ۳ و ۴ دامنه دو تابع داده شده برابر نیستند زیرا:

۲ گزینه $D_f = \mathbb{R}, D_g : x \geq 0 \Rightarrow D_g = [0, +\infty) \Rightarrow D_f \neq D_g$

۳ گزینه $D_f : x|x| \geq 0 \xrightarrow{|x| \geq 0} x \geq 0 \Rightarrow D_f = [0, +\infty), D_g = \mathbb{R} \Rightarrow D_f \neq D_g$

۴ گزینه $D_f : x^2 \geq 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} \Rightarrow D_f = \mathbb{R}, D_g : x \geq 0 \Rightarrow D_g = [0, +\infty) \Rightarrow D_f \neq D_g$

جواب گزینه ۱ می باشد زیرا:

$$f(x) = (\sqrt{x})^2 \Rightarrow x \geq 0 \Rightarrow D_f = [0, +\infty)$$

$$g(x) = \sqrt{x|x|} \Rightarrow x|x| \geq 0 \xrightarrow{|x| \geq 0} x \geq 0 \Rightarrow D_g = [0, +\infty) \Rightarrow D_f = D_g = [0, +\infty)$$

$$x \geq 0 \Rightarrow |x| = x \Rightarrow g(x) = \sqrt{x|x|} = \sqrt{x \cdot x} = \sqrt{x^2} = (\sqrt{x})^2 = f(x)$$

f و g برابرند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲ اگر نمودار تابع $y = f(2x - 1)$ را یک واحد به چپ منتقل کنیم، نمودار تابع $y = f(2(x + 1) - 1) = f(2x + 1)$ به دست می آید. اگر این نمودار را

نسبت به محور عرضها قرینه کنیم، نمودار تابع $y = f(-2x + 1)$ به دست می آید و اگر طول نقاط این نمودار را دو برابر کنیم یعنی به جای x جمله $\frac{1}{2}x$ قرار می دهیم. نمودار تابع

$y = f(-x + 1)$ به دست می آید.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳ ابتدا دامنه تابع $y = f(x)$ را می یابیم:

$$-1 \leq x \leq 3 \rightarrow -2 \leq 2x \leq 6 \rightarrow -3 \leq 2x - 1 \leq 5$$

حال به کمک دامنه تابع $y = f(x)$ به دامنه $h(x) = f(3x + 2)$ می‌رسیم.

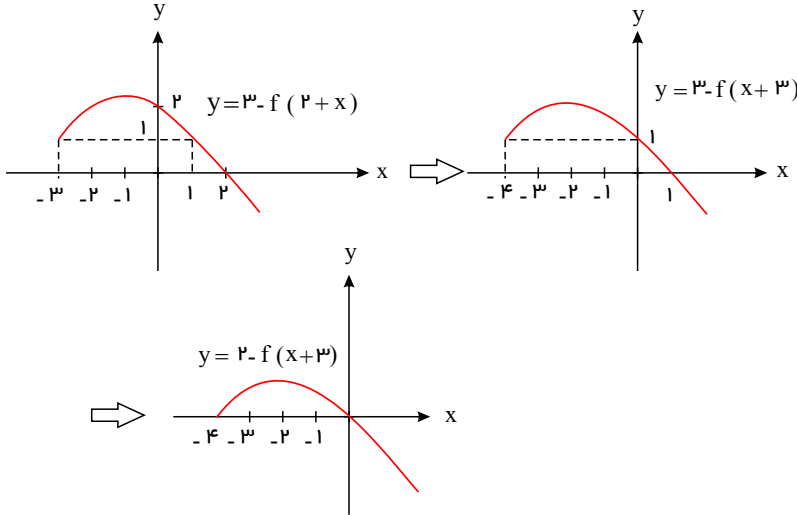
$$-3 \leq 3x + 2 \leq 5 \rightarrow -5 \leq 3x \leq 3 \rightarrow -\frac{5}{3} \leq x \leq 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

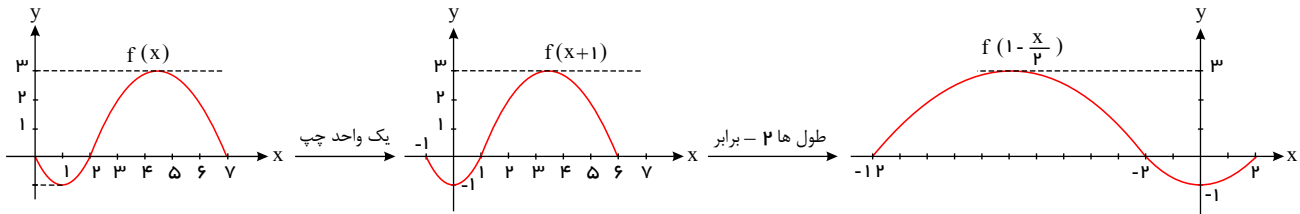
$$y = 3 - f(2 - x) \xrightarrow{x \rightarrow -x} y = 3 - f(2 + x) \xrightarrow{x \rightarrow x+1} y = 3 - f(2 + x + 1)$$

قرینه نسبت به y ها ۱ واحد انتقال به چپ

$$\Rightarrow y = 3 - f(x + 3) \xrightarrow{\text{یک واحد انتقال به پایین}} y = 2 - f(x + 3)$$



نمودار $f(x + 2)$ را دو واحد به راست منتقل می‌کنیم تا نمودار $f(x)$ حاصل شود. ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵



برای تعیین دامنه $\sqrt{xf(1 - \frac{x}{2})}$ باید نامعادله زیر را حل کنیم.

$$xf(1 - \frac{x}{2}) \geq 0$$

X	$-\infty$	-12	-2	0	2	$+\infty$
X		-	-	0	+	
$f(1 - \frac{X}{2})$		0	+	0	-	0
$xf(1 - \frac{X}{2})$		0	-	0	+	0

$\Rightarrow D_f = [-2, 0] \cup \{-12, 2\}$

با توجه به مراحل زیر داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

$$y = f(x) \xrightarrow{x \rightarrow x+3} y_1 = f(x + 3) \xrightarrow{x \rightarrow -x} y_2 = f(-x + 3) \xrightarrow{x \rightarrow 2x} y_3 = f(-2x + 3)$$

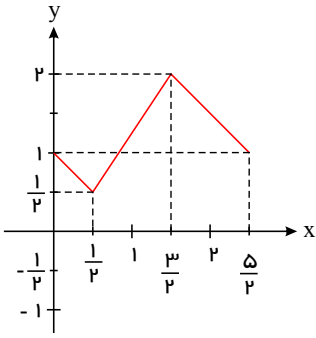
۳ واحد به چپ قرینه نسبت به محور y ها انقباض افقی با ضریب ۲

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x \text{ ها}} y_4 = -f(-2x + 3) \xrightarrow{\text{انقباض عمودی با ضریب } \frac{1}{2}} y_5 = -\frac{1}{2}f(-2x + 3)$$

یک واحد به بالا

$$\xrightarrow{\text{یک واحد به بالا}} y_6 = -\frac{1}{2}f(-2x + 3) + 1$$

با انجام مراحل بالا نمودار $y = -\frac{1}{2}f(-2x + 3) + 1$ به صورت زیر است.



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

تابع $f(x)$ چهار واحد به راست برده شده، سپس طول نقاطش نصف شده است و سپس عرضها -2 برابر شده است و در نهایت شکل سه واحد به بالا برده شده است.

$$A \begin{array}{c} 3 \\ -6 \end{array} \xrightarrow{\text{چهار واحد راست}} \begin{array}{c} 7 \\ -6 \end{array} \xrightarrow{\text{طول نصف}} \begin{array}{c} 7/2 \\ -6 \end{array} \xrightarrow{\text{عرض } -2 \text{ برابر}} \begin{array}{c} 7/2 \\ 12 \end{array} \xrightarrow{\text{سه واحد بالا}} \begin{array}{c} 7/2 \\ 15 \end{array}$$

تابع $f(x) = x^2 + 2x + 5$ را به صورت مربع کامل می‌نویسیم و داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

$$f(x) = x^2 + 2x + 1 + 4 = (x+1)^2 + 4$$

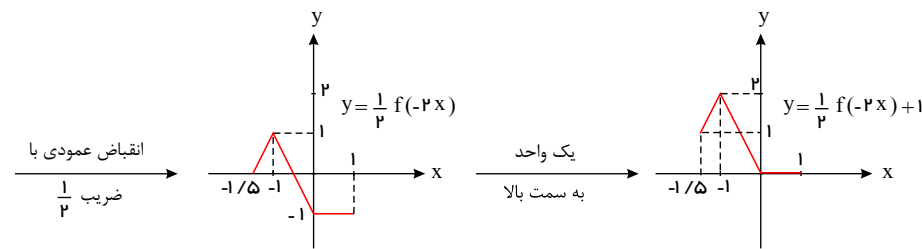
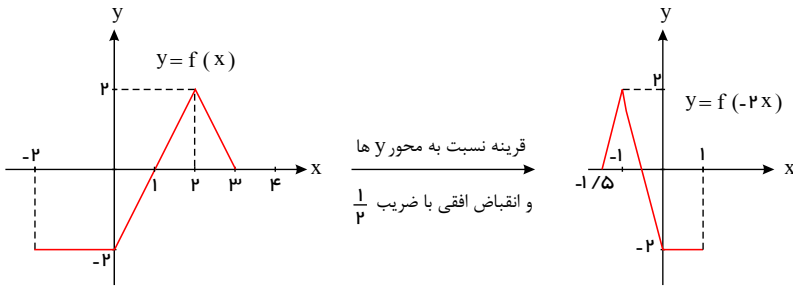
توجه کنید که باید از تابع $f(x)$ به $y = x^2$ برسیم، پس داریم:

$$f(x) = (x+1)^2 + 4 \xrightarrow{x \rightarrow x-1} y = (x-1+1)^2 + 4 = x^2 + 4 \xrightarrow[\text{پایین}]{\text{واحد به } 4} y = x^2 + 4 - 4 = x^2$$

بنابراین باید f را یک واحد به راست و سپس 4 واحد به پایین منتقل کنیم تا $y = x^2$ به دست آید.

ابتدا نمودار را یک واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y = f(x)$ به دست می‌آید. سپس با انجام انتقال و انقباض، نمودار تابع ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹

$$y = \frac{1}{2}f(-2x) + 1$$



پس دامنه تابع $y = \frac{1}{2}f(-2x) + 1$ برابر با $[-1, 1]$ و برد آن $[0, 2]$ است که اشتراک آن‌ها بازه $[0, 1]$ می‌شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰

$$f(x) = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y} g(x) = \sqrt{-x} \xrightarrow[\text{مثبت}]{\text{دو واحد به طرف } x \text{ های}} h(x) = \sqrt{-(x-2)} = \sqrt{-x+2}$$

$$\begin{cases} h(x) = \sqrt{-x+2} \\ y = x \text{ نیمساز ناحیه اول و سوم} \end{cases} \xrightarrow{\text{تلاقی}} \sqrt{-x+2} = x \xrightarrow{\text{توان } 2} -x+2 = x^2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2 & \text{غرق (در معادله صدق نمی‌کند)} \\ x = 1 & \text{ثقی} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۱

نکته: در بعضی از موارد برای اثبات یک گزاره لازم است همه موارد ممکن بررسی شود. به این روش، اثبات با در نظر گرفتن همه حالات می‌گوییم.

$$\begin{aligned}
 n = \text{زوج} &= 2k \Rightarrow n^2 + 9n + 5 = (2k)^2 + 9(2k) + 5 = 4k^2 + 18k + 4 + 1 \\
 &= 2(2k^2 + 9k + 2) + 1 = 2k' + 1 = \text{فرد} \\
 \text{یا} \\
 n = \text{فرد} &= 2k + 1 \Rightarrow n^2 + 9n + 5 = (2k + 1)^2 + 9(2k + 1) + 5 = 4k^2 + 4k + 1 + 18k + 9 + 5 \\
 &= 4k^2 + 22k + 14 + 1 = 2(2k^2 + 11k + 7) + 1 = 2k'' + 1 = \text{فرد}
 \end{aligned}$$

یعنی به ازای هر مقدار دلخواهی از n عدد مورد نظر همواره فرد است.

تذکره: اگر $N = p_1^\alpha \times p_2^\beta \times p_3^\gamma \dots$ آنگاه تعداد مقسوم علیه های طبیعی و صحیح N از دستور زیر حاصل می شود: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۲
۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳

تعداد مقسوم علیه های طبیعی: $N = (\alpha + 1)(\beta + 1)(\gamma + 1) \dots$

تعداد مقسوم علیه های صحیح: $N' = 2N$

$$24 | n \Rightarrow n = 24q; \quad q \in \mathbb{Z}$$

$$n | 4800 \Rightarrow 24q | 4800 \xrightarrow{\div 24} q | 200$$

یعنی q مقسوم علیه های صحیح ۲۰۰ است، پس با تجزیه ی ۲۰۰، تعداد مقسوم علیه های صحیح آن را تعیین می کنیم:

$$200 = 2^3 \times 5^2$$

$$\text{تعداد مقسوم علیه های صحیح} = 2(3 + 1)(2 + 1) = 24$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴

روش اول:

$$\text{گزینه ۱: } a^4 | b^3 \Rightarrow a \times a^3 | b^3 \Rightarrow a^3 | b^3 \Rightarrow a | b \Rightarrow a^5 | b^5$$

$$\text{گزینه ۳: } a^4 | b^3 \Rightarrow a^{20} | b^{15} \Rightarrow a \times a^{19} | b^{15} \Rightarrow a^{19} | b^{15}$$

$$\text{گزینه ۴: } a | b \Rightarrow a^6 | b^6 \Rightarrow a^6 | b^7$$

اما رابطه گزینه ۲ در حالت کلی نادرست است مثلاً اگر $a = 8$ و $b = 16$ آنگاه $b = 16^3 = 2^{12}$ ، $a = 8^4 = 2^{12}$ است پس $a^4 | b^3$ ولی $a^3 = 8^3 = 2^9$ و $b^2 = 16^2 = 2^8$ است پس $a^3 \nmid b^2$

روش دوم: اگر $a^m | b^n$ و بخواهیم بررسی نمائیم $a^x | b^y$ ، اگر $\left| \frac{m}{x} - \frac{n}{y} \right| \geq 0$ رابطه $a^x | b^y$ صحیح است وگرنه نادرست می باشد.

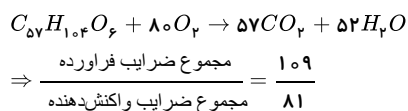
$$a^4 | b^3 \xrightarrow{\text{بررسی گزینه ها}} \begin{cases} \text{گزینه ۱: } \left| \frac{4}{5} - \frac{3}{5} \right| = 4 \times 5 - 5 \times 3 > 0 \quad \checkmark \\ \text{گزینه ۲: } \left| \frac{4}{3} - \frac{3}{2} \right| = 4 \times 2 - 3 \times 3 = -1 < 0 \quad \times \\ \text{گزینه ۳: } \left| \frac{4}{19} - \frac{3}{15} \right| = 4 \times 15 - 19 \times 3 = 60 - 57 > 0 \quad \checkmark \\ \text{گزینه ۴: } \left| \frac{4}{6} - \frac{3}{7} \right| = 4 \times 7 - 6 \times 3 = 28 - 18 > 0 \quad \checkmark \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵ بررسی موارد:

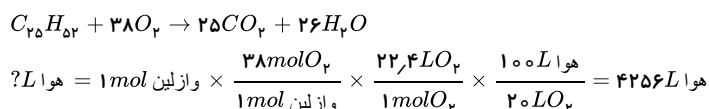
مورد «الف»: فرمول مولکولی اسیدچرب راست زنجیر به صورت $C_n H_{2n} O_2$ است.

مورد «ب»: چون تعداد کربن ها در یک مولکول گریس بیشتر از بنزین است، گریس کم فرارتر از بنزین است، ولی روغن زیتون نیز در آب نامحلول است.

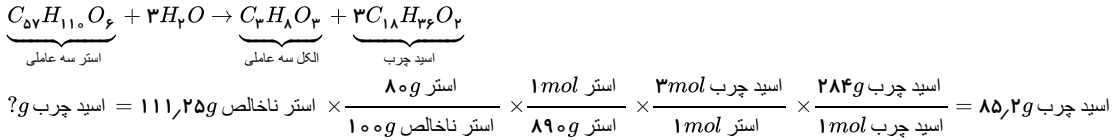
مورد «پ»:



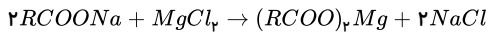
مورد «ت»: واکنش سوختن وازلین به صورت زیر است:



۱ ۲ ۳ ۴ ۳۶



۱ ۲ ۳ ۴ ۳۷



جرم مولی رسوب برابر است با:

$$0,1 \text{ mol صابون} \times \frac{1 \text{ رسوب}}{2 \text{ صابون}} \times \frac{x \text{ رسوب}}{1 \text{ رسوب}} = 30,9g \text{ رسوب} \rightarrow x = 618g \cdot \text{mol}^{-1}$$

تعداد کربن در زنجیر آلکیل R را n در نظر می‌گیریم؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$(C_n H_{2n+1} COO)_2 Mg \text{ جرم مولی} = 28n + 114 = 618 \rightarrow n = 18$$

بر این اساس، فرمول شیمیایی صابون به صورت $C_{18}H_{37}COONa$ می‌باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸

عبارت‌های «الف» و «ب» درست هستند.

بررسی همه عبارت‌ها:

«الف»: ترکیب (۲) یک پاک‌کننده غیرصابونی و ترکیب (۱) یک پاک‌کننده صابونی است.

غیرصابونی < صابونی : قدرت پاک‌کنندگی

«ب»: حساب می‌کنیم:

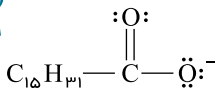
$$(1) \text{ ترکیب } : C_{15}H_{31}COONa \rightarrow M = 278g \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$(2) \text{ ترکیب } : C_{12}H_{25} - C_6H_5 - SO_3Na \rightarrow M = 348g \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{تفاوت جرم مولی} = 348 - 278 = 70g$$

$$C_6H_5 \Rightarrow \text{جرم مولی} = 78g \cdot \text{mol}^{-1}$$

«پ»: ساختار آنیون ترکیب (۱) به صورت زیر است:



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{شمار جفت الکترون‌های پیوندی} = 49 \\ \text{شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی} = 5 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \text{نسبت مورد نظر} = \frac{49}{5} = 9,8$$

«ت»: ترکیب (۳) یک استر سنگین، و سه عاملی است و از واکنش یک مول از آن با مقدار کافی سود، ۳ مول صابون تشکیل می‌شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۹

کلوئید پایدارشده آب و روغن یک مخلوط ناهمگن و پایدار بوده و حاوی توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت (نه یکسان) است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۰

بررسی موارد:

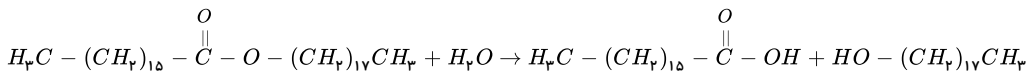
مورد «آ»: نادرست. ظرف B محلول و ظرف A کلوئید است. ظرف A ناهمگن و پایدار است.

مورد «ب»: نادرست. ذرات سازنده ظرف A از سوسپانسیون ریزترند. اما هر دو مسیر عبور نور را مشخص می‌کنند.

مورد «پ» و «ت» درست هستند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۱

آبکافت استر A به صورت زیر می‌باشد:



شمار کربن‌های کربوکسیلیک‌اسید حاصل ۱۷ اتم بوده که برابر شمار اتم‌های کربن زنجیر هیدروکربنی صابون جامد می‌باشد.

$$C_{17}H_{35}COO^- Na^+ \text{ فرمول صابون جامد}$$

تعداد اتم‌های کربن الکل حاصل، ۱۸ بوده که برابر تعداد اتم‌های کربن زنجیر هیدروکربنی پاک‌کننده غیرصابونی می‌باشد.



$$\text{جرم مولی صابون جامد} = 306g \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\text{جرم مولی پاک‌کننده غیرصابونی} = 432g \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$432 - 306 = 126g \cdot \text{mol}^{-1}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۲

فقط عبارت (پ) صحیح است.

رابطه درصد جرمی برای عنصرهای اکسیژن و گوگرد در این ترکیب به صورت زیر است:

$$\text{درصد جرمی اکسیژن} = \frac{3 \times 16}{32} \times 100 = \text{جرم مولی ترکیب}$$

$$\text{درصد جرمی گوگرد} = \frac{32}{32} \times 100 = \text{جرم مولی ترکیب}$$

نسبت درصد جرمی اکسیژن به گوگرد برابر است با:

$$\frac{3 \times 16}{32} = 1,5$$

بررسی سایر عبارت‌ها:

عبارت (آ): فرمول کلی این ترکیب، $C_{18}H_{29}SO_3^-Na^+$ است.

عبارت (ب): در این مولکول فقط دو اتم کربن می‌توان یافت که به اتم هیدروژن متصل نیستند؛ دو اتم کربن از حلقه بنزنی که یکی به گروه SO_3^- و دیگری به زنجیر هیدروکربنی متصل است.

عبارت (ت): پاک‌کننده‌های غیرصابونی برخلاف پاک‌کننده‌های صابونی در آب‌های سخت نیز خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند و با یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} رسوب نمی‌دهند.

$RC_6H_5SO_3^-Na^+$ یک پاک‌کننده غیرصابونی است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۳

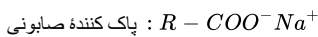
عبارت‌های «الف» و «ب» درست هستند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۴

بررسی موارد:

مورد «پ»: نوع پارچه بر میزان چسبندگی لکه‌های چربی تأثیرگذار است.

مورد «ت»: تفاوت در ساختار شیمیایی پاک‌کننده‌های صابونی و پاک‌کننده‌های غیرصابونی هم در گروه ناقصی و هم در گروه قطبی آن‌ها است.

پاک‌کننده غیرصابونی:



اغلب هسته‌هایی که نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌های آن‌ها برابر یا بیش از ۱٫۵ است رادیوایزوتوپ هستند. در همه رادیوایزوتوپ‌ها، نسبت گفته شده برقرار نیست، مثلاً در عنصر ناپایدار تکنسیم (${}^{99}Tc$)، این نسبت کمتر از ۱٫۵ است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۵

فقط عبارت (پ) درست است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۶

بررسی موارد:

(آ) از اتم ${}^{99}Tc$ برای تصویربرداری غده تیروئید استفاده می‌شود (جای عدد اتمی و عدد جرمی اشتباه نوشته شده است).

(ب) هر دو نوع گلوکز معمولی و نشان‌دار، توسط یاخته‌های بدن جذب می‌شود.

(پ) در ${}^{235}_{92}U$ نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌ها به صورت زیر است:

$$\frac{235 - 92}{92} = 1,55$$

(ت) یون یدید با یونی که حاوی تکنسیم است، اندازه مشابهی دارد.

درصد فراوانی ایزوتوپ‌های ${}^{126}A$ و ${}^{128}A$ را به ترتیب برابر با x و $(100 - x)$ در نظر می‌گیریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۷

$$126,7 = \frac{(126 \times x) + (128 \times (100 - x))}{100} \Rightarrow x = 65$$

پس درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر برابر با ۶۵٪ و درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر برابر با ۳۵٪ است، پس می‌توان نوشت:

$$\frac{\text{درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر}}{\text{درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر}} = \frac{35}{65} \simeq 0,54$$

عبارت‌های ب، پ، ت نادرست‌اند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۸

(ب) خطوط رنگی در طیف نشری خطی اتم هیدروژن، از بازگشت الکترون از لایه‌های بالاتر به لایه $n = 2$ تشکیل می‌شود.

(پ) انرژی نور نشرشده حاصل از انتقال الکترون از لایه $n = 5$ به $n = 3$ ، بیشتر از انرژی نور نشرشده حاصل از انتقال الکترون از لایه $n = 6$ به $n = 4$ است. (با افزایش n ، فاصله انرژی لایه‌های متوالی کاهش می‌یابد.)

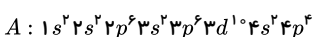
(ت) انرژی نیز همانند ماده در نگاه ماکروسکوپی، پیوسته اما در نگاه میکروسکوپی، گسسته یا کوانتومی است.

(ث) در اتم هیدروژن نور حاصل از بازگشت الکترون از لایه‌های بالاتر بر لایه سوم، در ناحیه فروسرخ قرار می‌گیرد که طول موجی بلندتر از 700 nm دارد.

به جز عبارت سوم، بقیه عبارت‌ها درست‌اند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۹

عبارت سوم: به‌طور مثال در لایه سوم، ۳ زیرلایه s, p, d وجود دارد که زیرلایه‌های s و p در دوره سوم ولی زیرلایه d در دوره چهارم اشغال می‌شود.

آرایش الکترونی اتم A به صورت زیر است: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۰



۱۴ الکترون موجود در زیرلایه‌های $3d$ و $4p$ دارای $n + l = 5$ هستند. پس عدد اتمی عنصر A برابر ۳۴ است. از آن‌جا که در همه اتم‌ها به جز 1_1H تعداد نوترون‌ها برابر یا بیشتر از تعداد پروتون‌ها است، می‌توان نتیجه گرفت که اتم A دارای ۳۹ نوترون است.

$$\text{عدد جرمی} = p + n = 34 + 39 = 73$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۱ (پ)



بزرگ‌ترین لایه $n = 4$
 ${}^{74}_{34}Cr: n = 4$
 $l = 0 \rightarrow \text{مجموع } n + l = 1 \times (4 + 0) = 4$

(ت) در بیرونی ترین زیرلایه اتم چهار عنصر زیر در دوره چهارم، یک الکترون وجود دارد:

$$\begin{aligned} {}_{19}K &= [{}_{18}Ar]4s^1 \\ {}_{24}Cr &= [{}_{18}Ar]3d^54s^1 \\ {}_{29}Cu &= [{}_{18}Ar]3d^{10}4s^1 \\ {}_{31}Ga &= [{}_{18}Ar]3d^{10}4s^24p^1 \end{aligned}$$

بررسی سایر عبارت‌ها:

(آ) مقدار n برای زیرلایه‌های یک لایه، با یکدیگر برابر است و کمترین مقدار l ، $l = 0$ است؛ پس بیشترین اختلاف n و l برابر با n خواهد بود.
(ب) هرچه $n + l$ کوچکتر باشد، یک زیرلایه پایدارتر و انرژی آن کمتر است.
چون l برای زیرلایه p کوچک‌تر از l برای زیرلایه d است، پس در هر لایه، زیرلایه p پایدارتر و است.

بررسی گزینه‌های نادرست: **۱ ۲ ۳ ۴ ۵۲**

(۱) این عنصر دارای ۴ الکترون ظرفیت می‌باشد.

(۳) در آرایش الکترونی آن $3d^{10}$ و $4d^{10}$ وجود دارد، پس دارای ۲۰ الکترون با $l = 2$ می‌باشد.

(۴) لایه چهارم گنجایش ۳۲ الکترون دارد؛ در حالی که این عنصر ۱۸ الکترون در لایه چهارم دارد. ($4f$ پر نشده است).

یون A^{2-} تشکیل داده؛ بنابراین در گروه ۱۶ جدول قرار دارد و آرایش الکترونی آن به np^6 ختم می‌شود. **۱ ۲ ۳ ۴ ۵۳**

$$(n + l) = 12 \Rightarrow 4(n + 1) = 12 \Rightarrow n = 2$$

پس آرایش الکترونی یون A ، $1s^2/2s^2 2p^6$ است که ۱۰ الکترون دارد. آرایش الکترونی عنصر Cu به صورت $[{}_{18}Ar]3d^{10}4s^1$ است که ۱۰ الکترون با $l = 2$ دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۴

آرایش الکترونی ${}_{33}As$ و ${}_{56}Ba$ به صورت زیر است:

$${}_{33}As : [{}_{18}Ar]3d^{10} 4s^2 4p^3 \rightarrow \text{گروه ۱۵}$$

$${}_{56}Ba : [{}_{54}Xe]6s^2 \rightarrow \text{دوره ۶}$$

پس عنصر X در گروه ۱۵ و دوره ۶ جدول دوره‌های جای دارد:

$${}_{83}X : [{}_{54}Xe]4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^3$$

تعداد الکترون‌های ظرفیت عنصرهای گروه ۱۵ برابر ۵ است؛ اما X با کلر نمی‌تواند ترکیب یونی با فرمول XCl_5 تشکیل دهد، چون در این صورت X باید کاتیونی با بار (+۵) تشکیل دهد که امکان‌پذیر نیست (عنصرها فقط کاتیون‌هایی با بار حداکثر (+۳) تشکیل می‌دهند).

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) اگر در آرایش الکترونی X ، تعداد الکترون‌ها شمرده شود، عدد اتمی آن به دست می‌آید که برابر ۸۳ است. البته جور دیگر هم می‌توان عدد اتمی X را به دست آورد. چون X در دوره ۶ جای دارد و گاز نجیب این دوره هم ${}_{86}Rn$ است کافی است از ۸۶، سه واحد کم کنیم تا برسیم به عدد اتمی عنصر X که در گروه ۱۵ جای دارد:

$$X \text{ عدد اتمی} = 86 - 3 = 83$$

(۳) عدد‌های کوانتومی $l = 3$ و $n = 4$ بیانگر زیرلایه $4f$ هستند که در ${}_{80}Hg$ هم این زیرلایه پر است:

$${}_{80}Hg : [{}_{54}Xe]4f^{14} 5d^{10} 6s^2$$

(۴) در لایه ظرفیت X ، ۲۰ الکترون در $6s$ و ۳ الکترون در $6p$ جای دارد، پس:

$${}_{83}X : [{}_{54}Xe]4f^{14} 5d^{10} \underbrace{6s^2 6p^3}_{\text{لایه ظرفیت}}$$

$$\text{مجموع } (n + l) \text{ الکترون‌های لایه ظرفیت} = 33 = \underbrace{2 \times (6 + 0)}_{6s} + \underbrace{3(6 + 1)}_{6p}$$

در ${}_{83}X$ تعداد الکترون‌های موجود در زیرلایه d ($l = 2$) برابر ۳۰ است (همه زیرلایه‌های $3d$ ، $4d$ و $5d$ پر هستند). پس مجموع $(n + l)$ الکترون‌های لایه ظرفیت آن بیش‌تر از تعداد الکترون‌های با $l = 2$ می‌باشد.

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴

۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴

۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴

۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴