

حسابان

۱- گزینه «۲» -

$$\frac{S_{\Delta}}{S_{\square}} = \frac{17}{16} \Rightarrow 1 + q^4 = \frac{17}{16} \Rightarrow q^4 = \frac{1}{16} \xrightarrow{\text{جملات دنباله مثبت}} q = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a_4}{a_5} = q^2 = \frac{1}{4}$$

(میرزایی) (دنباله حسابی و هندسی - مجموع جملات هندسی) (متوسط)

۲- گزینه «۴» -

$$S = \frac{m+1}{2} \text{ جمع ریشه‌ها}$$

$$P = \frac{1}{2} = \frac{1}{16} \text{ ضرب ریشه‌ها}$$

$$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}} = 2$$

$$\sqrt{\frac{m+1}{2}} + 2\sqrt{\frac{1}{16}} = 2 \Rightarrow \frac{m+1}{2} + \frac{1}{2} = 4$$

$$m+2=8 \Rightarrow m=6$$

$$m=6: 2x^2 - 7x + \frac{1}{8} = 0: \Delta = 49 - 1 = 48 > 0 \text{ قابل قبول}$$

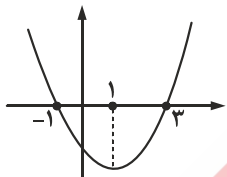
(سراسری ریاضی - ۹۶) (معادله درجه دوم - رابطه بین ضرایب و ریشه‌ها) (متوسط)

۳- گزینه «۱» - سهمی شکل نسبت به خط $x=1$ متقارن است، پس صفرهای تابع $\alpha = -1$ و $\beta = 3$ می‌باشد.

$$f(x) = a(x-\alpha)(x-\beta)$$

$$a=1: f(x) = (x+1)(x-3)$$

$$f(-2) = (-2+1)(-2-3) = 5$$



(میرزایی) (نمودار درجه دوم - طریقه نوشتن معادله درجه دوم) (آسان)

۴- گزینه «۲» -

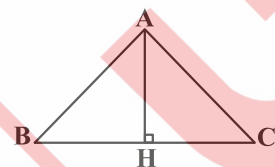
$$\begin{cases} |x-1|-2=1 \Rightarrow |x-1|=3 \Rightarrow \begin{cases} x-1=3 \Rightarrow x=4 \\ x-1=-3 \Rightarrow x=-2 \end{cases} \\ |x-1|-2=-1 \Rightarrow |x-1|=1 \Rightarrow \begin{cases} x-1=1 \Rightarrow x=2 \\ x-1=-1 \Rightarrow x=0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = 4 + (-2) + 2 + 0 = 4$$

(میرزایی) (قدرمطلق - حل معادله قدرمطلق) (متوسط)

۵- گزینه «۴» -

$$BC \text{ شیب خط } m_{BC} = \frac{5+2}{1-3} = \frac{-7}{2}$$



$$AH \text{ شیب خط ارتفاع } m_{AH} = \frac{-1}{m_{BC}} = \frac{2}{7}$$

$$y-1 = \frac{2}{7}(x-2)$$

$$7y-7 = 2x-4 \Rightarrow 7y-2x=3$$

(میرزایی) (آشنایی با هندسه تحلیلی - نوشتن معادله خط) (متوسط)

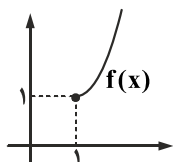
۶- گزینه «۳» - با توجه به تعریف ماشین تابع fog:



0	-1	تعریف نشده
5	-4	-7
-5	2	تعریف نشده
-4	9	6
2	1	تعریف نشده

(میرزایی) (تابع - تابع مرکب) (متوسط)

۷- گزینه «۳» -



$$y = (x-1)^2 + 1 \Rightarrow (x-1)^2 = y-1 \xrightarrow{x \geq 1} x-1 = \sqrt{y-1}$$

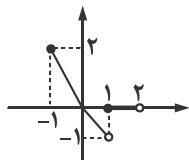
$$x = \sqrt{y-1} + 1$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x-1} + 1$$

$$D_{f^{-1}} = R_f = [1, +\infty)$$

(میرزایی) تابع - ضابطه وارون تابع (متوسط)

۸- گزینه «۲» -



$$-1 \leq x < 2 \Rightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 : f(x) = -2x \\ 0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 : f(x) = -x \\ 1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 : f(x) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|c} -1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{array}$$

(میرزایی) تابع جزء صحیح - ترسیم نمودار جزء صحیح (متوسط)

۹- گزینه «۴» -

$$2f = \{(2, \sqrt{2}), (0, 6), (4, 2), (5, 4)\}$$

$$D_{2f} = \{2, 0, 4, 5\}$$

$$g(x) = \sqrt{4-x} \quad D_g = (-\infty, 4]$$

$$D_{g-2f} = D_g \cap D_{2f} = \{2, 0, 4\}$$

$$g-2f = \{(2, 0), (0, -4), (4, -2)\}$$

$$\text{برد مجموعه اعضای} = 0 + (-4) + (-2) = -6$$

(بانک سؤالات علوی) تابع - اعمال اصلی روی تابع (متوسط)

۱۰- گزینه «۱» -

$$\left(\frac{1}{3^2}\right)^{2x^2+4x^2+4} = (3^2)^{\frac{2}{3}x+1}$$

$$3x^2 + 2x^2 + 2 = 3^{\frac{2}{3}x+1}$$

$$x^2 + 2x^2 + 2 = 3x + 2$$

$$x^2 + 2x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x^2 + 2x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$\text{مجموع جوابها} = 0 + 1 + (-3) = -2$$

(میرزایی) تابع نمایی - حل معادله نمایی (متوسط)

۱۱- گزینه «۱» -

$$\log_7(x-2)(x+2) = 5 \Rightarrow x^2 - 4 = 32 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -6 \end{cases}$$

$$x = 6 : \log_{\sqrt{6}} x = \log_{\frac{1}{6}} 6 = 2$$

(میرزایی) لگاریتم - معادله لگاریتمی (آسان)

۱۲- گزینه «۴» -

$$\left. \begin{array}{l} x-2 > 0 \Rightarrow x > 2 \\ 9-x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < 9 \Rightarrow -3 < x < 3 \\ 9-x^2 \neq 1 \Rightarrow x^2 \neq 8 \Rightarrow x \neq \pm 2\sqrt{2} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D = (2, 3) - \{2\sqrt{2}\}$$

(میرزایی) لگاریتم - دامنه لگاریتم (آسان)

۱۳- گزینه «۲» -

$$\sin 300^\circ = \sin(2\pi - 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 210^\circ = \cos(\pi + 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 120^\circ = \tan(\pi - 60^\circ) = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\cot 230^\circ = \cot g(2\pi - 30^\circ) = -\cot 30^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\text{عبارت} = \frac{(-\frac{\sqrt{3}}{2})(-\frac{\sqrt{3}}{2})}{(-\sqrt{3})(-\sqrt{3})} = \frac{\frac{3}{4}}{3} = \frac{1}{4}$$

(میرزایی) (مثلثات - نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

۱۴- گزینه «۱» -

$$(\cos x \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \sin x \sin \frac{\pi}{3})(\cos x \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \sin x \sin \frac{\pi}{3}) = \frac{2}{9}$$

$$\frac{1}{4} \cos^2 x - \frac{3}{4} \sin^2 x = \frac{2}{9} \Rightarrow \cos^2 x - 3 \sin^2 x = \frac{8}{9}$$

$$1 - \sin^2 x - 3 \sin^2 x = \frac{8}{9} \Rightarrow 4 \sin^2 x = \frac{1}{9}$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{36}$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x = 1 - 2(\frac{1}{36}) = \frac{17}{18}$$

(میرزایی) (مثلثات - اتحاد مثلثاتی) (دشوار)

۱۵- گزینه «۳» - یادآوری:

$$2 \cos^2 x - 1 = \cos 2x$$

$$\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x}$$

$$\text{عبارت} = \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = \frac{1}{2} \sin 2x \cdot \cos 2x = \frac{1}{4} \sin 4x \xrightarrow{x = 7/5^\circ} \frac{1}{4} \sin 30^\circ = \frac{1}{8}$$

(میرزایی) (مثلثات - اتحادهای مثلثاتی) (متوسط)

۱۶- گزینه «۴» -

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} [f(x)] + [\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)] = [-1^+] + [4] = -1 + 4 = 3$$

(میرزایی) (حد - حد راست و چپ) (آسان)

۱۷- گزینه «۴» -

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{\sin(\frac{\pi}{4} + 2t) - 1}{\pi + 4t - \pi} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-1 - \cos 2t}{4t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-2 \sin^2 t}{4t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\sin t \cdot \sin t}{2t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{2} \sin t = 0$$

(میرزایی) (حد - رفع ابهام $\frac{0}{0}$) (متوسط)

۱۸- گزینه «۳» -

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{x^2 + 2x} \times \frac{\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}}{\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2+x) - (2-x)}{x(x+2)(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(x+2)(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x})} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

(میرزایی) (حد - رفع ابهام $\frac{0}{0}$) (متوسط)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos 2x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \sin^2 x}{x^2} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} ([x] - 2a) = [0^-] - 2a = -1 - 2a$$

$$f(0) = b - 1$$

$$-1 - 2a = 2 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

$$b - 1 = 2 \Rightarrow b = 3$$

$$2a + b = \frac{-9}{2} + 3 = \frac{-3}{2}$$

$D_f = f$ بازه پیوستگی

$$4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$$

$$D_f = [-2, 2]$$

(میرزایی) (حد و پیوستگی - پیوستگی) (متوسط)

۲۰- گزینه «۲» -

(میرزایی) (حد و پیوستگی - بازه‌های پیوستگی) (متوسط)