

ریاضی ۱

۱- گزینه «۲» -

$A = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$: مجموعه مقسوم علیه های طبیعی ۲۸

$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$: مجموعه مقسوم علیه های طبیعی ۳۶

$$\Rightarrow A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 12, 14, 18, 28, 36\} \Rightarrow n(A \cup B) = 12$$

(طلوعی) (فصل اول - درس دوم - تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه) (آسان)

۲- گزینه «۲» -

$$[(\underbrace{R-Q'}_Z) \cap Z] - (\underbrace{R \cap Q}_Q)' = Z - Q' = Z$$

(طلوعی) (فصل اول - درس اول - اجتماع و اشتراک دو مجموعه) (متوسط)

۳- گزینه «۲» - جمله عمومی الگوی خطی را به صورت $c_n = an + b$ در نظر می گیریم:

جمله هشتم $\rightarrow c_8 = 8a + b = 10$

جمله یازدهم $\rightarrow c_{11} = 11a + b = 28$

با حل دستگاه بالا داریم:

$$\Rightarrow a = 6 \quad b = -38$$

جمله بیست و یکم $\rightarrow c_{21} = 21 \times 6 - 38 = 88$

(طلوعی) (فصل اول - درس چهارم - الگو و دنباله) (متوسط)

۴- گزینه «۳» - کافی است n را محاسبه کنیم:

$$\begin{aligned} 2n - 1 = 3 &\Rightarrow n = 2 \Rightarrow a_2 = \frac{10 - 6}{1 + 4} = \frac{4}{5} \\ 2n - 1 = 11 &\Rightarrow n = 6 \Rightarrow a_{11} = \frac{30 - 6}{1 + 12} = \frac{24}{13} \end{aligned} \Rightarrow \frac{24}{13} - \frac{4}{5} = \frac{120 - 52}{65} = \frac{68}{65}$$

(طلوعی) (فصل اول - درس چهارم - الگو و دنباله) (متوسط)

۵- گزینه «۴» - بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»:

$$x^2 \leq x \Rightarrow x^2 - x \leq 0 \Rightarrow x \in [0, 1]$$

متناهی است. $[0, 1] \cap \mathbb{N} = \{1\}$

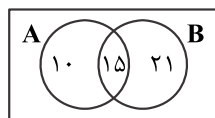
گزینه «۲»: مجموعه B سه عضوی و متناهی است. دقت کنید که در مجموعه B عضوی به صورت $\{2, 3, \dots\}$ وجود دارد که خودش مجموعه نامتناهی است، اما این مجموعه برای B فقط یک عضو محسوب می شود.

گزینه «۳»:

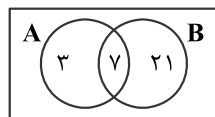
مجموعه تک عضوی و متناهی است. $C = \{1\}$

گزینه «۴»: D مجموعه ای بی پایان از یک سلسله مجموعه اعداد طبیعی که هر مجموعه از مجموعه قبلی یک عضو بیشتر دارد. پس این مجموعه نامتناهی است. (طلوعی) (فصل اول - درس اول - مجموعه های متناهی و نامتناهی) (متوسط)

۶- گزینه «۲» - طبق فرض، پیش از تغییر، اعضا به صورت زیر توزیع شده بودند:



۱۵ عضو از A برداشته ایم که ۸ عضو آن از اشتراک دو مجموعه حضور داشته اند، پس ۸ عضو از اشتراک کم می شود و ۷ عضو هم از باقی مانده A :



$$n(A \cup B) = 3 + 7 + 21 = 31$$

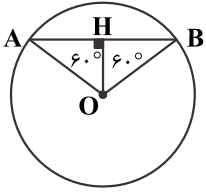
(طلوعی) (فصل اول - درس دوم - تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه) (دشوار)

۷- گزینه «۳» -

$$A = \sin^2 + \cos^2 + (\sqrt{2} \sin \cdot \cos)^2 = \sin^2 + \cos^2 + 2 \sin^2 \cdot \cos^2 = (\sin^2 + \cos^2)^2 = 1^2 = 1$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس سوم - روابط بین نسبت های مثلثاتی) (متوسط)

۸- گزینه «۴» - ارتفاع مثلث OAB را رسم می‌کنیم، با توجه به این که OAB مثلث متساوی‌الساقین است، این ارتفاع، میانه و نیمساز نیز می‌باشد پس:



$$\sin 60^\circ = \frac{AH}{OA} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AH}{6\sqrt{3}} \Rightarrow AH = 9 \Rightarrow AB = 2AH = 18$$

(کتاب همراه علوی) (فصل دوم - درس اول - نسبت‌های مثلثاتی) (آسان)

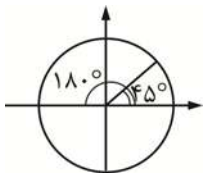
۹- گزینه «۴» -

$$\sqrt{\cos^2 x + 4 \sin^2 x} = \sqrt{\cos^2 x + 4(1 - \cos^2 x)} = \sqrt{\cos^2 x + 4 - 4 \cos^2 x} = \sqrt{(\cos^2 x - 2)^2} = |\cos^2 x - 2| = 0$$

$$\Rightarrow \cos^2 x = 2 \Rightarrow \cos x = \pm\sqrt{2} \approx \pm 1.414$$

می‌دانیم $-1 \leq \cos x \leq 1$ لذا هیچ مقداری برای $\cos x$ به دست نمی‌آید. (طلوعی) (فصل دوم - درس سوم - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی) (دشوار)

۱۰- گزینه «۳» - با توجه به دایره مثلثاتی: در زاویه بین 45° تا 90° ، $\sin \theta$ صعودی خواهد بود، این در حالی است که از 90° تا 180° ، $\sin \theta$ کاهش می‌یابد.

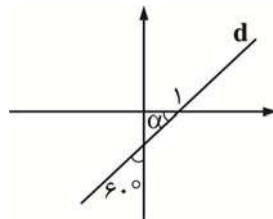


(طلوعی) (فصل دوم - درس دوم - دایره مثلثاتی) (آسان)

۱۱- گزینه «۲» - می‌دانیم $m = \tan \alpha$ و α زاویه خط با جهت مثبت محور x هاست. طبق شکل $\alpha = 30^\circ$ پس $m = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ شیب و خط

از نقطه $(1, 0)$ عبور می‌کند:

$$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + b \xrightarrow{(1,0)} b = -\frac{\sqrt{3}}{3} = \text{عرض از مبدأ}$$



(طلوعی) (فصل دوم - درس دوم - رابطه شیب خط با تانژانت زاویه) (متوسط)

۱۲- گزینه «۴» -

$$\sqrt{1 - \cos^2 x} = |\sin x| = -\sin x \Rightarrow \sin x < 0$$

$$\sqrt{1 - \sin^2 x} = |\cos x| = \cos x \Rightarrow \cos x > 0$$

x زاویه‌ای در ربع چهارم خواهد بود.

(طلوعی) (فصل دوم - درس دوم - دایره مثلثاتی) (متوسط)

۱۳- گزینه «۱» -

$$9 < 14 < 16 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} 3 < \sqrt{14} < 4 \xrightarrow{+3} 6 < 3 + \sqrt{14} < 7$$

پس $3 + \sqrt{14}$ بین ۶ و ۷ قرار دارد. مجموع این دو عدد ۱۳ می‌باشد. (طلوعی) (فصل سوم - درس دوم - ریشه n ام) (آسان)

۱۴- گزینه «۲» -

$$\left\{ \begin{aligned} \sqrt[6]{8^{2(x+1)}} &= \sqrt[6]{2^{6(x+1)}} = 2^{x+1} = 2^{x+1} \\ \sqrt[2]{\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}} &= \left(\frac{1}{2}\right)^x = \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^{-x} \end{aligned} \right. \Rightarrow 2^{-x} = 2^{x+1} \Rightarrow -x = x+1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

(طلوعی) (فصل سوم - درس سوم - توان‌های گویا) (متوسط)

$$25^{5x-2} = 5^{10x-6} = 2$$

$$\xrightarrow[\frac{-1}{2}]{\text{طرفین به توان}} (5^{10x-6})^{\frac{-1}{2}} = 2^{\frac{-1}{2}} \Rightarrow 5^{-5x+3} = 2^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow 5^{2-5x} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(طلوعی) (فصل سوم - درس سوم - توان‌های گویا) (متوسط)

$$\frac{1}{\sqrt[4]{5}} \times \frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt[4]{5^3}} = \frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt[4]{5^4}} = \frac{\sqrt[4]{125}}{5}$$

(طلوعی) (فصل سوم - درس اول - ریشه و توان) (متوسط)

$$4^{x-y} = 2^{2x-2y}, \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x+y}{6}} = 2^{\frac{-x-y}{6}}, \left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)^{x+y-5} = 2^{\frac{-x-y+5}{4}}$$

در دنباله هندسی می‌دانیم نسبت جملات متوالی برابر قدرنسبت است و جملات متوالی دارای نسبت‌های یکسانی‌اند:

$$\frac{2^{2x-2y}}{2^{\frac{-x-y}{6}}} = \frac{2^{\frac{-x-y}{6}}}{2^{\frac{-x-y+5}{4}}}$$

$$2^{2x-2y+\frac{x+y}{6}} = 2^{\frac{-x-y}{6}+\frac{x+y-5}{4}} \xrightarrow{\text{بنابراین توان دو عدد با یکدیگر برابرند}} 2x-2y+\frac{x+y}{6} = \frac{-x-y}{6} + \frac{x+y-5}{4}$$

$$24x-24y+2x+2y = -2x-2y+3x+2y-15 \Rightarrow 22y-25x = 15$$

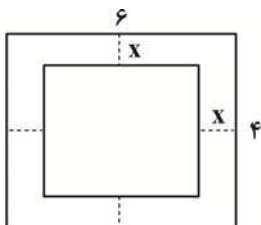
در دنباله حسابی داریم:

$$a_7 - a_2 = a_7 - a_1 = d \Rightarrow x+y-5 + \frac{-x-y}{6} = \frac{x+y}{6} - x+y$$

$$6x + \cancel{6y} - 30 - x - y = x + y - 6x + \cancel{6y} \Rightarrow 10x - 2y = 30 \Rightarrow 5x - y = 15$$

$$y = 5x - 15 \Rightarrow 22y - 25x = 15 \Rightarrow 22(5x - 15) - 25x = 15 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow y = 5 \times 4 - 15 = 5 \Rightarrow x + y = 9$$

(الله‌دادی) (فصل اول - درس چهارم و فصل سوم - درس سوم - دنباله هندسی و حسابی و توان‌های گویا) (متوسط)



$$S = (6 - 2x)(4 - 2x)$$

$$8 = (6 - 2x)(4 - 2x) \Rightarrow 8 = 4x^2 - 20x + 24 \Rightarrow 4x^2 - 20x + 16 = 0 \Rightarrow x = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 256}}{8} = \begin{cases} 1 \\ 4 \end{cases}$$

x برابر 4 امکان‌پذیر نمی‌باشد، چون آن‌گاه یک طول ضلع فرش منفی می‌شود که ناممکن است.

(الله‌دادی) (فصل چهارم - درس اول - حل معادله درجه دوم) (متوسط)

۱۹- گزینه «۱» - سه عدد متوالی می‌توانند $n+2$ و $n+1$ و n باشند و مربع مجموع این سه عدد برابر است با:

$$(n+n+1+n+2)^2 = (3n+3)^2 = 9n^2 + 9 + 18n$$

$$9n^2 + 18n + 9 = 324 \Rightarrow 9n^2 + 18n - 315 = 0$$

$$n^2 + 2n - 35 = 0 \quad n = \frac{-2 \pm \sqrt{4+140}}{2} = \begin{cases} \text{ق. ق. ۵} \\ \text{غ. ق. ق. -۷} \end{cases}$$

$$\text{مجموع سه عدد} = 5+6+7 = 18$$

(الله‌دادی) (فصل اول - درس چهارم - معادله درجه دوم و روش حل آن) (متوسط)

۲۰- گزینه «۳» - می‌دانیم ریشه‌های معادله در معادله صدق می‌کنند پس:

$$2x^2 - mx + 4 = 0 \Rightarrow 2(2^2) - 2m + 4 = 0 \Rightarrow 8 - 2m + 4 = 0 \Rightarrow 2m = 12 \Rightarrow m = 6$$

معادله به صورت $2x^2 - 6x + 4 = 0$ درمی‌آید که:

$$\xrightarrow{\div 2} x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

(طلوعی) (فصل چهارم - درس اول - معادله درجه دوم و روش‌های مختلف حل آن) (متوسط)