

ریاضی و آمار

۱- گزینه «۲» - با استفاده از اصل جمع و اصل ضرب داریم:

مسیر رفت:

$$\begin{cases} ABE \rightarrow 2 \times 2 = 4 \text{ حالت} \\ ADE \rightarrow 2 \times 3 = 6 \text{ حالت} \Rightarrow \\ ACE \rightarrow 2 \times 2 = 4 \text{ حالت} \end{cases}$$

تعداد کل حالت‌های مسیر رفت با استفاده از اصل جمع

مسیر برگشت: چون در مسیر برگشت نباید مسیره‌های تکراری داشته باشیم، بنابراین هر دو شهر یکی از مسیره‌های رفت کم می‌شود.

$$\begin{cases} EBA \rightarrow 1 \times 1 = 1 \text{ حالت} \\ EDA \rightarrow 2 \times 1 = 2 \text{ حالت} \Rightarrow \\ ECA \rightarrow 1 \times 1 = 1 \text{ حالت} \end{cases}$$

تعداد کل حالت‌های مسیر برگشت (اصل جمع)

بنابراین تعداد کل حالت‌های رفت و برگشت با استفاده از اصل ضرب به دست می‌آید:

$$14 + 4 = 18 \Rightarrow \text{تعداد کل حالت‌ها}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۱ - شمارش - اصل جمع و اصل ضرب) (متوسط)

۲- گزینه «۳» - تعداد کل کتاب‌ها برابر است با:

$$3 + 5 = 8$$

می‌خواهیم ۲ کتاب را از بین ۸ کتاب انتخاب و در یک ردیف از قفسه بچینیم، بنابراین ترتیب چیدمان اهمیت دارد و از رابطه تبدیل استفاده می‌کنیم:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \Rightarrow P(8, 2) = \frac{8!}{(8-2)!} = \frac{8 \times 7 \times 6!}{6!} = 56$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۱ - شمارش - تبدیل) (متوسط)

۳- گزینه «۱» - می‌دانیم تعداد زیرمجموعه‌های r عضوی از یک مجموعه n عضوی برابر

$$\binom{n}{r} \text{ است، بنابراین داریم:}$$

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$\Rightarrow \binom{n}{n-2} = 36 \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)!(n-(n-2))!} = 36$$

$$\Rightarrow \frac{n!}{(n-2)! \times 2!} = 36$$

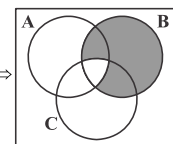
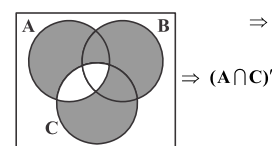
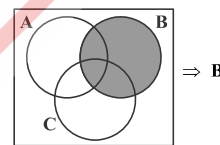
$$\Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2} = 36 \Rightarrow n(n-1) = 72 \Rightarrow n^2 - n - 72 = 0$$

$$\Rightarrow (n-9)(n+8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 9 \\ n = -8 \end{cases}$$

(سراسری - ۸۲ با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۱ - شمارش - ترکیب) (متوسط)

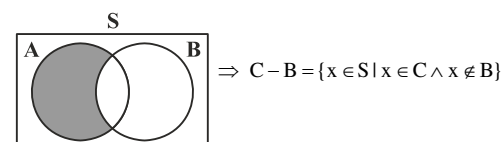
۴- گزینه «۲» - در مجموعه‌ها داریم:

$$(A \cap B)' = A' \cup B', (A \cup B)' = A' \cap B'$$



یا می‌توان نوشت: $(B-A) \cup (B-C)$ که با توجه به گزینه‌ها، گزینه «۲» پاسخ صحیح است.

(سراسری خارج از کشور - ۹۹ با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - اعمال روی پیشامدها) (متوسط)



(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - اعمال روی پیشامدها) (آسان)

۶- گزینه «۱» -

پرچم‌های غیراول: ۱, ۴, ۶

پرچم‌های اول: ۲, ۳, ۵, ۷



تعداد حالت‌های مطلوب

$$7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow P(A) = \frac{144}{5040} = \frac{1}{35}$$

(تمرین کتاب درسی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - احتمال) (متوسط)

۷- گزینه «۴» -

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$A = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1)\} \Rightarrow$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - احتمال) (آسان)

۸- گزینه «۲» - با استفاده از پیشامد متمم داریم:

اعداد بخش‌پذیر بر ۵ کوچکتر از ۴۱:

$$A = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40\} \Rightarrow n(A) = 8$$

فضای نمونه شامل کل اعداد طبیعی کوچکتر از ۴۱ است:

$$n(S) = 40 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$$

احتمال این که عدد انتخابی بر ۵ بخش‌پذیر نباشد:

$$P(A') = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۲ - احتمال متمم) (متوسط)

۹- گزینه «۳» - گام پنجم شامل بحث و نتیجه‌گیری می‌باشد که روش کار و محدودیت‌های آن باید چنان صادقانه گزارش شود که اگر افراد دیگری تصمیم به انجام دادن مطالعه‌ای در همان زمینه داشتند با مشکلاتی مشابه مواجه نشوند. گام قبلی، گام چهارم شامل تحلیل داده‌ها می‌باشد.

* مراجعه به توضیحات صفحه ۳۷ کتاب درسی

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۳ - چرخه آمار در حل مسائل) (متوسط)

۱۰- گزینه «۱» - در نمودار مستطیلی، ارتفاع مستطیل نشان‌دهنده میانگین و میله خطی آن انحراف معیار را نشان می‌دهد.

چون میانگین تمام نمودارها یکسان است، پس فقط می‌توانیم به کمک انحراف معیار در مورد پراکندگی داده‌ها بحث کنیم. انحراف معیار گزینه «۱» برابر عدد ۵ می‌باشد، بنابراین پراکندگی در این نمودار بیش‌تر است.

۹ - ۴ = ۵

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۳ - چرخه آمار در حل مسائل) (متوسط)

۱۱- گزینه «۳» - اگر داده دورافتاده نداشته باشیم بهتر است از \bar{x} و σ (میانگین و انحراف معیار) به‌عنوان شاخص‌های مرکزی و پراکندگی برای تحلیل داده‌ها استفاده کنیم. همچنین نمودار مستطیلی برای نمایش این داده‌ها مناسب است، اما اگر داده دورافتاده داشته باشیم باید از میانه و IQR استفاده کنیم و نمودار جعبه‌ای برای این داده‌ها مناسب است. چون در داده‌های داده شده، داده دورافتاده نداریم، بنابراین با توجه به توضیحات داده شده گزینه «۳» صحیح است.

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۳ - چرخه آمار در حل مسائل) (متوسط)



۱۲- گزینه «۲» - در نمودار جعبه‌ای داریم:

۱۲- گزینه «۲» - در نمودار جعبه‌ای داریم:

$$9 - 4 = 5$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۳ - چرخه آمار در حل مسائل) (متوسط)

۱۱- گزینه «۳» - اگر داده دورافتاده نداشته باشیم بهتر است از \bar{x} و σ (میانگین و انحراف معیار) به‌عنوان شاخص‌های مرکزی و پراکندگی برای تحلیل داده‌ها استفاده کنیم. همچنین نمودار مستطیلی برای نمایش این داده‌ها مناسب است، اما اگر داده دورافتاده داشته باشیم باید از میانه و IQR استفاده کنیم و نمودار جعبه‌ای برای این داده‌ها مناسب است. چون در داده‌های داده شده، داده دورافتاده نداریم، بنابراین با توجه به توضیحات داده شده گزینه «۳» صحیح است.

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس ۳ - چرخه آمار در حل مسائل) (متوسط)

۱۲- گزینه «۲» - در نمودار جعبه‌ای داریم:

۱۲- گزینه «۲» - در نمودار جعبه‌ای داریم:

۱۲- گزینه «۲» - در نمودار جعبه‌ای داریم:

۱۲- گزینه «۲» - در نمودار جعبه‌ای داریم:

۱۲- گزینه «۲» - در نمودار جعبه‌ای داریم:

۱۲- گزینه «۲» - در نمودار جعبه‌ای داریم:

۱۲- گزینه «۲» - در نمودار جعبه‌ای داریم:

۱۲- گزینه «۲» - در نمودار جعبه‌ای داریم:

۱۲- گزینه «۲» - در نمودار جعبه‌ای داریم:

۱۲- گزینه «۲» - در نمودار جعبه‌ای داریم:

۱۲- گزینه «۲» - در نمودار جعبه‌ای داریم:

۱۲- گزینه «۲» - در نمودار جعبه‌ای داریم:

۱۲- گزینه «۲» - در نمودار جعبه‌ای داریم:

۱۲- گزینه «۲» - در نمودار جعبه‌ای داریم:

۱۲- گزینه «۲» - در نمودار جعبه‌ای داریم:

۱۲- گزینه «۲» - در نمودار جعبه‌ای داریم:

۱۲- گزینه «۲» - در نمودار جعبه‌ای داریم:

۱۲- گزینه «۲» - در نمودار جعبه‌ای داریم:

۱۲- گزینه «۲» - در نمودار جعبه‌ای داریم:

۲۰- گزینه «۱» - در اعداد دنباله $5, 8, 11, 14, \dots$ هر جمله ۳ واحد بیش تر از جمله قبلی است. اگر a_n و a_{n+1} را دو جمله متوالی بگیریم:

$$a_{n+1} = a_n + 3$$

بنابراین رابطه بازگشتی دنباله به صورت $a_{n+1} = a_n + 3$ با $a_1 = 5$ می باشد.

(تمرین کتاب درسی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۱ - مدل سازی و دنباله) (متوسط)

۱۳- گزینه «۴» - گزینه «۴» صحیح است، زیرا اگر اعداد $1, 2, \dots, 12$ را به هر کدام از داده ها نسبت دهیم، این اعداد دامنه ها هستند که زیرمجموعه \mathbb{N} می باشند. بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»: $\mathbb{R} / \text{گزینه «۲»} : \mathbb{N} / \text{گزینه «۳»} : \mathbb{R}$

در گزینه «۱»، دور شدن از سطح زمین که ارتفاع می باشد می تواند عدد اعشاری هم باشد. در گزینه «۲»، ورودی دانش آموزان هستند که با اعداد $1, 2, \dots$ مشخص می شوند. در گزینه «۳»، نیز ورودی شعاع کره است که می تواند اعشاری هم باشد.

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۱ - مدل سازی و دنباله) (آسان)

۱۴- گزینه «۱» -

$$n=1: a_{n+3} = a_n + a_{n+1} + a_{n+2} \Rightarrow$$

$$a_4 = a_1 + a_2 + a_3 = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$n=2: a_5 = a_2 + a_3 + a_4 = 1 + 1 + 3 = 5 \Rightarrow a_5 = 5$$

(تمرین کتاب درسی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۱ - مدل سازی و دنباله) (متوسط)

۱۵- گزینه «۳» -

$$a_1 = -1$$

$$a_2 = a_{1+1} = -\frac{1}{1-(-1)} = -\frac{1}{2}$$

$$a_3 = a_{2+1} = -1$$

$$a_4 = a_{3+1} = -\frac{1}{1-(-1)} = -\frac{1}{2}$$

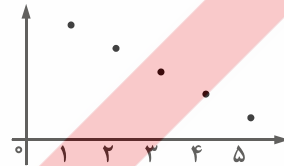
$$a_5 = a_{4+1} = -1$$

:

چون 359 فرد است. $\Rightarrow a_{359} = -1$

(سراسری - ۱۴۰۱ با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۱ - مدل سازی و دنباله) (متوسط)

۱۶- گزینه «۴» - جمله اول دنباله را به دست می آوریم:



$$n=1 \Rightarrow a_1 = -\frac{1}{2} + 3 = \frac{5}{2} = 2.5$$

$$n=2 \Rightarrow a_2 = -\frac{1}{2}(2) + 3 = 2$$

$$n=3 \Rightarrow a_3 = -\frac{1}{2}(3) + 3 = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$n=4 \Rightarrow a_4 = -\frac{1}{2}(4) + 3 = 1$$

$$n=5 \Rightarrow a_5 = -\frac{1}{2}(5) + 3 = \frac{1}{2} = 0.5$$

بنابراین گزینه «۴» صحیح است.

(تمرین کتاب درسی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۱ - مدل سازی و دنباله) (متوسط)

۱۷- گزینه «۲» - برای به دست آوردن a_7 از ضابطه بالا و a_6 از ضابطه پایین استفاده می کنیم:

$$a_7 = \frac{7}{2} - 3 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow a_7 - a_6 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$a_6 = \frac{2}{6+2} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۱ - مدل سازی و دنباله) (آسان)

۱۸- گزینه «۱» - از رابطه بازگشتی نتیجه می گیریم که a_n و a_{n+1} دو جمله متوالی اند،

بنابراین هر جمله ای $\frac{1}{4}$ برابر جمله قبلی اش است. اگر جملات یک دنباله k برابر شوند،

جمله عمومی آن به صورت $a_n = x \cdot k^n$ است. برای به دست آوردن x ، جمله اول را در این رابطه قرار می دهیم.

$$a_n = x \cdot k^n \Rightarrow a_1 = x \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^1 \Rightarrow 8 = x \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^1 \Rightarrow x = 32 \Rightarrow$$

$$x = 32 \Rightarrow a_n = 32 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n = \frac{2^5}{2^{2n}} \Rightarrow a_n = 2^{5-2n}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۱ - مدل سازی و دنباله) (دشوار)

۱۹- گزینه «۳» -

$$a_{n+2} = a_{n+1} - a_n + n \xrightarrow{n=1} a_3 = a_2 - a_1 + 1$$

$$\Rightarrow a_3 = -3 - (-2) + 1 = 1$$

$$a_4 = a_3 - a_2 + 2 = 1 - (-2) + 2 = 6$$

$$a_5 = a_4 - a_3 + 3 = 6 - 1 + 3 = 8$$

(سراسری خارج از کشور - ۹۹ با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۱ - مدل سازی و دنباله) (متوسط)