

ریاضی ۱

۱- گزینه «۳» - می‌دانیم $A \cup B = B \Leftrightarrow A \subseteq B$ و $A' = U - A$ پس:

$$A \cup B = B \Rightarrow A \subseteq B$$

در حالتی که B مجموعه مرجع باشد، تعداد اعضای A' حداقل مقدار خود را دارد. بنابراین فرض کنیم $U = B$ و داریم:

$$n(A') = n(U) - n(A) = n(B) - n(A) = 10 - 4 = 6$$

(طلوعی) (فصل اول - درس دوم) (متوسط)

۲- گزینه «۲» - اگر الگوی خطی جمله عمومی به صورت $t_n = an + b$ باشد:

$$\left. \begin{aligned} t_7 &= 3a + b \\ t_8 &= 4a + b \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 3a + b &= 30 \\ 4a + b &= 15 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = -3, b = 39$$

$$t_{15} = -3 \times 15 + 39 = -45 + 39 = -6$$

(طلوعی) (فصل اول - درس دوم) (آسان)

۳- گزینه «۳» -

$$t_1 t_7 t_{15} = 8 t_4 t_6 t_9$$

$$\Rightarrow t_1 \times t_7 \times t_{15} = 8 t_4 \times t_6 \times t_9 \Rightarrow t_1^3 r^6 = 8 t_4^3 r^{15} \Rightarrow r^6 = 8 r^{15}$$

$$\frac{r^6}{r^{15}} = 8 \Rightarrow \frac{1}{r^9} = 8 \xrightarrow{\sqrt[9]{\quad}} \frac{1}{r} = \sqrt[9]{8} \Rightarrow r = \frac{1}{\sqrt[9]{8}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

(طلوعی) (درس سوم) (متوسط)

۴- گزینه «۲» -

$$1 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \right) \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 - \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2-1}{4} = \frac{1}{4}$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس اول) (آسان)

۵- گزینه «۲» - شیب خطی که با جهت مثبت محور x زاویه θ بسازد برابر $\tan \theta$ می‌باشد.

$$90^\circ - \theta = 30^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ \Rightarrow m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

خط از نقطه $(0, 2)$ می‌گذرد پس:

$$y - 2 = \sqrt{3}(x - 0)$$

$$y = \sqrt{3}x + 2 \Rightarrow y - \sqrt{3}x = 2$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس دوم) (متوسط)

۶- گزینه «۳» -

$$\Delta \sin x - \Delta \cos x = 7 \cos x + \sin x \Rightarrow 7 \sin x = 7 \cos x \Rightarrow \begin{cases} \tan x = \frac{7}{4} \\ \cot x = \frac{4}{7} \end{cases}$$

می‌دانیم:

$$\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x} = \frac{1}{\sin x \cdot \cos x}$$

$$\frac{1}{\sin x \cdot \cos x} = \frac{7}{4} + \frac{4}{7} = \frac{65}{28} \Rightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{28}{65}$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس سوم) (دشواری)

۷- گزینه «۴» - می‌دانیم هر عدد مثبت دو ریشه زوج قرینه هم دارد.

$$\frac{\sqrt[3]{64}}{\pm\sqrt{32}} = \frac{\sqrt[3]{4^3}}{\pm\sqrt{16 \times 2}} = \frac{4}{\pm 4\sqrt{2}} = \frac{1}{\pm\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(طلوعی) (فصل سوم - درس دوم) (متوسط)

۸- گزینه «۲» - می‌دانیم:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$-3(x - \frac{1}{x}) = -x^3 + \frac{1}{x^3} \Rightarrow -3x + \frac{3}{x} = -x^3 + \frac{1}{x^3} \Rightarrow x^3 - 3x + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3} = 0$$

$$\Rightarrow (x - \frac{1}{x})^3 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{x} \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

(طلوعی) (فصل سوم - درس چهارم) (دشوار)

۹- گزینه «۱» -

$$x^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{b=c+1} x^2 + (c+1)x + c = 0 \xrightarrow[\text{مشترک}]{\text{اتحاد جمله}} (x+1)(x+c) = 0$$

$$\begin{cases} x+1=0 \Rightarrow x=-1 \\ x+c=0 \Rightarrow x=-c \end{cases}$$

(طلوعی) (فصل چهارم - درس اول) (دشوار)

۱۰- گزینه «۳» - می‌دانیم عرض رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ برابر $\frac{-\Delta}{4a}$ می‌باشد:

$$y = x^2 + ax + 4 \xrightarrow[\text{سهمی}]{\text{عرض رأس}} = \frac{4 \times 1 \times 4 - a^2}{4 \times 1} = \frac{16 - a^2}{4}$$

$$y_{\min} = 3 \Rightarrow \frac{16 - a^2}{4} = 3 \Rightarrow 16 - a^2 = 12 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

(طلوعی) (فصل چهارم - درس دوم) (متوسط)

۱۱- گزینه «۴» -

$$3 - \frac{2}{x} \geq 0 \Rightarrow \frac{3x - 2}{x} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3} \\ x = 0 \end{cases}$$

		0		$\frac{2}{3}$
$3x - 2$	-		-	+
x	-		+	+
$\frac{3x - 2}{x}$	+		-	+

$$x \in (-\infty, 0) \cup [\frac{2}{3}, +\infty)$$

(طلوعی) (فصل چهارم - درس سوم) (متوسط)

۱۲- گزینه «۳» - تابع خطی به فرم $y = ax + b$ است.

$$f(3) = 7 \Rightarrow \begin{cases} 7 = 3a + b \\ 12 = 5a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow y = \frac{5}{2}x - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(7) = \frac{5 \times 7}{2} - \frac{1}{2} = \frac{34}{2} = 17$$

(طلوعی) (فصل پنجم - درس دوم) (متوسط)

$$f(x) = |-x^2 - 2| + 3 = |-(x^2 + 2)| + 3 = x^2 + 2 + 3 = x^2 + 5$$

حداقل مقدار تابع درجه دو از $\frac{-\Delta}{4a}$ به دست می آید:

$$\frac{-\Delta}{4a} = 5$$

(طلوعی) (فصل پنجم - درس سوم) (متوسط)

۱۴- گزینه «۱» - از خانه سمت چپ شروع می کنیم: اولین خانه به ۶ حالت می تواند پر شود دومین خانه به ۵ حالت می تواند پر شود زیرا نباید با خانه قبلی یکسان شود سومین خانه هم به ۵ حالت (۶ حرف منهای آن حرفی که در خانه دوم نشسته) پر می شود و با حین استدلال داریم:

$$\underline{6} \times \underline{5} \times \underline{5} \times \underline{5} \times \underline{5} \times \underline{5} \times \underline{5} \times \underline{5} \times \underline{5} \times \underline{5} = 6 \times 5^9$$

(طلوعی) (فصل ششم - درس اول) (متوسط)

۱۵- گزینه «۲» - می دانیم تعداد زیرمجموعه های r عضوی از یک مجموعه n عضوی برابر است با $\binom{n}{r}$. پس:

$$\binom{n}{2} = 28 \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)! \times 2!} = \frac{n(n-1)}{2} = 28 \Rightarrow n(n-1) = 56 \Rightarrow n = 8$$

$$\text{عضوی } 4 \Rightarrow \binom{8}{4} = \frac{8!}{4! \times 4!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 70$$

(طلوعی) (فصل ششم - درس سوم) (متوسط)

۱۶- گزینه «۲» - اگر پیشامد مربع کامل آمدن عدد روی تاس A و پیشامد اول آمدن آن را B بنامیم؛ داریم:

$$A = \{1, 4\}$$

$$B = \{2, 3, 5\}$$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow A, B \text{ ناسازگارند}$$

(طلوعی) (فصل هفتم - درس اول) (آسان)

۱۷- گزینه «۱» - پیش بینی بعد از نتیجه گیری انجام می شود. (طلوعی) (فصل هفتم - درس دوم) (آسان)

۱۸- گزینه «۳» - متغیرهای کمی این قابلیت را دارند یعنی گسسته ها و پیوسته ها. (طلوعی) (فصل هفتم - درس سوم) (متوسط)

۱۹- گزینه «۱» - وقتی ۲ کارت با شماره های زوج بیرون بکشیم، ۸ کارت زوج و ۱۰ کارت فرد داریم، فضای نمونه ای انتخاب یک کارت از این ۱۸ کارت باقی مانده است:

$$n(S) = \binom{18}{1} = 18$$

و پیشامد مطلوب انتخاب ۱ کارت از بین ۸ کارت زوج است.

$$n(A) = \binom{8}{1} = 8 \Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

(سراسری) (فصل هفتم - درس اول) (متوسط)

۲۰- گزینه «۳» - برای آن که هم رنگ نباشد ۱ مهره سیاه و ۱ مهره سفید انتخاب می کنیم.

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{1} \binom{3}{1}}{\binom{7}{2}} = \frac{4 \times 3}{\frac{7!}{2! \times 5!}} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

(طلوعی) (فصل هفتم - درس اول) (متوسط)