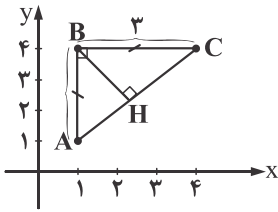


۱- گزینه «۱» -



$$AC^2 = BC^2 + AB^2 = 9 + 9 \Rightarrow AC = 3\sqrt{2}$$

مثلث ABC متساوی الساقین است، بنابراین ارتفاع BH میانه نیز می باشد. از طرفی در هر مثلث قائم الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است، پس:

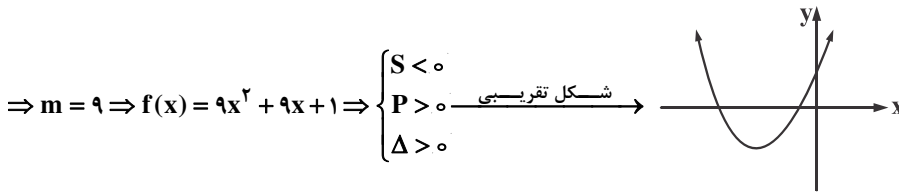
$$BH = \frac{AC}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

(تندرو) (فصل های اول و سوم - ترکیبی) (متوسط)

۲- گزینه «۳» -

$$\sqrt{m} + \sqrt{m+7} = 7 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} m + m + 7 + 2\sqrt{m^2 + 7m} = 49 \Rightarrow \sqrt{m^2 + 7m} = 21 - m$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} m^2 + 7m = (21 - m)^2 \Rightarrow m^2 + 7m = 441 - 42m + m^2 \Rightarrow 49m = 441$$



(تندرو) (فصل اول - ترکیبی) (متوسط)

۳- گزینه «۴» - طول اضلاع باید مثبت باشند و همچنین در نامساوی مثلثی صدق کنند.

$$\left. \begin{aligned} 11 - x > 0 &\Rightarrow x < 11 \\ x - 7 > 0 &\Rightarrow x > 7 \\ 2x > 0 &\Rightarrow x > 0 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\cap} 7 < x < 11$$

$$\left. \begin{aligned} 11 - x + x - 7 > 2x &\Rightarrow x < 2 \\ 11 - x + 2x > x - 7 &\Rightarrow 11 > -7 \\ x - 7 + 2x > 11 - x &\Rightarrow x > \frac{9}{2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\cap} \emptyset$$

(تندرو) (فصل دوم - ترسیم های هندسی) (متوسط)

۴- گزینه «۳» -

$$BE^2 = AE^2 - AC^2 \Rightarrow BE = 4$$

$$\left. \begin{aligned} BE \perp AC \\ CD \perp AC \end{aligned} \right\} \Rightarrow BE \parallel CD \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{BE}{CD} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{4}{CD} = \frac{3}{5} \Rightarrow CD = \frac{20}{3}$$

$$S_{\text{کل}} = S_{\text{سفید}} - S_{\text{رنگی}} = \frac{5 \times \frac{20}{3}}{2} - \frac{3 \times 4}{2} = \frac{50}{3} - 6 = \frac{32}{3}$$

(تندرو) (فصل دوم - قضیه تالس) (آسان)

۵- گزینه «۱» -

$$BE^2 = BC \times AB \Rightarrow 36 = 9 \times AB \Rightarrow AB = 4$$

$$\left. \begin{aligned} BE \perp AC \\ FA \perp AC \end{aligned} \right\} \Rightarrow BE \parallel FA \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{BC}{AC} = \frac{BE}{FA} \Rightarrow \frac{9}{9+4} = \frac{6}{x} \Rightarrow \frac{9}{13} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = \frac{26}{3}$$

(تندرو) (فصل دوم - ترکیبی) (متوسط)

۶- گزینه «۳» - (تندرو) (فصل سوم - توابع رادیکالی و گویا) (آسان)

۷- گزینه «۳» -

$$g^{-1}(2) = a \Rightarrow g(a) = 2 \Rightarrow \frac{a-1}{a+1} = 2 \Rightarrow a-1 = 2a+2 \Rightarrow a = -3$$

$$f(g^{-1}(2)) = f(-3) = 2$$

(تندرو) (فصل سوم - وارون یک تابع) (متوسط)

۸- گزینه «۴» -

$$\begin{aligned} 2f &= \{(2, \sqrt{2}), (0, 6), (4, 2), (5, 4)\} \Rightarrow D_f = \{2, 0, 4, 5\} \\ g(x) &= \sqrt{4-x} \Rightarrow D_g = [0, 4] \\ g-2f &= \{(2, 0), (0, -4), (4, -2)\} \Rightarrow \text{مجموع اعضا} \rightarrow \{0, -4, -2\} \end{aligned}$$

(تندرو) (فصل سوم - اعمال جبری روی توابع) (متوسط)

۹- گزینه «۳» - وقتی برای زاویه علامت درجه قرار نمی‌گیرد، باید با رادیان خوانده شود.

$$\begin{aligned} \tan 2 < 0 &\rightarrow \text{ربع دوم} \rightarrow 2 = 114/60^\circ \text{ رادیان} \\ \cot 5 < 0 &\rightarrow \text{ربع چهارم} \rightarrow 5 = 286/50^\circ \text{ رادیان} \\ \sin 7 > 0 &\rightarrow \text{ربع اول} \rightarrow 7 = 401/10^\circ \text{ رادیان} \\ \cos 4 < 0 &\rightarrow \text{ربع سوم} \rightarrow 4 = 229/30^\circ \text{ رادیان} \end{aligned}$$

(تندرو) (فصل چهارم - رادیان) (آسان)

۱۰- گزینه «۲» -

$$\sin 570^\circ = \sin(360^\circ + 210^\circ) = \sin 210^\circ = \sin(180^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\tan \frac{11\pi}{4} = \tan(2\pi + \frac{3\pi}{4}) = \tan \frac{3\pi}{4} = \tan(\pi - \frac{\pi}{4}) = -\tan \frac{\pi}{4} = -1 \Rightarrow \sin 570^\circ - \tan(\frac{11\pi}{4}) = -\frac{1}{2} - (-1) = \frac{1}{2}$$

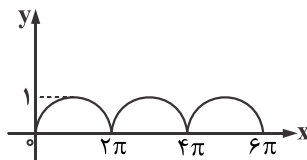
(تندرو) (فصل چهارم - روابط تکمیلی نسبت‌های مثلثاتی) (آسان)

۱۱- گزینه «۴» -

$$\begin{aligned} -1 \leq \sin(x+\pi) \leq 1 &\xrightarrow{+2} 1 \leq \sin(x+\pi) + 2 \leq 3 \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{1}{3} \geq \frac{1}{\sin(x+\pi) + 2} \geq \frac{1}{3} \\ \xrightarrow{\times 2} 2 &\geq \frac{2}{\sin(x+\pi) + 2} \geq \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} \leq f(x) \leq 2 \Rightarrow R_f = [\frac{2}{3}, 2] \end{aligned}$$

(تندرو) (فصل چهارم - توابع مثلثاتی) (متوسط)

۱۲- گزینه «۴» -



$$T = 2\pi \Rightarrow \frac{\pi}{|a|} = 2\pi \Rightarrow |a| = \frac{1}{2}$$

$$y(0) = 0 \Rightarrow y = |\sin \frac{x}{2}| \text{ یا } y = |\sin(\frac{-x}{2})|$$

(تندرو) (فصل چهارم - توابع مثلثاتی) (متوسط)

۱۳- گزینه «۱» -

$$y = 1 + \log_3 x \Rightarrow y - 1 = \log_3 x \Rightarrow x = 3^{y-1} \Rightarrow f^{-1}(x) = 3^{x-1}$$

(تندرو) (فصل پنجم - توابع نمایی و لگاریتمی) (آسان)

۱۴- گزینه «۱» -

$$\log_6(x-2) + \log_6(x+2) = 5 \Rightarrow \log_6(x-2)(x+2) = 5 \Rightarrow x^2 - 4 = 32 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow \begin{cases} x = -6 \text{ غ ق} \\ x = 6 \Rightarrow \log_{\sqrt{6}} x = \log_{\sqrt{6}} 6 = \frac{1}{2} \log_6 6 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

(تندرو) (فصل پنجم - ویژگی‌های لگاریتم) (متوسط)

۱۵- گزینه «۱» -

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$$

چون حد چپ و راست تابع در نقطه مورد نظر برابر نیست، در نتیجه حد مورد نظر موجود نیست.

(کتاب همراه علوی) (فصل ششم - حد از روی نمودار) (متوسط)

۱۶- گزینه «۴» - در گزینه‌های «۱» و «۳» تابع در (۳) مقدار دارد. در گزینه «۲» تابع در (۳) حد دارد. تنها در گزینه «۴» است که تابع حد ندارد و

مقدار آن نیز تعریف نشده است. (کتاب همراه علوی) (فصل ششم - حد از روی نمودار) (آسان)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[4x]}{|x-4|} = \frac{[4^-]}{|1-4|} = \frac{+3}{|-3|} = \frac{3}{3} = 1$$

(کتاب همراه علوی) (فصل ششم - محاسبه حد توابع) (متوسط)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^-} f(x) = f\left(\frac{3\pi}{4}\right) \text{ شرط پیوستگی}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^-} a \sin 2x = a \sin 2\left(\frac{3\pi}{4}\right) = a \sin \frac{3\pi}{2} = -a \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^+} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = \cos \pi = -1 \quad (2)$$

$$f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = \cos \pi = -1 \quad (3)$$

$$\text{شرط پیوستگی } (1), (2), (3) \Rightarrow -a = -1 \Rightarrow a = 1$$

(کتاب همراه علوی) (فصل ششم - پیوستگی) (آسان)

۱۹- گزینه «۴» - اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، در این صورت پیشامدهای A' و B' نیز مستقل هستند، بنابراین:

$$p(A' \cap B') = p(A') \times p(B') \quad p(A') = 0/1 \quad p(B') = 0/2 \Rightarrow p(A' \cap B') = 0/0.2$$

$$p \text{ (هر دو عمل ناموفق باشد)} = 0/1 \times 0/2 = 0/0.2$$

$$p \text{ (حداقل عمل یکی از افراد موفق شده)} = 1 - 0/0.2 = 0/0.8$$

(کتاب همراه علوی) (فصل هفتم - پیشامدهای مستقل) (متوسط)

۲۰- گزینه «۱» - میانگین را حساب می‌کنیم، چون داده‌ها دنباله حسابی هستند، داریم:

$$\bar{x} = \frac{1+13}{2} = \frac{14}{2} = 7 \Rightarrow \bar{x} = 7$$

بنابراین:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(1-7)^2 + (3-7)^2 + \dots + (13-7)^2}{7}} = \sqrt{\frac{36+16+4+0+4+16+36}{7}} = \sqrt{\frac{56+56}{7}} = \sqrt{16} = 4$$

(کتاب همراه علوی) (فصل هفتم - آمار توصیفی) (آسان)