

## آمار و احتمال

۱- گزینه «۱» -

$$P(x, y) : xy = 0$$

$$\forall x, y \in \mathbb{R}; P(x, y) = 0 \Rightarrow x = 1, y = 2 \Rightarrow P(x, y) = 2 \neq 0 \rightarrow \text{مثال نقض}$$

(ایمانی) (فصل اول - آشنایی با مبانی ریاضیات - سورها) (آسان)

۲- گزینه «۴» -

$$(A \times B) - (A \times (B - A)) = A \times [B - (B - A)] = A \times [B \cap (B' \cup A)] = A \times (B \cap A)$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم - مجموعه‌ها و ضرب دکارتی و رابطه - ضرب دکارتی) (متوسط)

۳- گزینه «۳» -

$$\left. \begin{array}{l} P(a) = P(b) = P(c) = 2P(d) \\ P(d) = 2P(e) \end{array} \right\} \xrightarrow{P(e)=x} \begin{array}{l} P(d) = 2x \\ P(a) = P(b) = P(c) = 4x \end{array}$$

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) + P(e) = 1 \Rightarrow 4x + 4x + 4x + 2x + x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{15}$$

$$P\{c, d\} = P(c) + P(d) = 4x + 2x = 6x = \frac{6}{15}$$

(فیروزی) (فصل دوم - درس اول - احتمال غیرهم‌شانسی) (متوسط)

۴- گزینه «۴» - اگر  $A$  و  $B$  مستقل باشند آن‌گاه  $(B, A')$ ,  $(B', A)$ , نیز مستقل هستند پس داریم:

$$P(A' | B) + P(A | B') = P(A) + P(A') = 1$$

(فیروزی) (فصل دوم - درس چهارم - پیشامدهای مستقل) (آسان)

۵- گزینه «۳» -

$A$ : پیشامد آن‌که روی کارت قرمز باشد.

$B$ : پیشامد آن‌که هر دو روی کارت قرمز باشد.

کارت‌ها ۲۰ رو دارند که ۹ روی آن‌ها قرمز است پس به احتمال  $\frac{9}{20}$  روی کارت بیرون آمده قرمز است پس:

$$P(A) = \frac{9}{20}$$

همچنین ۱۰ کارت داریم که دو تا از آن‌ها دو رو قرمز هستند پس:

$$P(B) = \frac{2}{10}$$

همچنین اگر  $B$  رخ دهد قطعاً  $A$  هم رخ می‌دهد یعنی  $P(A | B) = 1$  پس داریم:

$$P(B | A) = \frac{P(B)P(A | B)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{10} \times 1}{\frac{9}{20}} = \frac{4}{9}$$

(فیروزی) (فصل دوم - درس چهارم - قانون بیز) (متوسط)

۶- گزینه «۳» - میانگین سه داده اضافه شده نیز برابر ۲۵ =  $\frac{20 + 27 + 28}{3}$  است، پس میانگین ۲۱ داده حاصل برابر ۲۵ می‌شود.

$$\sigma = 3 \Rightarrow \sigma^2 = 9 = \frac{(x_1 - 25)^2 + \dots + (x_{18} - 25)^2}{18} \Rightarrow (x_1 - 25)^2 + \dots + (x_{18} - 25)^2 = 9 \times 18 = 162$$

بنابراین واریانس ۲۱ داده  $x_1, x_2, \dots, x_{18}, 20, 27, 28$ ، با میانگین ۲۵ برابر است با:

$$\frac{(x_1 - 25)^2 + \dots + (x_{18} - 25)^2 + (20 - 25)^2 + (27 - 25)^2 + (28 - 25)^2}{21} = \frac{162 + 25 + 4 + 9}{21} = \frac{200}{21} \approx 9.52$$

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۹۳) (فصل سوم - درس سوم) (متوسط)

۷- گزینه «۱» - ابتدا میانگین و انحراف معیار داده‌های ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

$$\sigma_x^2 = \frac{(1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2}{5} = \frac{4+1+0+1+4}{5} = \frac{10}{5} = 2 \Rightarrow \sigma_x = \sqrt{2} = 1/4$$

داده‌های  $u_i$  از ضرب عدد ثابت ۱۲ در  $x_i$  و جمع کردن با عدد ثابت ۶ به دست می‌آیند، پس:

$$\bar{u} = 12\bar{x} + 6 = 12 \times 3 + 6 = 42, \sigma_u = 12\sigma_x = 12 \times 1/4 \Rightarrow CV = \frac{\sigma_u}{\bar{u}} = \frac{12 \times 1/4}{42} = 0/4$$

(سراسری داخل کشور ریاضی - ۹۵) (فصل سوم - درس سوم) (متوسط)

۸- گزینه «۱» - زاویه مرکزی دسته B را  $\alpha_p$  در نظر می‌گیریم:

$$\alpha_p = \frac{f_p}{n} \times 360^\circ = \frac{10}{9+10+4+7} \times 360^\circ = \frac{10}{30} \times 360^\circ = 120^\circ$$

(فیروزی) (فصل سوم - درس اول - نمودار دایره‌ای) (متوسط)

۹- گزینه «۲» - زیرا با انتخاب عضو اول بقیه اعضای نمونه انتخاب می‌گردند. (فیروزی) (فصل چهارم - درس اول - گردآوری داده‌ها) (آسان)

۱۰- گزینه «۱» - نمونه  $\{2, 4\}$ ,  $\{2, 5\}$ ,  $\{4, 5\}$  میانگین جامعه را کمتر از ۵ برآورد می‌کنند، از طرفی تعداد نمونه‌های دو عضوی برابر است با:

$$\binom{5}{2} = 10$$

پس احتمال آن‌ها برابر  $\frac{3}{10}$  است. (فیروزی) (فصل چهارم - درس دوم - برآورد میانگین) (دشوار)